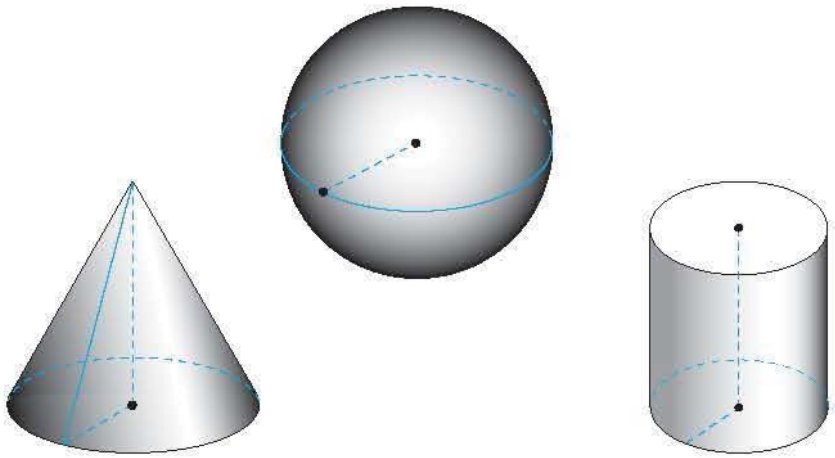
Н. А. Тарасенкова,
И. Н. Богатырёва, О. Н. Коломиец,
З. А. Сердюк

# МАТЕМАТИКА

Учебник для 6 класса
общеобразовательных учебных заведений
с обучением на русском языке



*Рекомендовано*
*Министерством образования и науки Украины*

КИЕВ
Издательский дом «ОСВИТА»
2014

УДК 51(075.3)
ББК 22.1я723
Т 19

*Рекомендовано Министерством образования и науки Украины (приказ Министерства образования и науки Украины от 07.02.2014 г. № 123)*

**ИЗДАНО ЗА СЧЁТ ГОСУДАРСТВЕННЫХ СРЕДСТВ. ПРОДАЖА ЗАПРЕЩЕНА**

*Переведено по изданию:* Математика : підруч. для 6 класу загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2014. — 304 с.

Научную экспертизу проводил Институт математики НАН Украины
Рецензент — *И. В. Самойленко*,
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела фрактального анализа Института математики НАН Украины

Психолого-педагогическую экспертизу проводил
Институт педагогики НАПН Украины
Рецензент — *А. И. Глобин*, кандидат педагогических наук,
старший научный сотрудник,
заведующий лабораторией математического и физического образования

Ответственные за подготовку учебника к изданию:
*Р. В. Гладковский*, главный специалист департамента общего среднего и дошкольного образования МОН Украины
*А. В. Паньков*, научный сотрудник Института инновационных технологий и содержания образования МОН Украины

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ:

– подумайте

– как записать в тетради

Запомните!

– типовая задача

Обратите внимание:

**Тарасенкова Н. А.**

Т 19 Математика : учеб. для 6 кл. общеобразоват. учеб. завед. с обучением на рус. яз. / Н. А. Тарасенкова, И. Н. Богатырёва, О. Н. Коломиец, З. А. Сердюк. — К. : Издательский дом «Освита», 2014. — 304 с.

ISBN 978-617-656-304-4.

**УДК 51(075.3)**
**ББК 22.1я723**

ISBN 978-617-656-303-7 (укр.)
ISBN 978-617-656-304-4 (рус.)

© Тарасенкова Н. А., Богатырёва И. Н., Коломиец О. Н., Сердюк З. А., 2014
© Издательский дом «Освита», 2014

## ДОРОГИЕ УЧЕНИКИ!

Вы уже пять лет изучаете математику и узнали много интересного и познавательного. А ещё больше нового вас ожидает впереди.

Математические знания люди используют и на работе, и в быту. В наше время, когда наука движется вперёд очень быстро, невозможно представить специалиста любой отрасли без математических знаний.

Чтобы освоить математику, необходимы умения считать, рассуждать, сравнивать, делать выводы, задавать вопросы и отвечать на них, решать задачи и обосновывать свои рассуждения. Все эти умения вы сможете развить, если будете упорно и ответственно работать на уроках и дома. А учебник вам в этом поможет.

Как изучать математику по этому учебнику? Весь материал разделён на 5 глав, а главы — на параграфы. В каждом параграфе содержится теоретический материал и задачи. В учебнике используются специальные значки (пиктограммы). Они помогут вам лучше ориентироваться в учебном материале.

Задачи учебника имеют четыре уровня сложности.

Задания, номера которых обозначены штрихом (′), являются подготовительными упражнениями для тех, кто не уверен, что хорошо понял теоретический материал.

Задания, возле номера которых стоит кружочек (°), обозначают задачи среднего уровня сложности. Их нужно уметь решать для дальнейшего изучения математики.

Номера заданий без отметок являются задачами достататочного уровня сложности. Научившись их решать, вы сможете уверенно демонстрировать достататочный уровень знаний.

Звёздочками (*) обозначены задачи высокого уровня сложности. Для их решения иногда нужно проявить терпение и настойчивость. Радость от решения сложной задачи будет вам наградой.

Желаем вам успехов в познании нового
и удовольствия от изучения математики!

ГЛАВА 1

# ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

## Вы узнаете:

- что такое делители и кратные натурального числа;
- какие существуют признаки делимости чисел;
- какие числа называются простыми и как их находить;
- как разложить число на множители;
- что такое наибольший общий делитель чисел и как его находить;
- что такое наименьшее общее кратное чисел и как его находить;
- как применять изученный материал на практике

**Решето ЭРАТОСФЕНА**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | ~~9~~ | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | ~~15~~ | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| ~~21~~ | ~~22~~ | 23 | ~~24~~ | ~~25~~ | ~~26~~ | ~~27~~ | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |
| 31 | ~~32~~ | ~~33~~ | ~~34~~ | ~~35~~ | ~~36~~ | 37 | ~~38~~ | ~~39~~ | ~~40~~ |
| 41 | ~~42~~ | 43 | ~~44~~ | ~~45~~ | ~~46~~ | 47 | ~~48~~ | ~~49~~ | ~~50~~ |

# § 1. ДЕЛИТЕЛИ И КРАТНЫЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА. ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Посмотрите на рисунок 1. Вы видите, что 6 яблок разделили на 2 кучки по 3 яблока в каждой. Тут число 6 является делимым, число 2 — делителем, а число 3 — частным. Однако 6 яблок можно разделить и иначе — разложить их на 3 кучки по 2 яблока в каждой. Тогда для делимого 6 число 3 является делителем, а число 2 — частным. Это значит, что числа 2 и 3 являются *делителями* числа 6. В то же время число 6 является *кратным* для каждого из своих делителей — и для числа 2, и для числа 3. Делители и кратные являются натуральными числами.

Рис. 1

**Запомните!**

***Делителем*** **числа называется такое число, на которое делится данное число.**
***Кратным*** **числа называется такое число, которое делится на данное число.**

Есть ли другие делители у числа 6? Да. Число 6 делится ещё на 1 и само на себя. Значит, всего у числа 6 есть четыре делителя: 1; 2; 3; 6.

**Обратите внимание:**

каждое натуральное число, начиная с числа 2, имеет по меньшей мере два делителя — число 1 и само это число. Другие делители находят по специальным правилам.

**Задача.** Найдите все делители числа: 1) 7; 2) 12; 3) 25.

**Решение.** 1) У числа 7 есть по меньшей мере два делителя — 1 и 7. Ни на одно другое натуральное число 7 не делится, поэтому у него всего два делителя: 1 и 7.
2) Число 12 имеет по меньшей мере два делителя — 1 и 2. Далее последовательно проверяем делимость числа 12 на натуральные числа от 2 до 11. 12 : 2 = 6, поэтому 2 и 6 — делители числа 12. 12 : 3 = 4, поэтому 3 и 4 тоже являются делителями числа 12. На 5, 7, 8, 9, 10 и 11 число 12 не делится. Значит, делителями числа 12 являются числа: 1; 2; 3; 4; 6; 12.
3) У числа 25 есть как минимум два делителя: 1 и 25. На 2, 3 и 4, а также на числа от 6 до 24 это число не делится. 25 : 5 = 5, поэтому число 5 является делителем числа 25, причём дважды. Однако равные делители учитываются только один раз. Значит, у числа 25 не четыре, а три делителя: 1; 5; 25.

**Запомните!**

**Натуральное число, у которого есть только два делителя (1 и само число), называется *простым*.**
**Натуральное число, у которого больше двух делителей, называется *составным*.**

Например, 7 — простое число, а 12 и 25 — составные.

? Является ли 1 простым числом? А составным? Нет, поскольку у числа 1 только один делитель. Значит, число 1 особенное. Оно и не простое, и не составное.

**Обратите внимание:**

наименьшим простым числом является число 2.

**Узнайте больше**

Чтобы выписать некоторое количество простых чисел, можно воспользоваться способом, придуманным ещё в III в. до н.э. Эратосфеном Киренским (276 г. до н. э. — 194 г. до н. э.), греческим математиком, астрономом, географом и поэтом. В честь учёного этот способ называется «решето Эратосфена». На рисунке (с. 4) вы видите, как находили простые числа от 2 до 50. Попробуйте самостоятельно объяснить, как это делали.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какое число называется делителем числа?
2. Какое число называется кратным числа?
3. На какие два числа всегда делится любое натуральное число, большее 1?
4. Какое натуральное число называется простым? Приведите пример.
5. Назовите наименьшее простое число.
6. Какое натуральное число называется составным? Приведите пример.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1′.** Каждое ли натуральное число имеет делители?

**2′.** Верно ли, что число 3 является делителем числа:
1) 5; 2) 9; 3) 4; 4) 12?

**3′.** Верно ли, что число 12 является кратным числа:
1) 5; 2) 9; 3) 4; 4) 3?

**4′.** Назовите: 1) три простых числа; 2) три составных числа.

**5′.** Является ли число 1:
1) простым числом; 2) составным числом?

**6°.** Даны числа: 3; 4; 6; 8; 9. Выпишите те из них, которые являются делителями числа: 1) 8; 2) 12; 3) 16; 4) 18.

**7°.** Даны числа: 2; 3; 5; 6; 8. Выпишите те из них, которые являются делителями числа: 1) 9; 2) 15; 3) 32; 4) 40.

**8°.** Найдите все делители числа: 1) 8; 2) 14; 3) 28; 4) 39.

**9°.** Найдите все делители числа: 1) 9; 2) 11; 3) 25; 4) 36.

**10°.** Даны числа: 10; 12; 14; 16; 18; 20. Выпишите те из них, которые являются кратными числа: 1) 4; 2) 6; 3) 3; 4) 8.

**11°.** Даны числа: 14; 18; 21; 24; 28; 30. Выпишите те из них, которые являются кратными числа: 1) 6; 2) 7; 3) 10; 4) 3.

**12°.** Дед Мороз принёс в детский сад подарки и подарил каждому ребёнку одинаковое их количество. Сколько подарков получил каждый ребёнок, если в садике 64 ребёнка, а подарков было: 1) 256; 2) 320; 3) 448?

**13°.** На координатном луче отметьте точку $A(2)$ и ещё четыре точки с координатами, кратными координате точки $A$.

**14°.** На координатном луче отметьте точку $B(3)$ и ещё три точки с координатами, кратными координате точки $B$.

**15°.** Даны числа: 10; 11; 13; 15; 18; 23. Выпишите те из них, которые являются: 1) простыми; 2) составными.

**16°.** Даны числа: 21; 25; 27; 29; 32; 37. Выпишите те из них, которые являются: 1) простыми; 2) составными.

**17°.** Даны числа: 7; 8; 10; 13; 19; 24; 31; 34; 37; 39; 42; 43. Выберите из них те, у которых:

1) только два делителя; 2) больше двух делителей.

**18.** Сколько делителей у числа: 1) 125; 2) 216; 3) 256; 4) 400?

**19.** Найдите все делители числа: 1) 96; 2) 100; 3) 144; 4) 180.

**20.** Найдите все делители числа: 1) 84; 2) 72; 3) 125; 4) 120.

**21.** В магазине цветные карандаши продают в коробках по 16 карандашей в каждой. Может ли учитель рисования купить:

1) 48 карандашей; 2) 64 карандаша; 3) 96 карандашей;
4) 120 карандашей? Если да, то сколько это коробок?

**22.** В спортивных соревнованиях принимают участие 108 школьников. Можно ли поделить их на команды:

1) по 6 человек; 2) по 12 человек; 3) по 16 человек; 4) по 24 человека? Если да, то сколько будет таких команд?

**23.** Найдите все двузначные числа, кратные числу:

1) 8; 2) 13; 3) 16; 4) 22.

**24.** Найдите все двузначные числа, кратные числу:

1) 9; 2) 11; 3) 12; 4) 15.

**25.** Найдите все трёхзначные числа, меньшие 400, для которых число 35 является делителем.

**26.** Найдите четыре наименьших числа, делителями которых являются числа 6 и 8.

**27.** Можно ли записать простое число в виде:

1) суммы двух чётных чисел;
2) суммы двух нечётных чисел;
3) суммы чётного и нечётного чисел?

Ответ объясните. Приведите примеры.

**28*.** Найдите четыре любых натуральных числа, имеющих ровно три делителя. Какую вы заметили закономерность?

**29*.** Найдите четыре любых натуральных числа, имеющих ровно четыре делителя. Какую вы заметили закономерность?

**30*.** Запишите число 48 в виде разности квадратов двух простых чисел, меньших 25.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**31.** Оксана покупала в магазине конфеты и получила 2 грн 25 к. сдачи. Могла ли она получить сдачу только монетами: 1) по 5 к.; 2) по 10 к.; 3) по 25 к.; 4) по 50 к.? Если да, то сколько было монет?

**32.** Возраст Иры, её старшой сестры Ольги, их мамы и бабушки — всё это делители числа 165. Найдите возраст сестры, мамы и бабушки девочки, если известно, что Ире — 11 лет.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**33.** Вычислите: 1) $\left(1\frac{3}{11}+2\frac{1}{11}\right)+3\frac{6}{11}$; 2) $5\frac{16}{21}-\left(2\frac{7}{21}+2\frac{10}{21}\right)$.

**34.** Магазин в первый день продал 180 кг помидоров, а во второй — 270 кг. На сколько процентов больше магазин продал помидоров во второй день?

# § 2. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 2, 10, 5

Запишем натуральный ряд чисел:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12...

Умножим каждое число на 2. Получили ряд чисел, кратных числу 2:

2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24...

Такие числа называют *чётными*. Их можно задать формулой:

$\mathbf{2n}$, где $n$ — некоторое натуральное число.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 считают *чётными цифрами*.

В натуральном ряде чётные числа чередуются с *нечётными* числами — они не делятся на 2. Например, числа 3, 5, 11 — нечётные. Их также можно задать формулой:

$\mathbf{2n-1}$, где $n$ — некоторое натуральное число.

Цифры 1, 3, 5, 7, 9 считают *нечётными цифрами*.

? Как выяснить, является ли чётным данное число? Для этого пользуются признаком делимости на 2.

**Запомните!**

**Признак делимости на 2**

**На 2 делятся те и только те числа, запись которых заканчивается чётной цифрой.**

Например, запись числа 538 заканчивается цифрой 8, которая является чётной, поэтому число 538 делится на 2. Действительно, 538 : 2 = 269. А вот запись числа 537 заканчивается нечётной цифрой 7, поэтому данное число не делится на 2.

Опираясь на натуральный ряд чисел, запишем ряд чисел, кратных числу 10:

10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120...

Как видим, запись каждого числа этого ряда заканчивается цифрой 0. Именно в этом и состоит признак делимости на 10.

**Запомните!**

**Признак делимости на 10**

**На 10 делятся те и только те числа, запись которых заканчивается цифрой 0.**

Например, число 1000 делится на 10, а число 1001 — не делится.

? Можно ли считать признак делимости на 10 признаком делимости на 5? Нет, так как существуют числа, которые делятся на 5, но не делятся на 10. Например, число 2055.

Опираясь на натуральный ряд чисел, запишем ряд чисел, кратных числу 5:

5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60...

Как видим, запись каждого числа этого ряда заканчивается либо цифрой 5, либо цифрой 0. Именно в этом и состоит признак делимости на 5.

**Запомните!**

**Признак делимости на 5**

**На 5 делятся те и только те числа, запись которых заканчивается либо цифрой 5, либо цифрой 0.**

Например, число 85 делится на 5, а число 86 — не делится.

**Задача.** Найдите все нечётные числа от 10 до 40, которые делятся на 5.

**Решение.**

**Способ 1.** Сначала выберем все нечётные числа от 10 до 40:

11; 13; 15; 17; 19; 21; ...; 39.

Применив к этим числам признак делимости на 5, получим искомые числа: 15; 25; 35.

**Способ 2.** Искомые числа — нечётные и делятся на 5. Поэтому среди них не должно быть чисел, запись которых заканчивается цифрой 0, поскольку такие числа — чётные. Итак, среди чисел от 10 до 40 достаточно выбрать числа, запись которых заканчивается только цифрой 5. Отсюда искомыми будут числа: 15; 25; 35.

**Обратите внимание:**

среди чисел, делящихся на 5, чётные числа делятся и на 10, а нечётные — нет.

**Узнайте больше**

*Признак делимости на 4.* Число делится на 4 тогда и только тогда, когда на 4 делится число, образованное двумя последними цифрами данного числа. Например, число 3436 делится на 4, поскольку число 36 делится на 4.

*Признак делимости на 8.* Число делится на 8 тогда и только тогда, когда на 8 делится число, образованное тремя последними цифрами данного числа. Например, число 29 176 делится на 8, поскольку число 176 делится на 8.

*Признак делимости на 25.* Число делится на 25 тогда и только тогда, когда на 25 делится число, образованное двумя последними цифрами данного числа. Например, число 6575 делится на 25, поскольку число 75 делится на 25.

*Признак делимости на 125.* Число делится на 125 тогда и только тогда, когда на 125 делится число, образованное тремя последними цифрами данного числа. Например, число 36 375 делится на 125, поскольку число 375 делится на 125.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие числа называются чётными? Нечётными?
2. Какие цифры считаются чётными? Нечётными?
3. Сформулируйте признак делимости на 2.
4. Сформулируйте признак делимости на 10.
5. Сформулируйте признак делимости на 5.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**35′.** Назовите: 1) три чётных числа; 2) три нечётных числа.

**36′.** Верно ли, что чётным является число:
1) 8; 2) 15; 3) 24; 4) 41?

**37′.** Верно ли, что нечётным является число:
1) 18; 2) 25; 3) 33; 4) 72?

**38′.** Назовите любые три числа, делящиеся на 10.

**39′.** Назовите любые три числа, делящиеся на 5.

**40°.** Из чисел от десяти до двадцати выпишите: 1) чётные числа; 2) нечётные числа.

**41°.** Даны числа: 5; 11; 13; 16; 24; 29; 30; 35; 48; 51.
Сколько среди данных чисел: 1) чётных; 2) нечётных?

**42°.** Даны натуральные числа от двадцати до тридцати. Выпишите те из них, которые являются: 1) чётными; 2) нечётными.

**43°.** Из чисел от двадцати до сорока выпишите те, что делятся на 2.

**44°.** Даны числа: 8; 12; 13; 15; 22; 25; 30; 32; 47; 54. Сколько среди данных чисел: 1) делятся на 2; 2) не делятся на 2?

**45°.** Из чисел от двадцати шести до сорока восьми выпишите те, что делятся на 2.

**46°.** Из чисел от трёх до пятидесяти выпишите те, что делятся на 10.

**47°.** Даны числа: 8; 10; 16; 20; 32; 35; 40; 56; 70; 99; 110. Сколько среди данных чисел: 1) делятся на 10; 2) не делятся на 10?

**48°.** Из чисел от двадцати пяти до семидесяти двух выпишите те, что делятся на 10.

**49°.** Из чисел от трёх до пятидесяти четырёх выпишите те, что делятся на 5.

**50°.** Даны числа: 7; 13; 15; 23; 25; 34; 40; 49; 55; 60; 78; 85; 99. Сколько среди данных чисел таких, что: 1) делятся на 5; 2) не делятся на 5; 3) делятся и на 5, и на 2?

**51°.** Из чисел от девяти до шестидесяти шести выпишите те, что делятся на 5.

**52°.** Из чисел от тридцати до пятидесяти выпишите те, что делятся:
1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

**53°.** Назовите любые три числа, которые не делятся:
1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) ни на 2, ни на 5.

**54°.** На координатном луче отметьте точки, координатами которых являются числа от одного до одиннадцати, кратные числу:
1) 2; 2) 5; 3) 10.

**55°.** На координатном луче отметьте точки, координатами которых являются числа от двух до пятнадцати, кратные числу:
1) 2; 2) 5; 3) 10.

**56°.** Даны числа: 110; 224; 355; 154; 180; 203; 432; 518; 650; 780. Выпишите те из них, которые делятся:
1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) и на 2, и на 5.

**57°.** Даны числа: 125; 252; 305; 160; 191; 210; 336; 520; 651; 890. Выпишите те из них, которые делятся:
1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) и на 2, и на 5.

**58°.** Допишите справа к числу 33 такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

**59°.** В числе 123* вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

**60°.** В числе 135* вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

**61°.** Вычислите значение выражения $125 \cdot 36 + 125 \cdot 3$ и выясните, делится ли полученное число на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.

**62°.** Вычислите значение выражения $137 \cdot 12 + 137 \cdot 18$ и выясните, делится ли полученное число на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.

**63.** Перечертите в тетрадь и заполните таблицу 1. Какую закономерность вы заметили?

*Таблица 1*

| $a$ | $b$ | $a + b$ | $a - b$ |
|---|---|---|---|
| чётное | чётное | | |
| чётное | нечётное | | |
| нечётное | чётное | | |
| нечётное | нечётное | | |

**64.** Даны числа от ста до двухсот. Сколько среди этих чисел:

1) чётных; 3) нечётных, делящихся на 5;
2) нечётных; 4) чётных, делящихся на 5?

**65.** Можно ли, используя только цифры 7 и 6, записать числа, которые:

1) делятся на 2; 3) делятся на 5;
2) не делятся на 2; 4) делятся на 10?

Если да, то приведите примеры.

**66.** Мама купила на базаре несколько упаковок яиц по 10 штук в каждой. Может ли быть так, что мама купила:

1) 25 яиц; 2) 44 яйца; 3) 60 яиц?

**67.** У Васи было 20 грн. Он купил 5 ручек и получил сдачу — 2 грн 42 к. Верно ли ему дали сдачу?

**68.** На 8 Марта мальчики 6-Б класса купили 14 букетов по 5 тюльпанов в каждом. Смогут ли мальчики подарить всем своим одноклассницам одинаковые букеты, если в 6-Б классе 10 девочек?

**69.** Для уроков рисования родители купили шестиклассникам 10 коробок карандашей, по 14 карандашей в каждой коробке. Можно ли поделить все карандаши так, чтобы каждому ученику досталось по 5 карандашей, если в классе 28 учеников?

**70.** Среди двузначных чисел, содержащих цифру 5, найдите все числа, которые:

1) делятся на 5; 3) делятся на 10;
2) делятся на 2 и на 5; 4) не делятся ни на 2, ни на 5.

**71.** Среди двузначных чисел, содержащих цифру 4, найдите все числа, которые:

1) делятся на 5; 3) делятся на 10;
2) делятся на 2 и на 5; 4) не делятся ни на 2, ни на 5.

**72*.** Запишите наименьшее трёхзначное число, делящееся на 10, если сумма его цифр равна: 1) 7; 2) 8; 3) 11.

**73*.** Запишите наибольшее трёхзначное число, делящееся на 5, если сумма его цифр равна:

1) 15; 2) 20; 3) 22.

**74*.** Среди четырёхзначных чисел, запись которых содержит только цифры 2, 5 и 0, выпишите те, что делятся:

1) на 25; 2) на 4.

**75*.** Как, не производя вычислений, определить, делится ли произведение $24 \cdot 13 \cdot 45 \cdot 16$: 1) на 10; 2) на 25?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**76.** Посчитайте, сколько лет в сумме составляет возраст учеников вашего класса. Делится ли полученное число: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?

**77.** Ученики 6-А класса сдали 400 кг макулатуры и получили в подарок по одной коробке конфет за каждый центнер макулатуры. В каждой коробке 25 конфет. Можно ли конфеты поделить поровну между всеми учениками, если в 6-А классе 20 учеников?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**78.** Вычислите:

1) 376,486 + 4,114; 2) 0,9879 + 359,0121; 3) 8,62 + 901,28.

**79.** Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 250 см. Длины рёбер параллелепипеда составляют 5 %, 8 % и 12 % от суммы. Вычислите объём параллелепипеда.

# § 3. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 9, 3

Запишем ряд чисел, кратных числу 9:

9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81; 90; 99; 108...

Как видим, признак делимости на 9 не связан с последней цифрой в записи числа. Он связан с сумой цифр в этой записи. Позже вы сможете это обосновать.

**Запомните!**

**Признак делимости на 9**

**На 9 делятся те и только те числа, сумма цифр которых делится на 9.**

Например, число 1476 делится на 9, поскольку $1 + 4 + 7 + 6 = 18$, а число 18 делится на 9. Число 1239 не делится на 9, поскольку $1 + 2 + 3 + 9 = 15$, а число 15 не делится на 9.

? Как выяснить, делится ли число на 3? Для этого пользуются признаком делимости на 3.

**Запомните!**

**Признак делимости на 3**

**На 3 делятся те и только те числа, сумма цифр которых делится на 3.**

Например, в числе 237 сумма цифр равна: $2 + 3 + 7 = 12$. Число 12 делится на 3, поэтому и число 237 делится на 3. Действительно, $237 : 3 = 79$.

? Можно ли считать, что числа, которые делятся на 9, делятся и на 3? Да. Поскольку сумма цифр чисел, кратных числу 9, делится на 9, то она делится и на 3. Однако обратное утверждение не будет верным: числа, которые делятся на 3, не всегда делятся на 9. Например, числа 12, 33, 213 делятся на 3, но не делятся на 9.

**Задача.** Найдите все трёхзначные числа, которые содержат цифры 5 и 1 и делятся на 9.

**Решение.** Обозначим неизвестную цифру звёздочкой. Сумма цифр искомого числа равна: $5 + 1 + * = 6 + *$. Эта сумма должна делиться на 9, поэтому вместо звёздочки можно подставить только цифру 3. А далее из цифр 1, 3, 5 составляем все возможные трёхзначные числа: 135; 153; 315; 351; 513; 531.

**Узнайте больше**

У вас мог возникнуть вопрос: «Как объяснить, почему сумма цифр в записи числа может показывать, делится ли число на 9?» Разберёмся на примерах.

Числа 99 и 999 делятся на 9, а числа 100 и 1000 на 9 не делятся. Представим эти числа в виде сумм:

$99 = 90 + 9$; $100 = 99 + 1$;

$999 = 900 + 90 + 9$; $1000 = 999 + 1$.

Проанализируем полученные суммы. В столбике слева каждое слагаемое суммы делится на 9, а в столбике справа — нет.

Вообще, если каждое слагаемое делится на данное число, то их сумма делится на данное число; если одно из слагаемых не делится на данное число, а сумма всех остальных слагаемых делится на данное число, то сумма не делится на данное число.

Запишем число 351 в виде суммы разрядных слагаемых и преобразуем её:

$$
\begin{aligned}
351 &= 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 = \\
&= 3 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 1 = \\
&= 3 \cdot 99 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 1 = \\
&= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 3 + 5 + 1 = \\
&= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 9.
\end{aligned}
$$

В полученной сумме каждое слагаемое делится на 9, поэтому число 351 делится на 9. Как видим, результат зависит от последнего слагаемого, которое получили как сумму: $3 + 5 + 1 = 9$. Эта сумма — не что иное, как сумма цифр данного числа.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте признак делимости на 9.
2. Сформулируйте признак делимости на 3.
3. Можно ли утверждать, что числа, которые делятся на 9, делятся и на 3?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**80′.** Назовите любые три числа, которые делятся: 1) на 9; 2) на 3.

**81′.** Верно ли закончено утверждение: «На 9 делятся те и только те числа... : 1) произведение цифр которых делится на 9»; 2) сумма цифр которых делится на 9»; 3) последней цифрой которых является цифра 9»?

**82′.** Верно ли закончено утверждение: «На 3 делятся те и только те числа... : 1) последней цифрой которых является цифра 3»; 2) последней цифрой которых является цифра 9»; 3) сумма цифр которых делится на 3»?

**83°.** Даны числа: 35; 44; 49; 53; 66; 111; 126; 135. Сколько среди этих чисел: 1) делятся на 9; 2) не делятся на 9?

**84°.** Даны натуральные числа от семидесяти до ста двадцати. Выпишите те из них, которые делятся на 9.

***85°.*** Даны натуральные числа от девяноста до ста тридцати трёх. Выпишите те из них, которые делятся на 9.

**86°.** Даны числа: 23; 24; 37; 39; 44; 48; 56; 59; 63; 73. Выпишите те из них, которые делятся на 3.

**87°.** Даны числа: 17; 23; 35; 43; 45; 51; 71; 88. Сколько среди этих чисел: 1) делятся на 3; 2) не делятся на 3?

**88°.** Даны натуральные числа от сорока одного до шестидесяти. Выпишите те из них, которые делятся на 3.

**89°.** Даны натуральные числа от семидесяти семи до ста двух. Выпишите те из них, которые делятся на 3.

**90°.** Назовите любые четыре трёхзначных числа, которые:
1) делятся на 9; 2) делятся на 3.

**91°.** Назовите любые три четырёхзначных числа, которые:
1) делятся на 9; 2) делятся на 3.

**92°.** На координатном луче отметьте точки, координатами которых являются числа от одного до тринадцати, кратные числу: 1) 9; 2) 3.

**93°.** На координатном луче отметьте пять точек, координатами которых являются числа, кратные числу 9 или числу 3.

**94°.** Допишите слева к числу 70 такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**95°.** Допишите справа к числу 131 такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**96°.** Допишите слева к числу 128 такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**97°.** В числе 1*21 вместо звёздочки вставьте такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**98°.** В числе 50*9 вместо звёздочки вставьте такую цифру, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**99°.** Найдите значение выражения $5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1$ и укажите, делится ли полученное число: 1) на 9; 2) на 3.

**100°.** Найдите значение выражения $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 3$ и укажите, делится ли полученное число: 1) на 9; 2) на 3.

**101.** На фабрике расфасовывают конфеты в коробки по 9 штук в каждую. Может ли так случиться, что в ящике с коробками окажется: 1) 243 конфеты; 2) 424 конфеты; 3) 513 конфет?

**102.** Сколько из чисел от ста до двухсот таких, что делятся:
1) на 9; 2) на 3.

**103.** Можно ли, используя только цифры 2 и 3, записать числа, которые делятся: 1) на 9; 2) на 3?
Если да, то приведите пример.

**104.** Запишите наибольшее трёхзначное число, делящееся:
1) на 9; 2) на 3.

**105.** Запишите наименьшее четырёхзначное число, делящееся:
1) на 9; 2) на 3.

**106.** Используя только одинаковые цифры, запишите все возможные трёхзначные числа, делящиеся: 1) на 9; 2) на 3; 3) и на 3, и на 5.

**107.** В числе 1**37 вместо звёздочек вставьте такие цифры, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**108.** В числе 8*5*0 вместо звёздочек вставьте такие цифры, чтобы полученное число делилось: 1) на 9; 2) на 3.

**109.** Составьте все возможные пятизначные числа, которые содержат три пятёрки и делятся на 9.

**110.** Составьте все возможные четырёхзначные числа, которые содержат две пятёрки и делятся на 3.

**111*.** Андрей задумал трёхзначное число, которое делится на 9, каждая его цифра делится на 3, а сумма первых двух его цифр равна третьей цифре. Какое число задумал Андрей? Сколько решений имеет задача?

**112*.** Сколько чисел первой сотни не делятся ни на 9, ни на 3?

**113*.** Среди всех четырёхзначных чисел, запись которых содержит только цифры 1, 3 и 0, выпишите те, что делятся: 1) на 18; 2) на 6.

**114*.** Серёжа забыл первую цифру кода *85228, но помнил, что всё шестизначное число делится на 3. Сколько вариантов кодов нужно перебрать мальчику, чтобы открыть дверцу камеры хранения?

**115*.** Запишите наименьшее и наибольшее четырёхзначные числа, делящиеся и на 3, и на 5.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**116.** Юра победил в конкурсе чтецов и получил награду в размере 822 грн. Сколько денег достанется Юре, папе и маме, если они решат разделить премию поровну?

**117.** Мама поручила Тане купить 3 кг яблок и дала ей 25 грн. Таня принесла домой яблоки и сдачу — 1 грн 62 к. Верно ли ей дали сдачу?

**118.** Найдите сумму своих годовых оценок за 5-й класс. Делится ли полученное число: 1) на 9; 2) на 3?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**119.** На сколько сумма чисел 104,72 и 13,16 меньше числа 154,36 и больше числа 89,28?

**120.** Из одного порта в другой одновременно вышли пароход и катер. Скорость парохода — 32,4 км/ч, а скорость катера — 35,8 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 4,5 ч после начала движения?

# § 4. РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ НА МНОЖИТЕЛИ. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

Вы знаете, что каждое натуральное число, большее 1, имеет несколько делителей, поэтому его можно представить в виде произведения своих делителей. Например: $5 = 1 \cdot 5$; $6 = 1 \cdot 6$, или $6 = 2 \cdot 3$; $18 = 1 \cdot 18$, $18 = 2 \cdot 9$, или $18 = 3 \cdot 6$. О таких равенствах говорят, что данное число *разложили на множители*, а само равенство называют *разложением числа на множители*.

Число 5 — простое. Его можно разложить на множители только одним способом. Числа 6 и 18 — составные. Для них существует два и более разложений на множители. Однако эти разложения отличаются. В разложении $6 = 2 \cdot 3$ оба множителя являются простыми числами, а в разложении $18 = 2 \cdot 9$ первый множитель — простое число, а второй — составное, и его тоже можно разложить на множители: $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. А уже в этом разложении все множители являются простыми числами.

**Запомните!**

**Разложение числа на множители, в котором все множители — простые числа, называется *разложением числа на простые множители*.**

? Является ли разложением на простые множители равенство $5 = 1 \cdot 5$? Нет. В этом разложении один из множителей не является простым. Это число 1. Однако будем считать, что для любого простого числа также можно записать разложение на простые множители. Для этого достаточно записать в разложении само это число. Например, для данного простого числа 5 получим такое разложение: $5 = 5$.

**Задача 1.** Разложите на простые множители число 210.

**Решение.**

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

С помощью разложения числа на простые множители ищут общие делители двух чисел. Например, у чисел 12 и 30 есть два общих делителя — простые числа 2 и 3. Но числа 12 и 30 делятся и на число 6, то есть на произведение своих общих делителей. Число 6 — наибольшее число, на которое одновременно делится и число 12, и число 30. Такое число называют *наибольшим общим делителем двух чисел* 12 и 30.

Записывают: НОД (12; 30) = 6 и говорят: «Наибольшим общим делителем чисел 12 и 30 является число 6».

**Задача 2.** Найдите НОД чисел 18 и 45.

**Решение.**

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & \underline{3} \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & \underline{3} \\ 15 & \underline{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 18 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} = 2 \cdot 3^2 \\ 45 = \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 5 = 3^2 \cdot 5 \\ НОД(18; 45) = 3^2 = 9 \end{array}$$

Ответ: НОД (18; 45) = $3^2$ = 9.

**Запомните!**

***Наибольшим общим делителем двух чисел*** **называется наибольшее число, на которое делится каждое из данных чисел.**

**Запомните!**

**Правило нахождения НОД**

**Чтобы найти НОД двух чисел:**

**1) разложите данные числа на простые множители;**

**2) найдите произведение общих делителей данных чисел.**

? Можно ли найти НОД двух чисел, не имеющих общих делителей, кроме числа 1? Да. Но НОД таких чисел равен 1.

Два числа, НОД которых равен 1, называют *взаимно простыми*. Например, НОД (8; 21) = 1. Значит, числа 8 и 21 — взаимно простые. Два разных простых числа также являются взаимно простыми. Например, НОД (7; 13) = 1, поэтому простые числа 7 и 13 являются взаимно простыми.

? Можно ли найти НОД нескольких чисел? Да. Для этого выполняют те же действия, что и в задаче 2, но для нескольких чисел. Например, найдём НОД (9; 12; 30). Имеем: $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Следовательно, НОД (9; 12; 30) = 3.

**Узнайте больше**

Интересный способ нахождения НОД двух чисел описал Евклид (около 365 – 300 лет до н. э.) в своей книге «Начала». В честь учёного этот способ называется «алгоритмом Евклида».

Пусть нужно найти НОД двух чисел $a$ и $b$, где $a > b$. Из данных чисел образуем пары: $a$ и $b$ и $a - b$ и $b$. Заметим, что НОД для каждой пары один и тот же: НОД ($a$; $b$) = НОД ($a - b$; $b$). Число $a - b$ обозначим как $c$. Из чисел $c$ и $b$ снова берём большее, пусть это будет число $b$. Вычтем из большего числа меньшее: $b - c$. Тогда имеем: НОД ($a$; $b$) = НОД ($a - b$; $b$) = = НОД ($c$; $b$) = НОД ($b$; $c$) = НОД ($b - c$; $c$). Повторяем эту цепочку рассуждений, пока не получим пару одинаковых чисел ($d$; $d$). Число $d$ и есть НОД чисел $a$ и $b$.

Например, НОД (56; 16) = НОД (56 – 16; 16) = НОД (40; 16) = = НОД (40 – 16; 16) = НОД (24; 16) = НОД (24 – 16; 16) = НОД (8; 16) = = НОД (16; 8) = НОД (16 – 8; 8) = НОД (8; 8) = 8.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется разложением числа на простые множители?
2. Можно ли разложить на простые множители простое число?
3. Как разложить составное число на простые множители?
4. Какое число называется наибольшим общим делителем двух чисел?
5. Как найти наибольший общий делитель двух чисел?
6. Какие два числа называются взаимно простыми?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**121′.** Является ли разложением на простые множители равенство:
1) $10 = 2 \cdot 5$; 2) $10 = 10$; 3) $10 = 2{,}5 \cdot 4$?

**122′.** Верно ли, что общим делителем чисел 12 и 8 является число:
1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 2?

**123′.** Верно ли, что наибольшим общим делителем чисел 12 и 8 является число:
1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 2?

**124′.** Верно ли, что число 7 является взаимно простым с числом:
1) 3; 2) 14; 3) 16; 4) 42?

**125°.** На какие простые числа делится число:
1) 15; 2) 32; 3) 36; 4) 44?

**126°.** На сколько простых множителей можно разложить число:
1) 17; 2) 18; 3) 22; 4) 56?

**127°.** Разложите на простые множители число:
1) 28; 2) 48; 3) 64; 4) 72.

***128°.*** Разложите на простые множители число:
1) 42; 2) 54; 3) 84; 4) 96.

**129°.** Найдите все делители числа — значения числового выражения $3 \cdot 5 \cdot 7$.

**130°.** Верно ли, что число 4 является общим делителем чисел:
1) 16 и 22; 2) 24 и 30; 3) 36 и 64; 4) 44 и 96?

**131°.** Из натуральных чисел от десяти до шестидесяти выпишите те, что делятся: 1) на 6; 2) на 9; 3) на 12.

**132°.** На координатном луче отметьте точки с координатами — делителями числа 16.

***133°.*** На координатном луче отметьте точки з координатами — делителями числа 12.

**134°.** Верно ли, что наибольшим общим делителем чисел 24 и 18 является число: 1) 72; 2) 4; 3) 6; 4) 8?

**135°.** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 28 и 42; 2) 34 и 51; 3) 64 и 48; 4) 75 и 125.

***136°.*** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 24 и 36; 2) 26 и 65; 3) 70 и 105; 4) 96 и 144.

**137°.** Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби:
1) $\frac{45}{75}$; 2) $\frac{72}{156}$; 3) $\frac{52}{156}$; 4) $\frac{44}{132}$.

***138°.*** Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби:
1) $\frac{35}{55}$; 2) $\frac{48}{112}$; 3) $\frac{34}{136}$; 4) $\frac{42}{154}$.

**139.** Найдите наименьшее число, наибольшим общим делителем которого и числа 24 является число: 1) 6; 2) 8; 3) 12.

**140°.** Верно ли, что взаимно простыми являются числа:
1) 6 и 21; 2) 27 и 111; 3) 36 и 117; 4) 44 и 95?

**141°.** Даны числа: 5; 12; 18; 25; 26; 33; 37. Выпишите все возможные пары взаимно простых чисел.

**142°.** Запишите все двузначные числа, меньшие двадцати, которые являются взаимно простыми с числом 20.

***143°.*** Запишите все двузначные числа, большие двадцати, но меньшие тридцати, которые являются взаимно простыми с числом 25.

**144.** Найдите все числа, которые раскладываются на два простых однозначных множителя.

**145.** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 204 и 420; 2) 144 и 324; 3) 625 и 875; 4) 126 и 378.

***146.*** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 162 и 270; 2) 154 и 396; 3) 279 и 496; 4) 270 и 495.

**147.** Какое наибольшее количество одинаковых наборов можно составить из 150 ручек и 315 карандашей?

***148.*** Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 540 тюльпанов и 405 нарциссов?

**149.** Даны натуральные числа от двадцати до тридцати. Выпишите из них все возможные пары взаимно простых чисел.

***150.*** Даны натуральные числа от сорока до пятидесяти. Выпишите из них все возможные пары взаимно простых чисел.

**151.** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 15, 45 и 80; 2) 16, 28 и 36; 3) 34, 36 и 90; 4) 42, 70 и 98.

***152.*** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 8, 12 и 20; 2) 25, 40 и 100; 3) 32, 36 и 60; 4) 44, 66 и 132.

**153.** Какое наибольшее количество одинаковых новогодних подарков можно составить из 135 мандаринов, 189 яблок и 243 конфет?

**154.** Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 336 белых роз, 528 красных роз и 720 жёлтых роз?

**155*.** Запишите наименьшее трёхзначное число, наибольшим общим делителем которого и числа 312 является число 39.

**156*.** Запишите наибольшее трёхзначное число, наибольшим общим делителем которого и числа 252 является число 42.

**157*.** Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 54, 108, 162 и 378; 2) 405, 630, 945 и 1350.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**158.** Прямоугольный металлический лист размером 52 × 78 см нужно разрезать на наименьшее количество одинаковых квадратов. Сколько таких квадратов можно получить и какие размеры имеет каждый из них?

**159.** Папа решил облицевать три стены ванной комнаты плиткой квадратной формы так, чтобы её не разрезать. Все стены комнаты имеют форму прямоугольника и размеры: 240 см и 140 см; 240 см и 220 см; 240 см и 140 см. Каким может быть наибольший возможный размер одной плитки? Сколько таких плиток нужно для облицовки ванной комнаты?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**160.** Решите уравнение:
1) $(x + 6{,}5) - 7{,}9 = 18{,}4$; 2) $(x - 13{,}8) \cdot 2{,}6 = 39{,}52$.

**161.** Сплав золота и серебра содержит 33 % золота. Сколько золота и серебра содержится в сплаве массой 2,6 кг?

# § 5. НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

Найдём кратные числа 4. Для этого достаточно умножить число 4 на числа натурального ряда:

4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44...

Аналогично найдём кратные числа 6:

6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; 66...

Среди кратных числа 4 и числа 6 есть такие числа, которые делятся на оба данных числа:

12; 24; 36; 48...

Эти числа являются общими кратными чисел 4 и 6. Наименьшим среди них является число 12. Это — *наименьшее общее кратное* двух чисел 4 и 6.

Записывают: НОК (4; 6) = 12 и говорят: «*Наименьшим общим кратным* чисел 4 и 6 является число 12».

**Запомните!**

***Наименьшим общим кратным* двух чисел называется наименьшее число, которое делится на каждое из данных чисел.**

Общие кратные нескольких чисел можно находить при помощи разложений данных чисел на простые множители.

**Задача 1.** Найдите НОК чисел 18 и 45.

**Решение.**

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3;$

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5.$

НОК (18; 45) $= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90.$

Ответ: НОК (18; 45) = 90.

**Запомните!**

**Правило находжения НОК**

**Чтобы найти НОК двух чисел:**

1) **разложите данные числа на простые множители;**
2) **запишите разложение одного из данных чисел;**
3) **допишите к этому разложению такие множители из разложения другого числа, которые ещё не вошли в произведение;**
4) **вычислите полученное произведение.**

? Как найти НОК двух взаимно простых чисел? Нескольких чисел?

Поскольку у взаимно простых чисел нет других общих делителей, кроме 1, то НОК взаимно простых чисел равно их произведению. Например, НОК (8; 21) = $= 8 \cdot 21 = 168$.

НОК нескольких чисел находят так же, как и двух чисел. Например, найдём НОК (9; 12; 15). Имеем:

$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$. Отсюда

НОК $(9; 12; 15) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$.

**Узнайте больше**

Оказывается, между НОК и НОД чисел $a$ и $b$ существует связь:

$$\text{НОК}(a; b) \cdot \text{НОД}(a; b) = a \cdot b.$$

Например, для чисел 54 и 48 получим:

$$54 = 2 \cdot 3^3, 48 = 2^4 \cdot 3.$$

Отсюда НОД (54; 48) = 6, НОК (54; 48) = 432. А теперь воспользуемся формулой. Имеем:

$$\text{НОК}(54; 48) \cdot \text{НОД}(54; 48) = 432 \cdot 6 = 2592 = 54 \cdot 48.$$

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Какое число называется общим кратным двух чисел?
2. Какое число называется наименьшим общим кратным двух чисел?
3. Как найти наименьшее общее кратное двух чисел?
4. Как найти наименьшее общее кратное двух взаимно простых чисел?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**162′.** Назовите любые три числа, являющиеся общими кратными чисел 4 и 10. Есть ли среди них НОК (4; 10)?

**163′.** Верно ли, что наименьшим общим кратным двух взаимно простых чисел является их: 1) сумма; 2) разность; 3) произведение; 4) частное?

**164′.** Верно ли, что наименьшим общим кратным чисел 5 и 3 является число: 1) 8; 2) 15; 3) 30?

**165°.** Из чисел от десяти до тридцати пяти выпишите те, что являются общими кратными чисел: 1) 2 и 5; 2) 4 и 8; 3) 4 и 12.

***166°.*** Из чисел от двенадцати до сорока выпишите те, что являются общими кратными чисел: 1) 3 и 5; 2) 3 и 6; 3) 3 и 12.

**167°.** На координатном луче отметьте две точки, у которых координаты являются общими кратными чисел 2 и 3. (За единичный отрезок примите клеточку тетради.)

***168°.*** На координатном луче отметьте три точки, у которых координаты являются общими кратными чисел 3 и 4. (За единичный отрезок примите полклеточки тетради.)

**169°.** Найдите НОК чисел $a$ и $b$, если: 1) $a=2\cdot3\cdot7$, $b=3\cdot5\cdot7$; 2) $a=2\cdot2\cdot3\cdot5$, $b=2\cdot3\cdot3\cdot5$; 3) $a=2\cdot3\cdot3\cdot7$, $b=3\cdot3\cdot5\cdot7$.

**170°.** Найдите НОК чисел: 1) 12 и 18; 2) 15 и 18; 3) 14 и 21.

***171°.*** Найдите НОК чисел: 1) 24 и 28; 2) 24 и 32; 3) 24 и 36.

**172°.** Найдите НОК числителя и знаменателя дроби:

1) $\frac{15}{25}$; 2) $\frac{9}{25}$; 3) $\frac{96}{144}$; 4) $\frac{32}{54}$.

**173°.** Найдите НОК знаменателей дробей:

1) $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{64}$; 2) $\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{33}$; 3) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{112}$; 4) $\frac{1}{45}$ и $\frac{1}{75}$.

***174°.*** Найдите НОК знаменателей дробей:

1) $\frac{1}{45}$ и $\frac{1}{105}$; 2) $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{75}$; 3) $\frac{1}{112}$ и $\frac{1}{84}$.

**175°.** Известно, что НОК $(x; y)=xy$. Что можно сказать об этих числах?

**176.** Известно, что в ящике меньше, чем 80 яблок, и что их количество делится на 3, на 4, на 5 и на 6. Сколько яблок в ящике?

**177.** Мама испекла пирожки. Сколько пирожков испекла мама, если известно, что это число меньше 50 и делится на 4, 6 и 9?

**178.** Юриному дедушке меньше 90 лет, но число его лет делится на 6, 8, 9 и 12. Сколько лет дедушке?

**179.** Найдите НОК чисел:

1) 64 и 54; 3) 100 и 125; 5) 168 и 140; 7) 125 и 225;
2) 95 и 114; 4) 121 и 88; 6) 144 и 324; 8) 185 и 111.

**180.** Найдите НОК чисел:

1) 162 и 243; 2) 192 и 256; 3) 252 и 189; 4) 264 и 300.

**181.** Найдите НОК чисел:

1) 8, 12 и 18; 3) 33, 44 и 121; 5) 18, 24 и 32; 7) 21, 28 и 42;
2) 16, 32 и 48; 4) 35, 84 и 105; 6) 25, 45 и 60; 8) 11, 13 и 23.

**182.** Найдите НОК чисел:

1) 22, 33 и 55; 2) 16, 20 и 36; 3) 10, 25 и 35; 4) 11, 17 и 19.

**183.** Решите данную пару уравнений и найдите НОК $(x; y)$:

1) $4{,}12x + 11{,}68 = 160$ и $3{,}34y - 20{,}64 = 300$;
2) $2{,}36x - 7{,}2 = 99$ и $1{,}55y + 7{,}25 = 170$.

**184.** Даны числа от десяти до двадцати. Выпишите все возможные пары взаимно простых чисел и найдите их НОК.

**185*.** Какое наименьшее четырёхзначное число делится и на 31, и на 3?

**186*.** Какое наибольшее трёхзначное число делится и на 28, и на 5?

**187*.** Каждое из двух двузначных чисел, записанных одними и теми же цифрами, делится на 9. Найдите все возможные пары таких чисел и их НОК.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**188.** Вдоль дороги от города *N* стояли столбы на расстоянии 30 м друг от друга. Эти столбы решили заменить новыми и поставить их на расстоянии 45 м друг от друга. Найдите расстояние от города *N* до второго нового столба.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**189.** Длина отрезка $BC$ равна 24 см. Отрезок $AD$ длиннее отрезка $BC$ на 5 см и короче отрезка $MN$ на 7 см. Найдите сумму длин отрезков $BC$, $AD$ и $MN$.

**190.** Найдите три числа, если их среднее арифметическое равно 12, а второе число вдвое больше первого и второе меньше третьего.

ГЛАВА 2

# ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

**Вы узнаете:**

- об основном свойстве дроби;
- как сокращать дроби;
- как приводить дроби к общему знаменателю;
- как сравнивать дроби с разными знаменателями;
- как выполнять арифметические действия с дробями;
- что такое десятичные приближения обыкновенной дроби;
- как применить изученный материал на практике

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

# § 6. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ

Посмотрите на рисунки 2 и 3. Вы видите, что два равных квадрата разделены на две части: первый квадрат — на 4 равные доли (рис. 2), а второй — на 8 равных долей (рис. 3). На обоих рисунках закрашена одна и та же часть квадрата. Но на первом рисунке такая часть составляет $\frac{1}{4}$ квадрата, а на втором — $\frac{2}{8}$ квадрата. Значит, дробь $\frac{1}{4}$ можем заменить дробью $\frac{2}{8}$ потому, что значения этих дробей равны: $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$.

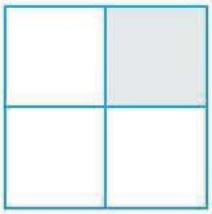


Рис. 2

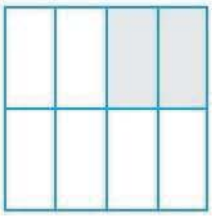


Рис. 3

Чтобы понять, как из дроби $\frac{1}{4}$ можно получить дробь $\frac{2}{8}$, будем рассуждать так. Второй квадрат разделили на количество долей, вдвое большее, чем первый квадрат (это показывают знаменатели дробей). Поэтому, если во втором квадрате взять во столько же раз больше долей, то получим равенство — одна доля первого квадрата равна двум долям второго квадрата. Отсюда: $\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{2}{8}$.

Рассуждая в обратном порядке, получим: $\frac{2}{8}=\frac{2:2}{8:2}=\frac{1}{4}$.

Такое свойство называют *основным свойством дроби.*

**Запомните!**

**Основное свойство дроби**

**Значение дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля.**

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}, \text{ если } c\neq 0; \quad \frac{a}{b}=\frac{a:c}{b:c}, \text{ если } c\neq 0.$$

**Задача 1.** Мама купила детям молочный шоколад, состоящий из 18 долек. Таня сказала, что съела $\frac{1}{6}$ плитки шоколада, а Ваня сказал, что съел $\frac{3}{18}$ плитки. Мама сказала, что каждый из детей съел одинаковую часть плитки шоколада. Так ли это?

**Решение.** Таня и Ваня меряли плитку шоколада разными мерками: Таня меряла шестыми частями, а Ваня — восемнадцатыми частями. По основному свойству дроби: $\frac{1}{6}=\frac{3}{18}$. Значит, Таня и Ваня действительно съели одинаковые части плитки шоколада. Мама была права.

**Обратите внимание:**

если дроби равны, то их считают разными записями одного числа.

По основному свойству дроби, можем записать: $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$. Здесь числитель и знаменатель дроби $\frac{6}{16}$ мы разделили на 2 и получили дробь с меньшим знаменателем 8 и меньшим числителем 3. Такое преобразование дроби называют *сокращением дроби*.

? Каждую ли дробь можно сократить? Нет. Например, числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{7}$ не имеют других общих делителей, кроме числа 1. Числа 5 и 7 являются взаимно простыми, поэтому дробь $\frac{5}{7}$ сократить нельзя.

Такие дроби называют *несократимыми*. Например, дроби $\frac{5}{8}$, $\frac{20}{21}$, $\frac{19}{36}$ — несократимые.

**Запомните!**

**Правило сокращения дроби**

**Чтобы сократить дробь, нужно:**

1) **для числителя и знаменателя дроби найти общий делитель, не равный 1;**
2) **разделить знаменатель дроби на общий делитель и результат записать в знаменателе новой;**
3) **разделить числитель дроби на общий делитель и результат записать в числителе новой дроби.**

Например:

$$\frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{12}_{6}} = \frac{5}{6}.$$

Если после сокращения дроби получили дробь, которую можно ещё сократить, то действие сокращения повторяют, пока не получат несократимую дробь. Например:

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}.$$

**Обратите внимание:**

если дробь сократить на НОД числителя и знаменателя, то получим несократимую дробь.

**Узнайте больше**

В Древнем Риме система дробей была достаточно интересной. В её основу было положено деление на 12 частей единицы массы, которую называли *асс*. $\frac{1}{12}$ асса называли «унцией». Путь,

время и другие величины римляне также сравнивали с массой. Например, они говорили, что прошли семь унций пути или прочитали три унции книги. При этом, конечно, речь шла не о взвешивании пути или книги. Римляне имели в виду, что пройдено $\frac{7}{12}$ пути или прочитано $\frac{3}{12}$ книги.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте основное свойство дроби.
2. Объясните, изменится ли значение дроби, если только его числитель умножить на некоторое натуральное число.
3. Объясните, изменится ли значение дроби, если только его знаменатель умножить на некоторое натуральное число.
4. Объясните, что такое сокращение дроби.
5. Каждую ли дробь можно сократить?
6. Сформулируйте правило сокращения дроби.
7. Какие дроби называют несократимыми?
8. На какое число нужно сократить дробь, чтобы получить несократимую дробь?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**191′.** Верно ли, что значение дроби не изменится, если:
1) числитель дроби умножить на 5;
2) знаменатель дроби умножить на 5;
3) числитель и знаменатель дроби умножить на 5?

**192′.** Верно ли, что значение дроби не изменится, если:
1) числитель дроби разделить на 7;
2) знаменатель дроби разделить на 7;
3) числитель и знаменатель дроби разделить на 7?

**193′.** Ира утверждает, что верно применила основное свойство дроби к числу $\frac{2}{7}$ и получила дробь:

1) $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{4}{14}$; 3) $\frac{2}{14}$; 4) $\frac{4}{28}$. Права ли девочка?

**194′.** Андрей утверждает, что записал равенство согласно основному свойству дроби:

1) $\frac{10}{16}=\frac{10:2}{16:4}$; 2) $\frac{10}{16}=\frac{10:2}{16:2}$; 3) $\frac{10}{16}=\frac{10:5}{16:4}$.

Прав ли мальчик?

**195°.** Дано: $\frac{5}{9}=\frac{20}{36}$. На какое число умножили числитель и знаменатель первой дроби, чтобы получить вторую дробь:

1) на 2; 2) на 4; 3) на 5; 4) на $\frac{1}{4}$?

**196°.** Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{11}$: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 4; 4) на 5. Запишите соответствующие равенства.

**197°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{5\cdot *}{8\cdot *}=\frac{30}{48}$; 2) $\frac{7\cdot *}{9\cdot *}=\frac{28}{36}$; 3) $\frac{15\cdot *}{17\cdot *}=\frac{45}{51}$; 4) $\frac{10\cdot *}{11\cdot *}=\frac{70}{77}$.

***198°.*** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{3\cdot *}{10\cdot *}=\frac{15}{50}$; 2) $\frac{11\cdot *}{12\cdot *}=\frac{66}{72}$.

**199°.** Каким должен быть числитель дроби, равной данной? Начертите в тетради таблицу 2 и заполните её.

*Таблица 2*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{2}{5}$ | $\frac{}{10}$ | $\frac{}{25}$ | $\frac{}{35}$ | $\frac{}{65}$ |
| $\frac{3}{8}$ | $\frac{}{24}$ | $\frac{}{40}$ | $\frac{}{56}$ | $\frac{}{96}$ |
| $\frac{8}{9}$ | $\frac{}{27}$ | $\frac{}{45}$ | $\frac{}{81}$ | $\frac{}{117}$ |

**200°.** Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину десяти клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки $A\left(\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{5}\right)$. Какими ещё дробями можно выразить координаты этих точек? Запишите по два таких равенства.

**201°.** Верно ли, что НОД числителя и знаменателя дроби $\frac{24}{64}$ является число: 1) 4; 2) 8; 3) 12; 4) 16?

**202°.** Применив основное свойство дроби, выясните, верно ли, что $\frac{12}{18}$ равны: 1) $\frac{2}{8}$; 2) $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{8}$?

**203°.** Является ли несократимой дробь:

1) $\frac{6}{15}$; 2) $\frac{9}{27}$; 3) $\frac{10}{11}$; 4) $\frac{22}{35}$?

**204°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{*}{8}=\frac{20}{32}$; 2) $\frac{6}{*}=\frac{36}{42}$; 3) $\frac{*}{5}=\frac{28}{35}$; 4) $\frac{9}{*}=\frac{72}{88}$.

**205°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство::

1) $\frac{*}{9}=\frac{25}{45}$; 2) $\frac{4}{*}=\frac{16}{44}$; 3) $\frac{*}{12}=\frac{28}{48}$; 4) $\frac{10}{*}=\frac{70}{91}$.

**206°.** Разделите числитель и знаменатель дробей $\frac{16}{24}$, $\frac{32}{40}$, $\frac{48}{56}$, $\frac{8}{64}$ на 8. Запишите соответствующие равенства.

**207°.** Воспользуйтесь циферблатом часов и объясните равенства:

1) $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$; 2) $\frac{25}{60}=\frac{5}{12}$; 3) $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$; 4) $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$.

**208°.** Сократите дробь, применив её основное свойство:

1) $\frac{36}{48}$; 2) $\frac{35}{75}$; 3) $\frac{44}{121}$; 4) $\frac{96}{112}$.

**209°.** Сократите дробь, применив её основное свойство:

1) $\frac{26}{65}$; 2) $\frac{32}{96}$; 3) $\frac{38}{171}$; 4) $\frac{125}{675}$.

**210°.** Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину 16 клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки с координатами: $\frac{2}{16}$; $\frac{4}{16}$; $\frac{6}{16}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$.

Каким из этих чисел соответствует одна и та же точка на координатной прямой? Запишите соответствующие равенства.

**211°.** Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину 18 клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки с координатами: $\frac{2}{18}$; $\frac{4}{18}$; $\frac{6}{18}$; $\frac{10}{18}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{16}{18}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{6}{9}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$.

Каким из этих чисел соответствует одна и та же точка на координатной прямой? Запишите соответствующие равенства.

**212°.** Представьте в виде обыкновенной несократимой дроби:

1) 0,1; 2) 0,05; 3) 0,24; 4) 0,125.

**213°.** Какое число нужно умножить на 4, чтобы получить: 0,4; 0,44; 1,2; 3,6; 1,44? Запишите такие равенства обыкновенными дробями.

**214°.** Запишите все натуральные значения $a$, при которых дробь $\frac{a}{16}$ является правильной несократимой.

**215°.** Запишите все натуральные значения $b$, при которых дробь $\frac{b}{18}$ является правильной несократимой.

**216.** Запишите каждую из дробей $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{a}{8}$, $\frac{b}{9}$ в виде дроби со знаменателем: 1) 72; 2) 144; 3) 504. Числитель и знаменатель какой дроби умножили на наибольшее число?

**217.** Запишите каждую из дробей $\frac{5}{15}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{a}{3}$, $\frac{b}{5}$ в виде дроби со знаменателем: 1) 900; 2) 1350; 3) 2700. Числитель и знаменатель какой дроби умножили на наименьшее число?

**218.** Даны числа: $\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{5}{16}$, $\frac{33}{64}$, $\frac{35}{128}$. Запишите каждое число в виде дроби со знаменателем: 1) $256a$; 2) $512a$; 3) $1024a$, где $a$ — натуральное число.

**219.** Даны числа: $\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{9}$, $2\frac{5}{27}$, $\frac{35}{81}$, $\frac{11}{18}$. Запишите каждое число в виде дроби со знаменателем: 1) $162b$; 2) $324b$; 3) $648b$, где $b$ — натуральное число.

**220.** Сократите дробь:

1) $\frac{192}{448}$; 2) $\frac{175}{385}$; 3) $\frac{625}{750}$; 4) $\frac{243}{567}$; 5) $\frac{135}{495}$; 6) $\frac{448}{512}$.

**221.** Сократите дробь:

1) $\frac{135}{216}$; 2) $\frac{108}{288}$; 3) $\frac{625}{1125}$; 4) $\frac{132}{308}$.

**222.** Представьте число в виде неправильной дроби и сократите её:

1) $1\frac{42}{105}$; 2) $1\frac{66}{99}$; 3) $3\frac{75}{250}$; 4) $4\frac{60}{144}$.

**223.** Выразите в килограммах и представьте несократимой дробью:

1) 15 г; 2) 125 г; 3) 250 г; 4) 640 г.

**224.** Выразите в минутах и представьте в виде смешанного числа с несократимой дробной частью:

1) 640 с; 2) 355 с; 3) 425 с; 4) 244 с.

**225.** Выразите в часах и представьте в виде смешанного числа с несократимой дробной частью:

1) 370 мин; 2) 450 мин; 3) 552 мин; 4) 636 мин.

**226.** Сократите дробь, если буквами обозначены натуральные числа:

1) $\frac{2ab}{4a}$; 2) $\frac{3abc}{18c}$; 3) $\frac{15xy}{25x}$; 4) $\frac{16yz}{24xz}$.

**227.** Сократите дробь, если буквами обозначены натуральные числа:

1) $\frac{2abc}{6b}$; 2) $\frac{12ab}{16ac}$; 3) $\frac{14xy}{28y}$; 4) $\frac{32z}{24xyz}$.

**228.** При каком значении $x$ верным является равенство:

1) $\frac{x}{13}=\frac{6}{26}$; 2) $\frac{x}{12}=\frac{20}{48}$; 3) $\frac{12}{x}=\frac{72}{114}$; 4) $\frac{10}{13x}=\frac{70}{91}$?

**229.** При каком значении $x$ верным является равенство:

1) $\frac{x-2}{6}=\frac{8}{24}$; 2) $\frac{x+1}{5}=\frac{15}{25}$; 3) $\frac{5}{2x-3}=\frac{25}{35}$; 4) $\frac{9}{2x+1}=\frac{36}{44}$?

**230.** Сумма числителя и знаменателя дроби равна 105. После её сокращения получили дробь $\frac{1}{2}$. Найдите исходную дробь.

***231.*** Сумма числителя и знаменателя дроби равна 136. После её сокращения получили дробь $\frac{8}{9}$. Найдите исходную дробь.

**232*.** Можно ли сократить дробь, дополняющую до единицы несократимую дробь? Рассмотрите несколько примеров и выявите некоторую закономерность.

**233*.** Чему равна дробь $\frac{1\cdot2\cdot3+2\cdot4\cdot6+4\cdot8\cdot12+7\cdot14\cdot21}{1\cdot3\cdot5+2\cdot6\cdot10+4\cdot12\cdot20+7\cdot21\cdot35}$?

**234*.** Сократите дроби или докажите, что они являются несократимыми:

1) $\frac{1197}{4273}$; 2) $\frac{1089}{3025}$; 3) $\frac{805}{1236}$; 4) $\frac{777}{11\,211}$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**235.** Марина сказала, что решила контрольную работу быстрее Кати. Выясните, была ли права девочка, если Марина затратила на решение контрольной работы $\frac{7}{12}$ ч, а Катя — 35 мин.

**236.** Запишите в минутах время, в течение которого длится: 1) 1 урок; 2) 2 урока; 3) 4 урока; 4) 6 уроков. Полученное число преобразуйте в часы и представьте в виде несократимой дроби.

**237.** Папа купил 2 арбуза общей массой 12 кг. Оба арбуза разделили поровну между всеми членами семьи: папой, мамой, двумя бабушками, двумя дедушками, Леной и её братом Назаром. Какова масса (в килограммах) той части арбузов, которая достанется каждому члену семьи? Полученное число сократите.

### ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**238.** Решите уравнение:

1) $(7x - 24) : 6 + 26 = 29$; 2) $(99 - 9y) \cdot 8 + 14 = 86$.

**239.** Одна сторона прямоугольника втрое больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 72 см.

## § 7. ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ. СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

Вы уже знаете, что дробь $\frac{1}{4}$ можно заменить дробью $\frac{4}{16}$ потому, что значения этих дробей равны: $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$.

О таком равенстве говорят, что дробь $\frac{1}{4}$ *привели к новому знаменателю* 16. Для приведения дроби к новому знаменателю применяют основное свойство дроби.

Часто заранее известно, к какому именно знаменателю нужно привести данную дробь. Например, дробь $\frac{3}{10}$ нужно привести к знаменателю 50. Для этого сначала следует узнать, во сколько раз новый знаменатель 50 больше знаменателя данной дроби: 50 : 10 = 5 (раз). Затем — во столько раз нужно увеличить числитель

данной дроби: $3 \cdot 5 = 15$. Следовательно, $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 5} = \frac{15}{50}$.

Число 5 называют *дополнительным множителем*.

**Обратите внимание:**

— дополнительный множитель является натуральным числом;
— чтобы найти дополнительный множитель, разделите новый знаменатель на знаменатель данной дроби.

? К любому ли знаменателю можно привести данную дробь? Нет. Например, дробь $\frac{7}{10}$ нельзя привести к знаменателю 11 или 25, поскольку ни число 11, ни число 25 не делятся на число 10.

**Запомните!**

**Правило приведения дроби к новому знаменателю**

**Чтобы привести дробь к новому знаменателю, нужно:**

1) **записать новый знаменатель в знаменателе новой дроби;**
2) **определить дополнительный множитель как частное нового знаменателя и знаменателя данной дроби;**
3) **умножить числитель данной дроби на дополнительный множитель и результат записать в числителе новой дроби.**

Например:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{8} = \frac{3 \cdot 3}{24} = \frac{9}{24}.$$

Если дроби привели к новым знаменателям, равным между собой, то говорят, что эти дроби привели к *общему знаменателю*. Иногда заранее известно, к какому именно общему знаменателю нужно привести дроби. Тогда каждую дробь отдельно приводят к заданному знаменателю по известному правилу.

Чаще всего новый знаменатель заранее не задан. Тогда нужно сначала выяснить, к какому общему знаменателю можно привести данные дроби.

Как правило, дроби приводят к такому общему знаменателю, который является наименьшим из всех возможных. Такой знаменатель называют *наименьшим общим знаменателем* данных дробей.

**Запомните!**

***Наименьшим общим знаменателем*** **дробей является число, равное наименьшему общему кратному (НОК) знаменателей данных дробей.**

Сформулируем правило приведения двух дробей к наименьшему общему знаменателю.

**Запомните!**

**Правило приведения дробей к наименьшему общему знаменателю**

**Чтобы привести две дроби к наименьшему общему знаменателю, нужно:**

1) **найти НОК знаменателей данных дробей;**
2) **найти дополнительный множитель для первой дроби;**
3) **привести первую дробь к новому знаменателю;**
4) **найти дополнительный множитель для второй дроби;**
5) **привести вторую дробь к новому знаменателю.**

**Задача 2.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{1}{12}$ и $\frac{5}{16}$.

**Решение.**

НОК (12; 16) = 48.

$\frac{1}{12}^{4} = \frac{1 \cdot 4}{48} = \frac{4}{48}$; $\frac{5}{16}^{3} = \frac{5 \cdot 3}{48} = \frac{15}{48}$.

Вы уже умеете сравнивать две дроби с одинаковыми знаменателями. Например: $\frac{3}{11} < \frac{7}{11}$, поскольку $3 < 7$; $\frac{10}{11} > \frac{7}{11}$, поскольку $10 > 7$.

? Можно ли сравнить две дроби с разными знаменателями? Да. Рассмотрим пример.

**Задача 3.** Сравните дроби $\frac{5}{12}$ и $\frac{5}{8}$.

**Решение.** Приведём данные дроби к наименьшему общему знаменателю 24. Тогда $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$, а $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Поскольку знаменатели полученных дробей равны, можем сравнить их числители: $10 < 15$. Отсюда: $\frac{10}{24} < \frac{15}{24}$. Следовательно, $\frac{5}{12} < \frac{5}{8}$.

**Узнайте больше**

Если две дроби имеют одинаковые числители и разные знаменатели, то их можно сравнить, не приводя к общему знаменателю. Для этого пользуются правилом: из двух дробей с одинаковыми числителями большей является та, у которой знаменатель меньше. Например, $\frac{1}{10} > \frac{1}{15}$, поскольку $10 < 15$. Попробуйте самостоятельно объяснить этот вывод по рисункам 4 и 5.

Рис. 4

Рис. 5

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Что значит привести дробь к новому знаменателю?
2. Какое число называют дополнительным множителем?
3. Объясните, как найти дополнительный множитель.
4. Сформулируйте правило приведения дроби к новому знаменателю.

5. Какое число называют наименьшим общим знаменателем дробей?
6. Сформулируйте правило приведения двух дробей к общему знаменателю.
7. Как сравнить две дроби с разными знаменателями?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**240′.** Можно ли привести дробь $\frac{3}{7}$ к знаменателю:

1) 15; 2) 21; 3) 27; 4) 42?

**241′.** Верно ли, что:

1) $\frac{3}{5}=\frac{6}{15}$; 2) $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$; 3) $\frac{3}{5}=\frac{10}{15}$?

**242′.** Верно ли, что наименьшим общим знаменателем дробей $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{6}$ является число: 1) 9; 2) 6; 3) 54; 4) 18?

**243°.** Даны равенства: 1) $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$; 2) $\frac{5}{9}=\frac{15}{27}$; 3) $\frac{6}{11}=\frac{30}{55}$. Какой дополнительный множитель использовали, чтобы из первой дроби получить вторую дробь?

**244°.** На какой дополнительный множитель нужно умножить дробь $\frac{7}{8}$, чтобы привести её к знаменателю: 1) 24; 2) 48; 3) 96; 4) 120?

**245°.** Приведите дробь $\frac{5}{6}$ к знаменателю: 1) 12; 2) 18; 3) 24; 4) 48.

**246°.** Приведите дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{2}$ к знаменателю 32.

**247°.** Приведите дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{22}{25}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$ к знаменателю 100.

**248°.** К какому наименьшему общему знаменателю можно привести данные дроби? Выполните действия.

1) $\frac{5}{17}$ и $\frac{5}{34}$; 4) $\frac{3}{7}$ и $\frac{9}{28}$; 7) $\frac{2}{11}$ и $\frac{5}{7}$; 10) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{8}$;

2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{17}{36}$; 5) $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$; 8) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{6}$; 11) $\frac{11}{12}$ и $\frac{3}{8}$;

3) $\frac{2}{5}$ и $\frac{13}{20}$; 6) $\frac{5}{7}$ и $\frac{3}{5}$; 9) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$; 12) $\frac{11}{24}$ и $\frac{5}{28}$;

13) $\frac{11}{12}$ и $\frac{5}{18}$; 17) $\frac{4}{15}$ и $\frac{7}{25}$; 21) $\frac{7}{15}$ и $\frac{9}{40}$; 25) $\frac{11}{81}$ и $\frac{7}{72}$;

14) $\frac{3}{60}$ и $\frac{7}{50}$; 18) $\frac{5}{21}$ и $\frac{6}{35}$; 22) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{27}$; 26) $\frac{5}{12}$ и $\frac{8}{35}$;

15) $\frac{5}{9}$ и $\frac{2}{15}$; 19) $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{24}$; 23) $\frac{5}{42}$ и $\frac{11}{105}$; 27) $\frac{5}{16}$ и $\frac{11}{21}$;

16) $\frac{6}{9}$ и $\frac{5}{21}$; 20) $\frac{5}{14}$ и $\frac{8}{21}$; 24) $\frac{7}{45}$ и $\frac{19}{60}$; 28) $\frac{7}{10}$ и $\frac{19}{27}$.

**249°.** К какому наименьшему общему знаменателю можно привести данные дроби? Выполните действия.

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{1}{4}$ и $\frac{9}{10}$; 9) $\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{21}$; 13) $\frac{5}{36}$ и $\frac{7}{27}$;

2) $\frac{3}{5}$ и $\frac{16}{25}$; 6) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{10}$; 10) $\frac{8}{15}$ и $\frac{9}{35}$; 14) $\frac{13}{50}$ и $\frac{11}{75}$;

3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{5}$; 7) $\frac{11}{16}$ и $\frac{5}{28}$; 11) $\frac{7}{15}$ и $\frac{5}{18}$; 15) $\frac{13}{20}$ и $\frac{4}{21}$;

4) $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{11}$; 8) $\frac{7}{18}$ и $\frac{5}{24}$; 12) $\frac{2}{15}$ и $\frac{19}{50}$; 16) $\frac{7}{15}$ и $\frac{19}{26}$.

**250°.** Сравните дроби:

1) $\frac{1}{6}$ и $\frac{5}{18}$; 3) $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{15}$; 5) $\frac{31}{40}$ и $\frac{18}{35}$;

2) $\frac{7}{9}$ и $\frac{11}{27}$; 4) $\frac{11}{21}$ и $\frac{17}{28}$; 6) $\frac{5}{9}$ и $\frac{12}{39}$.

**251°.** Сравните дроби: 1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{7}{8}$ и $\frac{17}{24}$; 3) $\frac{9}{25}$ и $\frac{7}{10}$.

**252°.** Разместите в порядке возрастания числа: $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{13}{27}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{23}{27}$.

**253°.** Разместите в порядке убывания числа: $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{24}$.

**254.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{5}{24}$ и $\frac{11}{40}$; 4) $\frac{11}{64}$ и $\frac{19}{56}$; 7) $\frac{5}{189}$ и $\frac{11}{315}$; 10) $\frac{23}{126}$ и $\frac{31}{441}$;

2) $\frac{5}{36}$ и $\frac{7}{90}$; 5) $\frac{12}{81}$ и $\frac{11}{135}$; 8) $\frac{125}{169}$ и $\frac{19}{221}$; 11) $\frac{37}{150}$ и $\frac{11}{375}$;

3) $\frac{17}{100}$ и $\frac{11}{250}$; 6) $\frac{19}{315}$ и $\frac{22}{735}$; 9) $\frac{7}{90}$ и $\frac{11}{135}$; 12) $\frac{11}{324}$ и $\frac{19}{405}$.

**255.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{13}{24}$ и $\frac{11}{64}$; 3) $\frac{117}{300}$ и $\frac{11}{250}$; 5) $\frac{12}{81}$ и $\frac{23}{180}$; 7) $\frac{5}{189}$ и $\frac{15}{441}$;

2) $\frac{5}{72}$ и $\frac{7}{108}$; 4) $\frac{11}{140}$ и $\frac{19}{42}$; 6) $\frac{19}{81}$ и $\frac{25}{297}$; 8) $\frac{105}{117}$ и $\frac{21}{195}$.

**256.** Какие дроби со знаменателем 12 лежат между числами $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$?

**257.** Какие дроби со знаменателем 18 лежат между числами $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$?

**258.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 10 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точки $A\left(\frac{1}{2}\right)$ и $B\left(\frac{2}{5}\right)$, а также все точки с координатами вида $\frac{a}{10}$, где $a$ — натуральное число. Каким числам соответствует одна и та же точка? Запишите соответствующие равенства.

**259.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 8 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точки $C\left(\frac{1}{2}\right)$ и $D\left(\frac{3}{4}\right)$, а также все точки с координатами вида $\frac{a}{8}$, где $a$ — натуральное число. Каким числам соответствует одна и та же точка? Запишите соответствующие равенства.

**260.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{4}{15}$, $\frac{7}{10}$ и $\frac{22}{75}$; 2) $\frac{11}{16}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{25}{36}$; 3) $\frac{23}{48}$, $\frac{17}{64}$ и $\frac{13}{80}$.

**261.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{22}{27}$; 2) $\frac{5}{36}$, $\frac{9}{20}$ и $\frac{17}{48}$; 3) $\frac{23}{24}$, $\frac{17}{96}$ и $\frac{13}{16}$.

**262.** Сравните числа: 1) $1\frac{5}{18}$ и $1\frac{9}{16}$; 2) $2\frac{4}{75}$ и $2\frac{16}{125}$; 3) $3\frac{17}{72}$ и $3\frac{11}{24}$.

**263.** Сравните числа: 1) $1\frac{7}{16}$ и $1\frac{5}{12}$; 2) $3\frac{4}{35}$ и $3\frac{17}{140}$; 3) $5\frac{11}{81}$ и $\frac{47}{9}$.

**264.** Через первую трубу бассейн наполняется за 10 ч, а через вторую — за 6 ч. Из какой трубы вытечет больше воды: из первой за 4 ч или из второй за 3 ч?

**265.** Ткань красного цвета длиной 15 м разрезали на 6 равных частей, а ткань зелёного цвета длиной 24 м — на 9 равных частей. Одна часть ткани какого цвета длиннее?

**266.** В продуктовом магазине $\frac{43}{66}$ всего товара — это хлебобулочные изделия, $\frac{1}{4}$ — конфеты и печенье, $\frac{1}{11}$ — вода и соки. Каких продуктов в магазине больше всего?

**267*.** Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:
1) $\frac{11}{38}$ и $\frac{19}{25}$; 2) $\frac{79}{123}$ и $\frac{41}{117}$; 3) $\frac{101}{153}$ и $\frac{245}{601}$. Ответ обоснуйте.

**268*.** Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:
1) $\frac{84}{37}$ и $\frac{118}{45}$; 2) $\frac{145}{116}$ и $\frac{227}{143}$; 3) $\frac{605}{321}$ и $\frac{786}{605}$.
Ответ обоснуйте.

**269*.** $\frac{7}{15}$ одного числа равны $\frac{7}{20}$ другого числа. Какое из чисел больше?

**270*.** Какая дробь больше: $\frac{1000}{1001}$ или $\frac{1001}{1002}$?

**271*.** Докажите, что $\frac{23}{75}=\frac{2323}{7575}=\frac{232323...}{757575...}$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**272.** Папа проходит за 10 шагов 9 м, а мама за 14 шагов — 10 м. Чей шаг длиннее?

**273.** Летом на даче Настя собрала 2 ведра огурцов за 40 мин, а её бабушка — 4 ведра огурцов за 30 мин. Кто из них быстрее собирал одно ведро огурцов?

**274.** Мама за 10 мин слепила 60 пельменей, а дочка за 15 мин — 90 пельменей. Кто из них лепил больше пельменей за 1 мин?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**275.** В числе 347* вместо звёздочки вставьте такую цифру, чтобы полученное число делилось:
1) на 9; 2) на 3; 3) на 5.

**276.** Найдите площадь наибольшей грани прямоугольного параллелепипеда, если его объём составляет 360 см$^3$, а два ребра равны 12 см и 40 мм.

# § 8. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

Вы уже знаете, как складывать и вычитать натуральные числа, а также дроби с одинаковыми знаменателями. Дроби с разными знаменателями тоже можно складывать и вычитать.

Рассмотрим задачу.

**Задача 1.** Мама купила детям молочный шоколад, в котором 18 долек. Таня сказала, что съела бы $\frac{1}{6}$ часть плитки шоколада, а Ваня сказал, что съел бы $\frac{1}{9}$ её часть (рис. 6). Какую часть плитки шоколада съели бы Таня и Ваня вместе?

Рис. 6

**Решение.** Таня и Ваня меряли плитку шоколада разными мерками: Таня меряла шестыми частями, а Ваня — девятыми. Чтобы найти сумму $\frac{1}{6}+\frac{1}{9}$, нужно каждое слагаемое представить в одних и тех же единицах измерения. Понятно, что для плитки шоколада такой меркой является долька, или $\frac{1}{18}$ плитки. Тогда $\frac{1}{6}$ плитки содержит 3 дольки, то есть равна $\frac{3}{18}$ плитки шоколада, а $\frac{1}{9}$ плитки содержит 2 дольки, то есть равна $\frac{2}{18}$ плитки шоколада. Вместе это составляет 5 долек, или $\frac{5}{18}$ плитки шоколада.

Ответ: дети съели бы $\frac{5}{18}$ плитки шоколада.

Решая задачу, мы, по сути, выполнили действие сложения дробей с одинаковыми знаменателями. Попробуйте самостоятельно сформулировать соответствующее правило и сравните его с представленным в учебнике.

**Запомните!**

**Правило сложения дробей с разными знаменателями**

**Чтобы найти сумму двух дробей с разными знаменателями, нужно:**

1) **привести данные дроби к общему знаменателю;**
2) **общий знаменатель записать в знаменателе суммы;**
3) **сложить новые числители и результат записать в числителе суммы;**
4) **если возможно, то сократить полученную в сумме дробь и выделить из неё целую часть.**

Например:

$$\frac{5}{6}+\frac{13}{15}=\frac{25+26}{30}=\frac{51}{30}=\frac{17}{10}=1\frac{7}{10}.$$

При сложении дробей с разными знаменателями, так же, как и при сложении натуральных чисел, справедливы *переместительный* и *сочетательный законы сложения*.

**Задача 2.** Таня и Ваня съели $\frac{2}{3}$ плитки шоколада, в которой всего 18 долек. Таня съела $\frac{1}{2}$ плитки шоколада, а другую часть съел Ваня. Какую часть плитки съел Ваня?

**Решение.** Чтобы решить задачу, нужно найти разность дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$. Поскольку $\frac{2}{3}$ плитки содержат 12 долек, то есть равны $\frac{12}{18}$ плитки, а $\frac{1}{2}$ плитки содержит 9 долек, то есть равна $\frac{9}{18}$ плитки, то $\frac{12}{18}-\frac{9}{18}=\frac{3}{18}$ или $\frac{1}{6}$ плитки шоколада.

Ответ: Ваня съел $\frac{1}{6}$ плитки шоколада.

Сформулируем правило вычитания дробей с разными знаменателями.

**Запомните!**

**Правило вычитания дробей с разными знаменателями**

**Чтобы найти разность двух дробей с разными знаменателями, нужно:**

1) **привести данные дроби к общему знаменателю;**
2) **общий знаменатель записать в знаменателе разности;**
3) **найти разность новых числителей и результат записать в числителе разности;**
4) **если возможно, то полученную в разности дробь сократить и выделить из неё целую часть.**

**Задача 3.** Вычислите: $\left(\frac{1}{8}+\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{12}$.

**Решение.** Задачу можно решить двумя способами.

**Способ 1.** $\left(\frac{1}{8}+\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{12}=\left(\frac{3}{24}+\frac{20}{24}\right)-\frac{14}{24}=\frac{23}{24}-\frac{14}{24}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$.

**Способ 2.**

$$\left(\frac{1}{8}+\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{12}=\frac{1}{8}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}=\frac{1}{8}+\left(\frac{10}{12}-\frac{7}{12}\right)=\frac{1}{8}+\frac{3}{12}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3}{8}.$$

? Можно ли складывать (вычитать) два смешанных числа, у которых знаменатели дробных частей разные? Да. При этом дробные части приводят к общему знаменателю. Рассмотрим пример.

**Задача 4.** Вычислите: 1) $1\frac{5}{6}+3\frac{2}{5}$; 2) $3\frac{4}{7}-1\frac{9}{14}$.

**Решение.** 1. Задачу можно решить двумя способами.

**Способ 1.** $1\frac{5}{6}+3\frac{2}{5}=\frac{11}{6}+\frac{17}{5}=\frac{55}{30}+\frac{102}{30}=\frac{157}{30}=5\frac{7}{30}$.

**Способ 2.**

$$1\frac{5}{6}+3\frac{2}{5}=(1+3)+\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{5}\right)=4+\left(\frac{25}{30}+\frac{12}{30}\right)=4+\frac{37}{30}=4+1\frac{7}{30}=5\frac{7}{30}.$$

2. Воспользуемся вторым способом:

$$3\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{7}-1\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{14}=2\frac{8-9}{14}=1\frac{14+8-9}{14}=1\frac{13}{14}.$$

## Узнайте больше

Существует много разных *математических фокусов*, которые вы можете предложить своим друзьям или знакомым. Вот один из них.
**Задание**. Нужно задумать любое натуральное число, затем прибавить к нему следующее по порядку, затем к сумме прибавить 9, разделить полученное число пополам и из полученного результата вычесть задуманное число. Какое получим число? Вы легко можете назвать число, получившееся в результате этих действий — это число 5.
Попытайтесь придумать свой математический фокус и предложите его друзьям.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило сложения двух дробей с разными знаменателями.
2. Сформулируйте правило вычитания двух дробей с разными знаменателями.
3. Объясните, как сложить или вычесть два смешанных числа, дробные части которых имеют разные знаменатели.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**277′.** Если к $\frac{3}{8}$ прибавить $\frac{3}{4}$, то получим дробь, у которой:

1) знаменатель равен: а) 4; б) 2; в) 8; г) 12;
2) числитель равен: а) 6; б) 9; в) 12; г) 16.

**278′.** Верно ли, что суммой дробей $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$ является дробь:

1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{3}$?

**279′.** Если из $\frac{7}{8}$ вычесть $\frac{1}{2}$, то в результате получим дробь, у которой:

1) знаменатель равен: а) 2; б) 4; в) 6; г) 8;
2) числитель равен: а) 6; б) 3; в) 8; г) 1.

**280′.** Верно ли, что $\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$ равно: 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{24}$?

**281°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$; 3) $\frac{7}{12}+\frac{1}{4}$; 5) $\frac{2}{7}+\frac{5}{14}$; 7) $\frac{4}{27}+\frac{2}{9}$;

2) $\frac{1}{4}+\frac{3}{28}$; 4) $\frac{2}{5}+\frac{3}{25}$; 6) $\frac{5}{9}+\frac{1}{3}$; 8) $\frac{1}{9}+\frac{5}{18}$.

**282°.** Вычислите: 1) $\frac{1}{6}+\frac{5}{12}$; 2) $\frac{3}{8}+\frac{5}{24}$; 3) $\frac{1}{3}+\frac{7}{9}$; 4) $\frac{11}{18}+\frac{1}{6}$.

**283°.** Сравните: 1) $\frac{1}{5}+\frac{2}{7}$ и $\frac{19}{35}$; 2) $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{18}$; 3) $\frac{2}{11}+\frac{8}{33}$ и $\frac{15}{33}$.

**284°.** Сравните: 1) $\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$ и $\frac{17}{21}$; 2) $\frac{1}{8}+\frac{5}{12}$ и $\frac{13}{24}$.

**285°.** Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений:

$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$; $\frac{7}{12}+\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}+\frac{5}{12}$.

**286°.** Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$; $\frac{1}{10}+\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$.

**287°.** Найдите уменьшаемое, если разность равна $\frac{13}{14}$, а вычитаемое — $\frac{11}{42}$.

**288°.** Найдите сумму, если первое слагаемое равно $\frac{13}{25}$, а второе — $\frac{3}{20}$.

**289°.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{36}-\frac{2}{9}=\frac{1}{4}$; 2) $\frac{x}{52}-\frac{4}{13}=\frac{1}{4}$; 3) $\frac{5}{18}+\frac{13}{45}=\frac{x}{90}$.

**290°.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{4}-\frac{4}{9}=\frac{11}{36}$; 2) $\frac{x}{75}-\frac{1}{15}=\frac{11}{25}$; 3) $\frac{5}{16}+\frac{1}{3}=\frac{x}{48}$.

**291°.** Вычислите:

1) $\frac{11}{12}-\frac{1}{3}$; 3) $\frac{17}{72}-\frac{2}{9}$; 5) $\frac{1}{2}-\frac{3}{16}$; 7) $\frac{4}{9}-\frac{11}{27}$;

2) $\frac{16}{21}-\frac{3}{14}$; 4) $\frac{21}{25}-\frac{8}{15}$; 6) $\frac{5}{16}-\frac{5}{24}$; 8) $\frac{27}{49}-\frac{5}{14}$.

**292°.** Вычислите:

1) $\frac{19}{21}-\frac{2}{3}$; 2) $\frac{51}{64}-\frac{9}{16}$; 3) $\frac{22}{39}-\frac{11}{26}$; 4) $\frac{17}{20}-\frac{13}{25}$.

**293°.** Сравните:

1) $\frac{3}{7}-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{21}$; 3) $\frac{10}{11}-\frac{13}{44}$ и $\frac{25}{44}$;

2) $\frac{5}{6}-\frac{2}{9}$ и $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{17}{36}-\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{36}$.

**294°.** Сравните:

1) $\frac{2}{3}-\frac{3}{8}$ и $\frac{7}{24}$; 2) $\frac{8}{9}-\frac{7}{12}$ и $\frac{13}{36}$.

**295°.** Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений:

$\frac{1}{3}-\frac{1}{9}$; $\frac{8}{9}-\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}-\frac{4}{9}$; $\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$.

**296°.** Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений:

$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}-\frac{3}{8}$; $\frac{7}{8}-\frac{1}{4}$; $\frac{5}{8}-\frac{1}{2}$.

**297°.** Сумма двух дробей равна $1\frac{2}{11}$, а одно из слагаемых — $\frac{29}{55}$. Найдите другое слагаемое.

**298°.** Уменьшаемое равно $1\frac{11}{65}$, а разность — $\frac{3}{26}$. Найдите вычитаемое.

**299°.** Сумма трёх дробей равна $2\frac{1}{4}$, а две из этих дробей — это числа $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{10}$. Найдите неизвестную дробь.

**300°.** Вычислите:

1) $2\frac{8}{21}-1\frac{2}{3}$; 2) $4\frac{9}{16}-2\frac{5}{24}$; 3) $1\frac{12}{13}-\frac{7}{65}$; 4) $5\frac{7}{20}-2\frac{13}{15}$.

**301°.** Вычислите:

1) $2\frac{7}{24}-1\frac{3}{8}$; 2) $4\frac{11}{16}-3\frac{5}{18}$.

**302°.** За один день в магазине продали $\frac{5}{18}$ т фруктов. Из них $\frac{7}{54}$ т составляли яблоки, а остальное — сливы. Сколько тонн слив продали в магазине?

**303°.** От куска ткани длиной $5\frac{24}{25}$ м отрезали $3\frac{3}{20}$ м. Сколько метров ткани осталось?

**304°.** 3 кг бананов стоят 35 грн, а 5 кг апельсинов — 37 грн. На сколько 1 кг бананов дороже, чем 1 кг апельсинов?

**305°.** Найдите среднее арифметическое данных наборов чисел: 4, 5, 7 и 3, 5, 8, 9. Какое из полученных средних арифметических больше и на сколько?

**306.** Вычислите:

1) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$; 2) $\frac{9}{14}+\frac{11}{21}+\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{6}+\frac{3}{16}+\frac{7}{12}$.

**307.** Вычислите:

1) $\frac{9}{10}+\frac{3}{5}+\frac{6}{7}$; 2) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$; 3) $\frac{7}{8}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$.

**308.** Разместите данные суммы в порядке возрастания их значений:

$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$; $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$; $\frac{5}{12}+\frac{5}{6}$; $\frac{1}{6}+\frac{7}{12}$.

**309.** Разместите данные суммы в порядке убывания их значений:

$\frac{1}{4}+\frac{5}{24}$; $\frac{1}{3}+\frac{3}{8}$; $\frac{5}{12}+\frac{3}{8}$; $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$.

**310.** Решите уравнение:

1) $x-\frac{3}{20}=\frac{5}{12}+\frac{4}{9}$; 2) $y-\frac{5}{6}=\frac{1}{9}+\frac{1}{54}+\frac{8}{27}$.

**311.** Решите уравнение:

1) $x-\frac{5}{8}=\frac{7}{12}+\frac{5}{9}$; 2) $y-\frac{15}{32}=\frac{1}{4}+\frac{1}{64}+\frac{7}{16}$.

**312.** Вычислите:

1) $\frac{5}{24}-\frac{1}{60}-\frac{1}{40}$; 2) $\frac{2}{3}-\frac{5}{18}-\frac{49}{180}$; 3) $\frac{4}{5}-\frac{7}{15}-\frac{9}{35}$.

**313.** Вычислите:

1) $\frac{11}{12}-\frac{1}{20}-\frac{1}{30}$; 2) $\frac{2}{3}-\frac{5}{24}-\frac{3}{10}$; 3) $\frac{4}{5}-\frac{4}{45}-\frac{7}{25}$.

**314.** Вычислите:

1) $2\frac{1}{7}-\left(\frac{9}{28}-\frac{3}{14}\right)$; 2) $1\frac{2}{9}-\left(1\frac{5}{27}-\frac{13}{18}\right)$; 3) $4\frac{2}{11}-\left(3\frac{15}{33}-2\frac{13}{22}\right)$.

**315.** Вычислите:

1) $3\frac{1}{7}-\left(\frac{19}{21}-\frac{1}{14}\right)$; 2) $2\frac{4}{9}-\left(1\frac{5}{6}-\frac{11}{12}\right)$; 3) $3\frac{5}{11}-\left(4\frac{15}{33}-3\frac{11}{55}\right)$.

**316.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{28}+1\frac{2}{7}=2\frac{5}{28}$; 2) $1\frac{5}{9}-\frac{x}{81}=\frac{46}{81}$; 3) $\frac{x}{6}+\frac{1}{8}=1\frac{7}{24}$.

4) $\frac{3}{8}-x=\frac{1}{4}-\frac{3}{20}$; 5) $\left(\frac{4}{5}-y\right)+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}-\frac{1}{10}$.

**317.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{32}+1\frac{25}{32}=2\frac{5}{16}$; 2) $1\frac{5}{7}-\frac{x}{49}=\frac{43}{49}$; 3) $\frac{1}{8}-\left(\frac{3}{4}-y\right)=\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$.

**318.** Отрезок $AB$ разделён на части точками $M$ и $N$ так, что отрезок $AM$ составляет $\frac{3}{13}$ отрезка $AB$, а отрезок $MN$ — $\frac{17}{78}$ отрезка $AB$. Какую часть отрезка $AB$ составляет отрезок $NB$?

**319.** Отрезок $MN$ разделён на части точками $A$ и $C$ так, что отрезок $MA$ составляет $\frac{5}{48}$ отрезка $MN$, а отрезок $AC$ — $\frac{7}{64}$ отрезка $MN$. Какую часть отрезка $MN$ составляет отрезок $CN$?

**320.** На сколько разность $\frac{13}{36}-\frac{5}{48}$ меньше числа $\frac{97}{144}$ и больше разности $\frac{15}{72}-\frac{1}{16}$?

**321.** Маша задумала некоторое число. Сначала она увеличила его на $\frac{15}{26}$, затем — ещё на $\frac{14}{39}$ и в результате получила $2\frac{11}{13}$. Какое число задумала Маша?

**322.** Андрей задумал некоторое число. Сначала он увеличил его на $\frac{7}{33}$, затем уменьшил на $\frac{19}{44}$ и в результате получил $1\frac{2}{11}$. Какое число задумал Андрей?

**323*.** Докажите, что $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}<1$. На сколько значение левой части неравенства меньше значения правой?

**324*.** Дано натуральное число $a$. Что больше:

1) $\frac{a+1}{a}$ или $\frac{a}{a+1}$; 2) $\frac{a+1}{a}$ или $\frac{a+3}{a+2}$?

### ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**325.** Таня отдала Маше $3\frac{1}{4}$ грн, и у каждой из них стало по $18\frac{1}{2}$ грн. Сколько денег было у каждой девочки сначала?

**326.** На соревнованиях Юра пробежал 1 км за 3 мин 5 с, а Илья — за 3 мин 10 с. Чья скорость больше и на сколько (в метрах за секунду)?

### ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**327.** Вычислите: 1) 4 % от 24; 2) 15 % от 54; 3) 30 % от 3,6.

**328.** Каков периметр пятиугольника, если его наименьшая сторона равна 3,4 см, а каждая следующая — на 1,8 см больше предыдущей?

## § 9. УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ. НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА

Дроби, как и натуральные числа, можно умножать. Например, чтобы найти площадь прямоугольника со сторонами 3 см и 4 см, нужно умножить эти числа: $3 \cdot 4 = 12$ (см$^2$). Выразив стороны в дециметрах, получим: 3 см $= \frac{3}{10}$ дм, 4 см $= \frac{4}{10}$ дм. Значит, в квадратных дециметрах площадь данного прямоугольника равна произведению дробей $\frac{3}{10}$ и $\frac{4}{10}$. Но как вычислить такое произведение? Поразмышляем. Поскольку 12 см$^2$ $= \frac{12}{100}$ дм$^2$, то $\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{12}{100}$. Несложно заметить, что знаменатель произведения равен произведению знаменателей: $100 = 10 \cdot 10$, а числитель произведения равен произведению числителей: $12 = 3 \cdot 4$. В этом и состоит правило умножения дробей.

**Запомните!**

**Правило умножения обыкновенных дробей**

**Чтобы найти произведение двух обыкновенных дробей, нужно:**

1) **найти произведение знаменателей данных дробей и записать его в знаменателе произведения;**
2) **найти произведение числителей данных дробей и записать его в числителе произведения.**

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

Например:

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3\cdot5}{8\cdot7}=\frac{15}{56}.$$

Умножение дробей подчиняется *переместительному* и *сочетательному законам умножения*, а также *распределительному закону умножения относительно сложения*.

? Как умножить натуральное (смешанное) число на дробь?

Сначала натуральное (смешанное) число преобразуют в неправильную дробь, а затем выполняют умножение по приведённому выше правилу. Аналогично умножают два смешанных числа.

$$4\cdot\frac{7}{9}=\frac{4}{1}\cdot\frac{7}{9}=\frac{4\cdot7}{1\cdot9}=\frac{28}{9}=3\frac{1}{9};\quad 2\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{7}=\frac{8}{3}\cdot\frac{6}{7}=\frac{8\cdot\cancel{6}^{2}}{{}_{1}\cancel{3}\cdot7}=\frac{16}{7}=2\frac{2}{7}.$$

? Что получим в результате умножения дроби на 1?

Ту же дробь. Например: $\frac{2}{5}\cdot1=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{1}=\frac{2\cdot1}{5\cdot1}=\frac{2}{5}$.

? Что получим в результате умножения дроби на 0?

Число 0. Например: $\frac{3}{8}\cdot0=\frac{3\cdot0}{8}=\frac{0}{8}=0$.

Существуют ли такие числа, произведение которых равно 1? Да. Например: $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$; 7 и $\frac{1}{7}$.

Действительно: $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\cdot\cancel{4}^{1}}{{}_{1}\cancel{4}\cdot\cancel{3}_{1}}=1$; $7\cdot\frac{1}{7}=\frac{7}{1}\cdot\frac{1}{7}=\frac{{}^{1}\cancel{7}\cdot 1}{1\cdot\cancel{7}_{1}}=1$.

**Запомните!**

**Два числа, произведение которых равно 1, называются *взаимно обратными*.**

Как записать число, обратное данному? Для этого достаточно представить данное число в виде дроби и в полученной дроби поменять местами числитель и знаменатель. Например, для числа $\frac{2}{3}$ получим обратное число $\frac{3}{2}$.

Для натурального числа обратной является дробь, у которой числитель — 1, а знаменатель — данное натуральное число. Например, для чисел 5, 14 и 29 обратными являются соответственно числа $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{14}$ и $\frac{1}{29}$.

**Обратите внимание:**

— для числа 1 обратным является число 1;
— для числа 0 обратного числа не существует.

На практике нередко нужно выяснить, какая величина приходится на часть данного числа. Вы знаете, что это *задачи на нахождение дроби от числа*. Все они сводятся к действию умножения числа на дробь. Рассмотрим задачу.

**Задача 1.** Мама испекла рулет длиной 30 см. Таня и Ваня со своими друзьями решили его попробовать, но оказалось, что они съели $\frac{5}{6}$ рулета. Сколько сантиметров составляют $\frac{5}{6}$ длины рулета?

**Решение.** Длина всего рулета равна 30 см (рис. 7). Если разделить его на 6 частей, то длина одной его части составит 5 см. Дети съели 5 таких частей, это значит, что они съели $5 \cdot 5 = 25$ (см) рулета. Но такую запись получим и тогда, когда число 30 умножим на дробь $\frac{5}{6}$, то есть:

Рис. 7

$$30 \cdot \frac{5}{6} = \frac{\overset{5}{\cancel{30}} \cdot 5}{1 \cdot \underset{1}{\cancel{6}}} = \frac{5 \cdot 5}{1} = \frac{25}{1} = 25.$$ Значит, $\frac{5}{6}$ длины рулета составляют 25 см.

Можем сформулировать правило.

**Запомните!**

**Правило нахождения дроби от числа**

**Чтобы найти дробь от числа, нужно данное число умножить на эту дробь.**

**Узнайте больше**

*Математический папирус Ринда* — древнеегипетское учебное пособие по арифметике и геометрии периода Среднего царства, переписанное около 1650 г. до н.э. писцом Ахмесом на свиток папируса длиной 5,25 м и шириной 33 см (рис. 8). Папирус был найден в 1858 году. В 1870 г. его расшифровали, перевели и издали. Ныне бóльшая часть рукописи хранится в Британском музее в Лондоне, а остальная — в Нью-Йорке. Папирус Ринда содержит условия и решения 84 задач и является самым полным египетским задачником, дошедшим до нас.

Рис. 8

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Сформулируйте правило умножения двух дробей.
2. Как умножить натуральное (смешанное) число на дробь?
3. Как найти дробь от числа?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**329′.** Верно ли, что произведением дробей $\frac{5}{9}$ и $\frac{3}{11}$ является дробь:

1) $\frac{5}{99}$; 2) $\frac{5}{11}$; 3) $\frac{5}{33}$?

**330′.** Верно ли, что $\frac{5}{9}\cdot 1 = \ldots$

1) $\frac{9}{5}$; 2) $\frac{51}{9}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) 1?

**331′.** Верно ли, что $\frac{2}{11}\cdot 0 = \ldots$

1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{20}{11}$; 3) 1; 4) 0?

**332′.** Верно ли, что число $\frac{3}{7}$ является взаимно обратным с числом:

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{9}{49}$; 3) $\frac{7}{7}$; 4) $\frac{7}{3}$?

**333′.** Правильно ли Марина находила $\frac{2}{3}$ от числа 12:

1) $\frac{12}{12}\cdot\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{12}\cdot\frac{2}{3}$; 3) $12+\frac{2}{3}$; 4) $\frac{12}{1}\cdot\frac{2}{3}$?

**334°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{9}$; 5) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7}$; 7) $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{11}$;

2) $\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{7}$; 4) $\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{11}$; 6) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}$; 8) $\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{8}$.

**335°.** Вычислите:

1) $\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{7}$; 2) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{13}$; 3) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}$; 4) $\frac{11}{16}\cdot\frac{3}{11}$.

**336°.** Найдите значение выражения:

1) $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{10}$; 3) $\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{7}$; 5) $\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{12}$; 7) $\frac{5}{12}\cdot\frac{6}{7}$;

2) $\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{10}$; 4) $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{11}$; 6) $\frac{10}{13}\cdot\frac{7}{10}$; 8) $\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{8}$.

**337°.** Найдите значение выражения:

1) $\frac{3}{11}\cdot\frac{7}{12}$; 2) $\frac{11}{14}\cdot\frac{7}{8}$; 3) $\frac{7}{8}\cdot\frac{16}{17}$; 4) $\frac{6}{13}\cdot\frac{5}{12}$.

**338°.** Найдите произведение дробей:

1) $\frac{4}{7}$ и $\frac{7}{9}$; 3) $\frac{7}{9}$ и $\frac{2}{7}$; 5) $\frac{2}{7}$ и $\frac{7}{8}$; 7) $\frac{4}{9}$ и $\frac{9}{16}$;

2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{11}$; 4) $\frac{11}{25}$ и $\frac{25}{27}$; 6) $\frac{5}{9}$ и $\frac{9}{10}$; 8) $\frac{18}{25}$ и $\frac{5}{18}$.

**339°.** Найдите произведение дробей:

1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{8}{11}$; 2) $\frac{5}{7}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{3}{8}$ и $\frac{8}{15}$; 4) $\frac{11}{27}$ и $\frac{9}{11}$.

**340°.** Вычислите:

1) $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{16}$; 3) $\frac{5}{12}\cdot\frac{6}{25}$; 5) $\frac{4}{15}\cdot\frac{25}{28}$; 7) $\frac{9}{14}\cdot\frac{49}{63}$;

2) $\frac{10}{13}\cdot\frac{39}{40}$; 4) $\frac{11}{12}\cdot\frac{4}{33}$; 6) $\frac{35}{36}\cdot\frac{54}{55}$; 8) $\frac{22}{35}\cdot\frac{63}{121}$.

**341°.** Вычислите:

1) $\frac{5}{26}\cdot\frac{13}{15}$; 2) $\frac{7}{11}\cdot\frac{22}{49}$; 3) $\frac{15}{29}\cdot\frac{58}{105}$; 4) $\frac{21}{26}\cdot\frac{39}{84}$.

**342°.** Найдите ошибку в вычислениях: $\frac{5}{18}\cdot\frac{12}{25}=\frac{5\cdot12}{18\cdot25}=\frac{1\cdot3}{4\cdot5}=\frac{3}{20}$.

**343°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{2}{3}\cdot\frac{*}{5}=\frac{2}{15}$; 2) $\frac{3}{*}\cdot\frac{3}{7}=\frac{9}{28}$; 3) $\frac{*}{7}\cdot\frac{3}{11}=\frac{15}{77}$.

**344°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{4}{9}\cdot\frac{*}{3}=\frac{4}{27}$; 2) $\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{*}=\frac{8}{35}$; 3) $\frac{*}{9}\cdot\frac{4}{11}=\frac{32}{99}$.

**345°.** Найдите значение выражения $\frac{7}{12}\cdot\frac{a}{14}$, если:

1) $a=2$; 2) $a=3$; 3) $a=4$; 4) $a=6$.

**346°.** Найдите значение выражения $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{b}$, если:

1) $b=9$; 2) $b=15$; 3) $b=18$; 4) $b=36$.

**347°.** Найдите значение произведения $\frac{a}{12}\cdot\frac{16}{d}$, если:

1) $a=5$, $d=35$; 2) $a=7$, $d=49$; 3) $a=9$, $d=45$; 4) $a=3$, $d=4$.

**348°.** Решите уравнение:

1) $x:\frac{3}{16}=\frac{8}{17}$; 3) $x:\frac{5}{36}=\frac{6}{25}$; 5) $x:\frac{5}{36}=\frac{18}{35}$;

2) $x:\frac{4}{5}=\frac{5}{12}$; 4) $x:\frac{3}{14}=\frac{7}{12}$; 6) $x:\frac{11}{16}=\frac{32}{33}$.

***349°.*** Решите уравнение:

1) $x:\frac{4}{7}=\frac{28}{29}$; 2) $x:\frac{5}{6}=\frac{12}{35}$; 3) $x:\frac{13}{16}=\frac{8}{39}$.

**350°.** Найдите делимое, если делитель равен $\frac{13}{14}$, а частное — $\frac{7}{65}$.

***351°.*** Найдите произведение, если первый множитель равен $\frac{6}{13}$, а второй — $\frac{65}{66}$.

**352°.** Вычислите:

1) $\frac{1}{4}\cdot 4$; 3) $7\cdot\frac{5}{21}$; 5) $1\cdot\frac{5}{43}$; 7) $\frac{9}{11}\cdot 0$;

2) $\frac{5}{11}\cdot 3$; 4) $8\cdot\frac{13}{24}$; 6) $\frac{7}{33}\cdot 1$; 8) $0\cdot\frac{15}{16}$.

***353°.*** Вычислите:

1) $\frac{1}{8}\cdot 2$; 2) $5\cdot\frac{7}{15}$; 3) $1\cdot\frac{16}{41}$; 4) $\frac{35}{44}\cdot 0$.

**354°.** В магазине конфеты расфасовывают в небольшие упаковки по $\frac{2}{5}$ кг конфет в каждой. Сколько килограммов конфет содержится: 1) в 5 упаковках; 2) в 75 упаковках; 3) в 150 упаковках?

**355°.** Каждая сторона пятиугольника равна $\frac{17}{25}$ см. Найдите его периметр.

***356°.*** Найдите периметр квадрата со стороной $\frac{7}{16}$ см.

**357°.** Решите уравнение:

1) $x:\frac{3}{16}=8$; 3) $x:\frac{5}{11}=22$; 5) $x:9=\frac{7}{36}$;

2) $x:\frac{4}{5}=1$; 4) $x:12=\frac{7}{24}$; 6) $x:24=\frac{17}{32}$.

***358°.*** Решите уравнение:

1) $x:\frac{5}{41}=1$; 2) $x:\frac{9}{16}=32$; 3) $x:25=\frac{19}{45}$.

**359°.** Вычислите:

1) $\frac{1}{6}\cdot 1\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{1}{7}\cdot\frac{7}{25}$; 5) $\frac{3}{8}\cdot 1\frac{3}{5}$; 7) $3\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{25}$;

2) $\frac{5}{11}\cdot 4\frac{1}{8}$; 4) $2\frac{2}{11}\cdot\frac{13}{24}$; 6) $\frac{7}{12}\cdot 1\frac{1}{14}$; 8) $3\frac{3}{7}\cdot\frac{49}{54}$.

***360°.*** Вычислите:

1) $\frac{1}{7}\cdot 1\frac{1}{6}$; 2) $\frac{5}{9}\cdot 2\frac{1}{4}$; 3) $1\frac{6}{7}\cdot\frac{14}{39}$; 4) $2\frac{11}{26}\cdot\frac{13}{36}$.

**361°.** Решите уравнение:

1) $x:\frac{6}{17}=5\frac{2}{3}$; 2) $x:\frac{4}{15}=5\frac{5}{8}$; 3) $x:\frac{9}{11}=1\frac{5}{6}$; 4) $x:\frac{14}{17}=1\frac{23}{28}$.

***362°.*** Решите уравнение:

1) $x:\frac{10}{13}=1\frac{19}{20}$; 2) $x:\frac{11}{12}=1\frac{4}{11}$.

**363°.** Найдите делимое, если делитель равен $\frac{11}{18}$, а частное — $1\frac{7}{11}$.

**364°.** Найдите произведение, если первый множитель равен $\frac{7}{15}$, а второй — $1\frac{11}{49}$.

**365°.** Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны $\frac{16}{23}$ см и $3\frac{17}{48}$ см.

***366°.*** Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны $\frac{17}{28}$ см и $2\frac{10}{51}$ см.

**367°.** Даны числа: $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{61}{10}$; $\frac{10}{7}$; $\frac{6}{61}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{10}{61}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{6}{5}$. Есть ли среди них взаимно обратные? Если есть, то выпишите их.

**368°.** Вычислите:

1) $\frac{1}{5}\cdot 5$; 4) $1\frac{1}{3}\cdot 0{,}75$; 7) $\frac{17}{19}\cdot 1\frac{2}{17}$; 10) $\frac{7}{16}\cdot 2\frac{2}{7}$;

2) $\frac{1}{12}\cdot 12$; 5) $\frac{5}{9}\cdot 1\frac{4}{5}$; 8) $5\frac{5}{9}\cdot 0{,}18$; 11) $\frac{3}{8}\cdot 2\frac{2}{3}$;

3) $4\cdot 0{,}25$; 6) $1\frac{10}{11}\cdot\frac{11}{21}$; 9) $\frac{2}{7}\cdot 3{,}5$; 12) $\frac{25}{29}\cdot 1{,}16$.

**369°.** Вычислите:

1) $\frac{1}{11}\cdot 11$; 2) $8\cdot 0{,}125$; 3) $\frac{12}{13}\cdot 1\frac{1}{12}$; 4) $\frac{5}{16}\cdot 3{,}2$.

**370°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{5}\cdot 5\cdot\frac{5}{2}$; 2) $\frac{3}{7}\cdot 4\cdot\frac{7}{3}$; 3) $\frac{5}{9}\cdot 0{,}3\cdot\frac{9}{5}$; 4) $\frac{8}{9}\cdot 1\frac{1}{8}\cdot 6$.

**371°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{7}\cdot 11\cdot\frac{7}{2}$; 2) $\frac{5}{11}\cdot 5\cdot\frac{11}{5}$; 3) $\frac{7}{8}\cdot 1{,}3\cdot\frac{8}{7}$; 4) $\frac{10}{11}\cdot 1{,}1\cdot 12$.

**372°.** Найдите число, взаимно обратное с числом:

1) $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{7}{9}$; 3) $4\frac{4}{7}$; 4) $5\frac{1}{6}$; 5) 1,7; 6) 3,25; 7) 5,9; 8) 1,125.

**373°.** Найдите число, взаимно обратное с числом:

1) $\frac{3}{11}$; 2) $3\frac{2}{9}$; 3) 1,2; 4) 2,25.

**374°.** Верно ли, что $\frac{3}{5}$ от числа 25 равны:

1) 75; 2) 25; 3) 15; 4) 125?

**375°.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 6 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точку $A\left(\frac{1}{6}\right)$ и точки с координатами, равными двум, трём, шести и девяти расстояниям от точки $A$ до начала координат. Какие числа соответствуют этим точкам?

**376°.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 8 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точку $B\left(\frac{1}{8}\right)$ и точки с координатами, равными двум, четырём, пяти и двенадцати расстояниям от точки $B$ до начала координат. Какие числа соответствуют этим точкам?

**377°.** Найдите: 1) $\frac{6}{7}$ от 21; 2) $\frac{4}{15}$ от 60; 3) $\frac{41}{42}$ от 14; 4) $\frac{3}{7}$ от $\frac{14}{27}$.

**378°.** Площадь квадрата равна 45 см$^2$. Чему равна площадь:

1) $\frac{1}{5}$ квадрата; 2) $\frac{2}{9}$ квадрата; 3) $\frac{12}{35}$ квадрата?

**379°.** Площадь прямоугольника равна 54 см$^2$. Чему равна площадь:

1) $\frac{1}{6}$ прямоугольника; 2) $\frac{7}{9}$ прямоугольника; 3) $\frac{11}{36}$ прямоугольника?

**380.** Вычислите:

1) $\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{7}\cdot1\frac{3}{4}$; 2) $\frac{5}{21}\cdot2\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{26}$; 3) $1\frac{5}{6}\cdot\frac{9}{22}\cdot\frac{3}{4}$.

***381.*** Вычислите:

1) $\frac{4}{11}\cdot\frac{14}{15}\cdot3\frac{1}{7}$; 2) $\frac{3}{8}\cdot2\frac{2}{9}\cdot1\frac{1}{5}$; 3) $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$.

**382.** Найдите значение выражения:

1) $1\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{20}-\frac{4}{21}$; 2) $2\frac{4}{9}\cdot\frac{6}{11}-\frac{25}{27}$; 3) $3\frac{5}{6}+2\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{42}$.

**383.** Решите уравнение:

1) $\left(x-\frac{2}{15}\right):\frac{5}{18}=2\frac{4}{25}$; 2) $(3{,}6-x):1\frac{9}{13}=1\frac{23}{55}$.

***384.*** Решите уравнение:

1) $(x-5{,}95):1\frac{17}{28}=2\frac{13}{25}$; 2) $\left(x-\frac{5}{18}\right):\frac{16}{27}=1\frac{17}{64}$.

**385.** Длины сторон прямоугольника — взаимно обратные числа. Одна из них равна $\frac{6}{17}$ см. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

**386.** Первая сторона треугольника равна $1\frac{4}{15}$ м, вторая — в 4 раза больше первой, а третья — на $\frac{1}{5}$ м меньше второй. Найдите периметр треугольника.

***387.*** Первая сторона треугольника равна $2\frac{3}{20}$ м, вторая — в 5 раз больше первой, а третья — на $\frac{3}{10}$ м больше второй. Найдите периметр треугольника.

**388.** Один спортсмен пробегает один круг на стадионе за $1\frac{5}{12}$ мин, а другой — за $1\frac{5}{6}$ мин. Сколько времени потребуется каждому спортсмену, чтобы пробежать 8 таких кругов?

**389.** Мама купила на праздник 5 кг конфет по $20\frac{4}{5}$ грн за килограмм и 3 кг печенья по $18\frac{7}{10}$ грн за килограмм. Сколько денег потратила мама?

**390.** Серёжа за три дня прочитал книгу, в которой 270 страниц. В первый день он прочитал $\frac{2}{9}$ книги, а во второй — $\frac{4}{3}$ того, что прочитал в первый день. Сколько страниц книги прочитал мальчик в третий день?

***391.*** Турист в первый день прошёл 15 км, во второй — $1\frac{1}{5}$ пути, пройденного в первый день, а в третий — $\frac{4}{9}$ пути, пройденного во второй день. Какой путь прошёл турист за три дня?

**392.** Вычислите:

1) $\left(2\frac{8}{9}+1\frac{7}{15}\right)\cdot\left(\frac{1}{7}+\frac{8}{49}\right)$;

2) $\left(4\frac{6}{7}-\frac{3}{28}+\frac{5}{14}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{135}\right)$.

**393*.** Найдите значение произведения:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{25}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right).$$

**394*.** Представьте дробь $\frac{7}{8}$ в виде произведения трёх разных дробей. Сколько таких выражений можно составить?

**395*.** Произведение цифр двузначного числа равно 9. Если первую цифру этого числа увеличить на 5, то произведение его цифр увеличится в $2\frac{2}{3}$ раза. Найдите это число.

**396*.** Вычислите произведение числа, равного значению выражения $\left(2+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)$, и числа, взаимно обратного со значением выражения $\left(2-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$.

**397*.** Длины сторон прямоугольника являются взаимно обратными числами. Сумма цифр одного из них равна 11. Найдите периметр прямоугольника. Сколько случаев нужно рассмотреть?

**398*.** Площади двух квадратов — взаимно обратные числа. Сумма длин стороны первого и стороны второго квадрата равна 2,5 см. Найдите периметры обоих квадратов.

**399*.** Среднее арифметическое двух взаимно обратных дробей равно $1\frac{1}{84}$. Найдите эти дроби, если они несократимые.

**400*.** Среднее арифметическое двух взаимно обратных дробей и числа 3 равно $1\frac{41}{60}$. Найдите эти дроби, если они несократимые.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**401.** Папа решил перепланировать на даче комнату размером $3\frac{1}{5} \times 6\frac{3}{7}$ м. Большую сторону он решил уменьшить на $\frac{9}{14}$ м, а меньшую — увеличить на $1\frac{7}{10}$ м. Какова площадь пола новой комнаты?

**402.** Бак имеет форму прямоугольного параллелепипеда размером $\frac{5}{6} \times 1\frac{1}{11} \times \frac{22}{25}$ м. Поместится ли в этот бак 500 л бензина?

**403.** Пол в комнате имеет форму прямоугольника со сторонами $7\frac{2}{3}$ м и $5\frac{5}{6}$ м. Сколько метров плинтуса понадобится папе для отделки пола в комнате?

**404.** Для строительных работ папе нужно купить $12\frac{5}{14}$ м$^2$ облицовочной плитки для стен и $4\frac{2}{7}$ м$^2$ плитки для пола. Сколько заплатит папа за всю покупку, если 1 м$^2$ плитки для стен стоит 84 грн, а 1 м$^2$ плитки для пола стоит 119 грн?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**405.** В девятипроцентном растворе содержится 16,2 г йода. Какова масса всего раствора?

**406.** Известно, что в ящике больше, чем 110 и меньше, чем 130 яблок, а всё количество яблок делится на 12 и на 5. Сколько яблок в ящике?

**407.** Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 125 белых, 75 розовых и 175 жёлтых роз?

# § 10. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

Вы знаете, что неизвестный множитель находят делением произведения на известный множитель. Например, у прямоугольника площадью $\frac{8}{9}$ дм$^2$ и одной стороной $\frac{2}{3}$ дм (рис. 9) вторая сторона равна частному от деления дроби $\frac{8}{9}$ на дробь $\frac{2}{3}$.

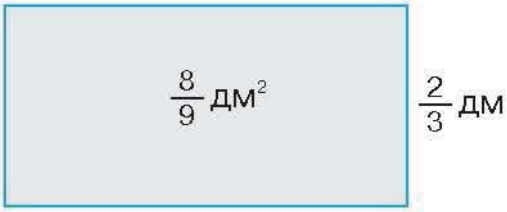


Рис. 9

Пусть искомое частное — дробь $\frac{a}{b}$. Тогда можем записать: $\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{b}=\frac{8}{9}$. Видим, что $a = 4$, $b = 3$, поскольку $2 \cdot 4 = 8$, $3 \cdot 3 = 9$. Значит, $\frac{a}{b}=\frac{4}{3}$, то есть $\frac{8}{9}:\frac{2}{3}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$. Такой же результат получим, когда дробь $\frac{8}{9}$ умножим на дробь $\frac{3}{2}$, обратную дроби $\frac{2}{3}$. Действительно: $\frac{8}{9}\cdot\frac{3}{2}=\frac{{}^{4}\cancel{8}\cdot\cancel{3}^{1}}{{}_{3}\cancel{9}\cdot\cancel{2}_{1}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$. Получается, что действие деления дроби на дробь можно заменить действием умножения данной дроби на число, обратное делителю:

$$\frac{8}{9}:\frac{2}{3}=\frac{8}{9}\cdot\frac{3}{2}.$$

В этом и состоит *правило деления дроби на дробь.*

**Запомните!**

**Правило деления обыкновенных дробей**

**Чтобы разделить обыкновенную дробь на обыкновенную дробь, нужно:**

**1) найти дробь, обратную делителю;**

**2) делимое умножить на дробь, обратную делителю.**

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

**Задача 1.** Разделите дробь $\frac{5}{6}$ на дробь $\frac{5}{12}$.

**Решение.**

$$\frac{5}{6}:\frac{5}{12}=\frac{5}{6}\cdot\frac{12}{5}=\frac{{}^{1}\cancel{5}\cdot\cancel{12}^{2}}{{}_{1}\cancel{6}\cdot\cancel{5}_{1}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot 1}=\frac{2}{1}=2.$$

Как разделить натуральное (смешанное) число на дробь? Сначала нужно данное натуральное (смешанное) число преобразовать в неправильную дробь, а затем применить правило деления дробей.

**Задача 2.** Найдите частное чисел: 1) 2 и $\frac{2}{3}$; 2) $4\frac{1}{5}$ и $\frac{4}{5}$.

**Решение.**

1) $2:\frac{2}{3}=\frac{2}{1}:\frac{2}{3}=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{{}^{1}\cancel{2}\cdot 3}{1\cdot\cancel{2}_{1}}=\frac{3}{1}=3$;

2) $4\frac{1}{5}:\frac{4}{5}=\frac{21}{5}:\frac{4}{5}=\frac{21}{5}\cdot\frac{5}{4}=\frac{21\cdot\cancel{5}^{1}}{{}_{1}\cancel{5}\cdot 4}=\frac{21}{4}=5\frac{1}{4}$.

Что получим, если 1 разделим на некоторую дробь? Получим дробь, обратную данной. Например: $1:\frac{3}{5}=\frac{1}{1}\cdot\frac{5}{3}=\frac{5}{3}$.

**Обратите внимание:**

— если 1 разделить на обыкновенную дробь, то получим обыкновенную дробь, обратную данной.

Что получим, если 0 разделим на обыкновенную дробь?

Получим ноль. Например: $0:\frac{3}{5}=0\cdot\frac{5}{3}=\frac{0\cdot5}{3}=\frac{0}{3}=0$.

Можно ли разделить дробь на 0? Нет, поскольку **на нуль делить нельзя.**

На практике нередко приходится по известной части величины находить саму величину. Вы знаете, что это *задачи на нахождение числа по его дроби*. В 5 классе вы научились решать такие задачи различными способами. Оказывается, что все они сводятся к действию деления числа на дробь. Рассмотрим пример.

**Задача 3.** Мама испекла рулет. Таня и Ваня измеряли рулет и отрезали часть длиной 30 см. Оказалось, что они отделили $\frac{5}{6}$ рулета. Сколько сантиметров составляла длина целого рулета?

**Решение.** Если разделить весь рулет на 6 частей (рис. 10), то длина пяти таких частей равна 30 см. Значит, длина одной его части составляет 30 : 5 = 6 (см), а длина всего рулета — 6 · 6 = 36 (см). Следовательно, чтобы по условию задачи найти длину всего рулета, можно число 30 разделить на дробь $\frac{5}{6}$, то есть:

Рис. 10

$$30:\frac{5}{6}=30\cdot\frac{6}{5}=\frac{\overset{6}{\cancel{30}}\cdot6}{\cancel{5}_1}=\frac{6\cdot6}{1}=\frac{36}{1}=36\ \text{(см)}.$$

Можем сформулировать правило нахождения числа по его дроби.

**Запомните!**

**Правило нахождения числа по его дроби**

**Чтобы найти число по его дроби, нужно данное число, выражающее часть искомого, разделить на эту дробь.**

## Узнайте больше

Пусть даны два таких натуральных числа, что сумма всех делителей первого (за исключением самого числа) равна второму числу, а сумма всех делителей второго числа (за исключением самого числа) равна первому числу. Числа, обладающие таким свойством, называют *дружественными числами*. Например, число 220 имеет такие делители: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110. Их сумма равна 284. Число 284 имеет следующие делители: 1, 2, 4, 71, 142. Их сумма равна 220. Итак, числа 220 и 284 являются парой дружественных чисел. Это пара наименьших дружественных чисел. Вот другие пары дружественных чисел: 1184 и 1210, 2620 и 2924, 5020 и 5564, 6232 и 6368, 10 744 и 10 856, 12 285 и 14 595, 17 296 и 18 416, 63 020 и 76 084.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило деления обыкновенной дроби на обыкновенную дробь.
2. Как найти частное натурального числа и дроби? смешанного числа и дроби?
3. Как найти число по его дроби?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**408′.** Верно ли, что для дроби $\frac{5}{7}$ обратной является дробь:

1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{5}{1}$; 3) $\frac{7}{1}$; 4) $\frac{1}{5}$; 5) $\frac{1}{7}$; 6) $\frac{7}{5}$?

**409′.** Верно ли, что $\frac{5}{9}:\frac{2}{7}=...$

1) $\frac{5}{9}:\frac{7}{2}$; 2) $\frac{5}{9}\cdot\frac{2}{7}$; 3) $\frac{5}{9}\cdot\frac{7}{2}$?

**410′.** Верно ли, что частное чисел $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{2}$ равно:

1) $\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{9}$; 2) $\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{2}=\frac{2}{9}$; 3) $\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{1}=\frac{4}{9}$?

**411′.** Прав ли Серёжа в том, что $\frac{1}{6}:2=...$

1) $\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{1}=\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{2}=\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$?

**412′.** Верно ли, что $1:\frac{7}{9}$ равно:

1) $1\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{9}$; 2) $1\cdot\frac{7}{7}=1$; 3) $1\cdot\frac{9}{9}=1$; 4) $1\cdot\frac{9}{7}=\frac{9}{7}$?

**413°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{5}:\frac{2}{15}$; 4) $\frac{13}{15}:\frac{13}{45}$; 7) $\frac{11}{12}:\frac{11}{18}$; 10) $\frac{5}{24}:\frac{15}{64}$;

2) $\frac{3}{4}:\frac{3}{12}$; 5) $\frac{2}{5}:\frac{6}{25}$; 8) $\frac{13}{15}:\frac{26}{27}$; 11) $\frac{33}{81}:\frac{11}{45}$;

3) $\frac{4}{7}:\frac{4}{21}$; 6) $\frac{3}{4}:\frac{7}{12}$; 9) $\frac{2}{7}:\frac{8}{21}$; 12) $\frac{15}{38}:\frac{5}{19}$.

**414°.** Найдите частное чисел:

1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{5}{14}$; 2) $\frac{3}{11}$ и $\frac{3}{22}$; 3) $\frac{7}{27}$ и $\frac{14}{81}$; 4) $\frac{3}{25}$ и $\frac{18}{75}$.

**415°.** Найдите ошибку в вычислениях: $\frac{5}{18}:\frac{25}{36}=\frac{5\cdot25}{18\cdot36}=\frac{125}{648}$.

**416°.** Найдите значение выражения $\frac{7}{18}:\frac{14}{a}$, если:

1) $a=3$; 2) $a=9$; 3) $a=12$; 4) $a=36$.

**417°.** Найдите значение выражения $\frac{3}{5}:\frac{b}{45}$, если:

1) $b=9$; 2) $b=15$; 3) $b=18$; 4) $b=33$.

**418°.** Вставьте вместо * такое число, чтобы получить верное равенство:

1) $\frac{2}{15}:\frac{*}{45}=\frac{3}{4}$; 2) $\frac{5}{*}:\frac{15}{17}=\frac{1}{6}$; 3) $\frac{18}{*}:\frac{54}{85}=\frac{17}{63}$.

**419°.** Решите уравнение:

1) $\frac{1}{4}:x=\frac{7}{16}$; 2) $x\cdot\frac{5}{21}=\frac{25}{28}$; 3) $\frac{9}{11}\cdot x=\frac{27}{44}$.

**420°.** Решите уравнение:

1) $\frac{1}{8}:x=\frac{11}{16}$; 2) $x\cdot\frac{7}{9}=\frac{28}{45}$; 3) $\frac{8}{13}\cdot x=\frac{32}{65}$.

**421°.** Найдите множитель, если другой множитель равен $\frac{5}{13}$, а произведение — $\frac{25}{78}$.

**422°.** Вычислите:

1) $1:\frac{13}{14}$; 4) $1:\frac{17}{21}$; 7) $7:\frac{14}{15}$; 10) $2:\frac{7}{8}$;

2) $1:\frac{15}{17}$; 5) $2:\frac{4}{7}$; 8) $6:\frac{18}{23}$; 11) $4:\frac{10}{11}$;

3) $1:\frac{9}{14}$; 6) $3:\frac{15}{16}$; 9) $3:\frac{6}{7}$; 12) $14:\frac{21}{22}$.

**423°.** Вычислите:

1) $1:\frac{7}{9}$; 2) $1:\frac{7}{15}$; 3) $2:\frac{8}{11}$; 4) $8:\frac{24}{25}$.

**424°.** Решите уравнение: 1) $1:x=\frac{3}{4}$; 2) $2:x=\frac{8}{11}$; 3) $3:x=\frac{15}{17}$.

**425°.** Решите уравнение:

1) $1:x=\frac{2}{7}$; 2) $4:x=\frac{4}{9}$; 3) $4:x=\frac{12}{25}$.

**426°.** У пятиугольника с периметром $\frac{40}{43}$ см все стороны равны. Какова длина одной стороны?

**427°.** В магазин привезли $53\frac{1}{3}$ кг мандаринов в $n$ одинаковых ящиках. Сколько килограммов мандаринов в каждом ящике, если:

1) $n=4$; 2) $n=5$; 3) $n=8$?

**428°.** Вычислите:

1) $\frac{2}{7}:3\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{4}:1\frac{1}{4}$; 3) $2\frac{7}{8}:\frac{23}{24}$; 4) $1\frac{5}{8}:\frac{39}{40}$.

**429°.** Вычислите: 1) $\frac{7}{9}:2\frac{1}{3}$; 2) $\frac{11}{19}:1\frac{20}{57}$; 3) $3\frac{1}{5}:\frac{24}{35}$; 4) $4:1\frac{5}{11}$.

**430°.** Решите уравнение: 1) $1:x=1\frac{5}{6}$; 2) $2:x=1\frac{3}{5}$; 3) $3:x=1\frac{5}{7}$.

**431°.** Решите уравнение: 1) $1:x=2\frac{2}{7}$; 2) $13:x=1\frac{4}{9}$; 3) $6:x=2\frac{2}{5}$.

**432°.** Найдите делитель, если $1\frac{13}{14}$ — делимое, а $\frac{9}{28}$ — частное.

**433°.** Найдите сторону квадрата с периметром $2\frac{6}{7}$ см.

**434°.** Найдите сторону прямоугольника, если его площадь равна $3\frac{1}{5}$ см$^2$, а одна из сторон — $\frac{2}{5}$ см.

**435°.** Найдите сторону прямоугольника, если его площадь равна $2\frac{2}{9}$ см$^2$, а одна из сторон — $1\frac{2}{3}$ см.

**436°.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 5 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точку $A\left(2\frac{2}{5}\right)$. Разделите отрезок $OA$ на четыре равные части и отметьте соответствующие точки. Запишите их координаты.

**437°.** Начертите координатный луч (единичный отрезок — 7 клеточек тетради). Отметьте на этом луче точку $A\left(1\frac{5}{7}\right)$. Разделите отрезок $OA$ на три равные части и отметьте соответствующие точки. Запишите их координаты.

**438°.** Известно, что $\frac{1}{3}$ некоторого числа равна 2. Верно ли, что искомое число равно:

1) $2\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$; 2) $2:\frac{1}{3}=6$; 3) $2:3=\frac{2}{3}$?

**439°.** Найдите число, если: 1) его $\frac{1}{3}$ равна $\frac{5}{6}$;

2) его $\frac{2}{7}$ равны $\frac{4}{21}$;

3) его $\frac{5}{6}$ равны $\frac{25}{42}$.

**440°.** Чему равна длина отрезка $AB$, если:

1) $\frac{2}{3}$ его длины равны 18 см;

2) $\frac{5}{7}$ его длины равны 35 см?

**441°.** Чему равен угол, если: 1) его $\frac{5}{6}$ равны прямому углу; 2) его $2\frac{1}{4}$ равны развёрнутому углу?

**442°.** Чему равен угол, если: 1) его $\frac{9}{10}$ равны прямому углу; 2) его $1\frac{1}{9}$ равна прямому углу?

**443.** Вычислите:

1) $\frac{5}{7}:\frac{15}{28}:\frac{2}{9}$;
2) $\frac{6}{11}:\frac{8}{33}:\frac{8}{27}$;
3) $\frac{14}{25}:\frac{42}{55}:\frac{44}{45}$;
4) $5:\frac{20}{39}:\frac{65}{72}$;
5) $7:\frac{63}{80}:\frac{110}{117}$;
6) $13:\frac{52}{57}:\frac{95}{96}$;
7) $2\frac{1}{4}:\frac{3}{8}:\frac{1}{2}$;
8) $1\frac{1}{9}:1\frac{13}{27}:\frac{63}{64}$;
9) $1\frac{1}{2}:1\frac{1}{4}:1\frac{2}{3}:1\frac{1}{5}$.

***444.*** Вычислите:

1) $\frac{3}{8}:\frac{21}{32}:\frac{48}{49}$;
2) $\frac{1}{6}:\left(\frac{9}{22}:\frac{54}{77}\right)$;
3) $1\frac{4}{5}:2\frac{4}{25}:1\frac{19}{66}$.

**445.** Найдите значение выражения:

1) $2\frac{1}{6}-1\frac{2}{9}:3\frac{2}{3}$;
2) $4\frac{2}{5}:\left(\frac{7}{10}+2\frac{3}{5}\right)$;
3) $7\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{4}{9}\right)^2$;
4) $\frac{5}{7}:\left(\frac{15}{28}\cdot\frac{2}{9}\right)$;
5) $2\frac{1}{4}:\left(\frac{3}{8}:\frac{1}{2}\right)$;
6) $1\frac{1}{2}:\left(1\frac{1}{4}:1\frac{2}{3}\right):1\frac{1}{5}$.

***446.*** Вычислите:

1) $1\frac{23}{45}:\left(3\frac{2}{5}-1\frac{2}{15}\right)$;
2) $6\frac{2}{3}:\left(\frac{35}{48}:\frac{21}{32}\right)$;
3) $1\frac{7}{9}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2:\left(\frac{8}{15}\right)^2$.

**447.** Площадь прямоугольника равна $3\frac{1}{3}$ см$^2$. Найдите периметр прямоугольника, если одна из его сторон равна 5 см.

**448.** Периметр прямоугольника равен $2\frac{2}{3}$ см. Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна $\frac{5}{6}$ см.

***449.*** У прямоугольника одна из сторон равна $3\frac{9}{10}$ см, а другая — в $2\frac{3}{5}$ раза меньше. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

**450.** Первая сторона треугольника равна $2\frac{4}{5}$ м, вторая — в $1\frac{1}{5}$ раза меньше первой, а третья — в $1\frac{10}{11}$ раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.

**451.** Первый спортсмен пробегает пять кругов на стадионе за $1\frac{2}{13}$ мин, а второй — семь кругов за $1\frac{9}{26}$ мин. Какое время понадобится каждому спортсмену, чтобы пробежать 13 таких кругов?

**452.** Серёжа в первый день прочитал 90 страниц книги. Это составляет $1\frac{1}{2}$ того, что мальчик прочитал во второй день, и $1\frac{1}{4}$ того, что он прочитал в третий день. Сколько всего страниц прочитал мальчик за эти три дня?

**453.** Турист в первый день прошёл 18 км. Это составляет $\frac{6}{7}$ пути, пройденного им во второй день, и $1\frac{2}{7}$ пути, пройденного им в третий день. Какой путь прошёл турист за эти три дня?

**454*.** Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{\dfrac{3}{\frac{1}{3}+1}-2}{1-\frac{3}{4}}$; 2) $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$; 3) $2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\frac{1}{2}}}}$.

**455*.** Решите уравнение:

1) $15\frac{3}{8}:\left(2\frac{3}{4}x+5\frac{5}{6}\right)-1\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$;

2) $4{,}5:\left(47{,}375-\left(26\frac{1}{3}-x\cdot 0{,}75\right)\cdot 2{,}4:0{,}88\right)=\frac{4}{11}$.

**456*.** Мама разделила 72 ореха между своими детьми так, что средний сын получил $\frac{3}{4}$ того, что получил младший, а старший — $\frac{1}{3}$ того, что получил средний. Сколько орехов получил каждый сын?

**457*.** *Задача Бехаэддина.* Если число увеличить на свои две трети и ещё на единицу, то получится 10. Найдите это число.

**458*.** *Задача Бхаскары.* Если некоторое число умножить на 5, из произведения вычесть его треть, остаток разделить на 10 и прибавить к этому последовательно $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ начального числа, то получим 68. Какое число было сначала?

**459*.** *Древняя задача.* Крестьянин в первый день продал половину привезённых гусей и ещё полгуся, во второй день — $\frac{1}{3}$ остатка и ещё $\frac{1}{3}$ гуся, в третий — $\frac{1}{5}$ остатка и ещё $\frac{1}{5}$ гуся, а в четвёртый — остальные 19 гусей. Сколько гусей было у крестьянина?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**460.** Согласно нормам освещения комнаты, площадь окон должна составлять не меньше $\frac{1}{12}$ площади пола. Достаточно ли света в комнате, если в ней есть два прямоугольных окна размером $1\frac{1}{6} \times 2$ м, а размеры прямоугольного пола — $6\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{5}$ м?

**461.** Одна стена комнаты имеет прямоугольную форму размерами 6,6 м и $3\frac{1}{3}$ м. Сколько рулонов обоев нужно купить, чтобы обклеить такую стену, если ширина обоев — 53 см, а длина одного рулона —10 м?

**462.** Для приготовления фруктового салата маме нужно взять $\frac{3}{4}$ кг бананов, что составляет $1\frac{1}{5}$ массы яблок и $\frac{27}{32}$ массы киви. Сколько яблок и киви нужно для приготовления салата?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**463.** Существует ли треугольник, у которого углы равны:
1) 90°, 80°, 70°; 2) 75°, 70°, 45°; 3) 60°, 70°, 80°?

**464.** Чтобы проплыть от одного причала к другому, лодке требуется 1,2 ч, а чтобы вернуться назад — 2 ч. Собственная скорость лодки — 11,2 км/ч, а скорость течения реки составляет 25 % скорости лодки. Каково расстояние между причалами?

# § 11. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ. ДЕСЯТИЧНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ

Из курса математики 5 класса вы знаете, что любую десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной дроби. Например, $0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, $0{,}135 = \frac{135}{1000} = \frac{27}{200}$.

Такое действие иначе называют *преобразованием десятичной дроби в обыкновенную*. Обратное действие называют *преобразованием обыкновенной дроби в десятичную*.

Пусть дроби $\frac{7}{25}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$ нужно преобразовать в десятичные. Для этого числитель разделим на знаменатель. Тогда получим:

$$\frac{7}{25} = 0{,}28; \qquad \frac{2}{3} = 0{,}666666\ldots; \qquad \frac{5}{6} = 0{,}83333333\ldots.$$

Разделив 7 на 25, мы получили десятичную дробь 0,28. А в двух других случаях деление закончить было невозможно, поскольку остаток всё время повторялся. Поэтому мы прекратили деление и поставили многоточие.

Дробь 0,28 называют *конечной десятичной дробью*, а дроби 0,6666... и 0,8333... называют *бесконечными десятичными периодическими дробями*. Такие дроби имеют *период* — это число, которое в записи десятичной периодической дроби повторяется бесконечно. Для дроби $\frac{2}{3}$ периодом является число 6, а для дроби $\frac{5}{6}$ — число 3. Период может начинаться сразу после десятичной запятой, как у дроби $\frac{2}{3}$, а может — после некоторого числа, как у дроби $\frac{5}{6}$.

Бесконечную десятичную периодическую дробь кратко записывают так: 0,83333333... = 0,8(3). Читают так: «Ноль целых восемь десятых и три в периоде».

? Верно ли, что в периоде должна быть только одна цифра? Нет. Период может содержать несколько цифр. Например, период дроби 5,4121121121... содержит три цифры: 5,4(121).

**Обратите внимание:**

при преобразовании обыкновенной дроби в десятичную всегда получаем либо конечную дробь, либо бесконечную периодическую дробь.

? Можно ли сравнивать бесконечные периодические дроби, выполнять с ними действия? Да. Но для этого нужно предварительно округлить их. Рассмотрим пример.

Представим число $\frac{5}{12}$ в виде десятичной дроби:

$$\frac{5}{12} = 5:12 = 0{,}4166666\ldots = 0{,}41(6).$$

Округлим эту дробь до единиц, десятых, сотых, тысячных и т. д. по правилам, известным вам из курса математики 5 класса. Получили следующую последовательность чисел: 0; 0,4; 0,42; 0,417; 0,4167; .... В ней первое и второе значения являются округлением с недостатком, а третье, четвёртое и пятое — с избытком. Значит, такая последовательность не даёт однозначной характеристики полученной дроби. Для более точной её оценки применяют специальные процедуры.

Запишем для числа 0,41(6) последовательность *десятичных приближений с недостатком* (до единиц, десятых, сотых, тысячных и т.д.). Для этого не округлим данное число, а отбросим все последующие цифры после указанного разряда: 0; 0,4; 0,41; 0,416; 0,4166;....

Запишем для числа 0,41(6) последовательность *десятичных приближений с избытком* (до единиц, десятых,

сотых, тысячных и т.д.). Для этого добавим единицу до соответствующего разряда и отбросим все последующие цифры после него: 1; 0,5; 0,42; 0,417; 0,4167; ... .

Несложно заметить, что для числа 0,41(6), а значит, и для обыкновенной дроби $\frac{5}{12}$, справедливы неравенства:

$$0 < \frac{5}{12} < 1;\ 0,4 < \frac{5}{12} < 0,5;\ 0,41 < \frac{5}{12} < 0,42 \text{ и т. д.}$$

Крайние члены таких неравенств называют *десятичными приближениями обыкновенной дроби*. Такие приближения используют, чтобы *оценить обыкновенную дробь с определённой точностью*, например, до десятых или до сотых. Посмотрите на неравенства, записанные выше. Первое из них показывает десятичные приближения дроби $\frac{5}{12}$ с точностью до единиц, второе — с точностью до десятых, третье — с точностью до сотых. Иначе можно сказать, например, о первом неравенстве $0 < \frac{5}{12} < 1$: «Дробь $\frac{5}{12}$ оценили с точностью до единиц».

**Узнайте больше**

У вас мог возникнуть вопрос: в каком случае обыкновенную дробь можно преобразовать в конечную десятичную дробь? Порассуждаем.

Представим, например, дроби $\frac{3}{16}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{3}{20}$ и $\frac{7}{12}$ в виде десятичных дробей.

$\frac{3}{16} = 3:16 = 0,1875;$ $\frac{3}{20} = 3:20 = 0,15;$

$\frac{8}{25} = 8:25 = 0,32;$ $\frac{7}{12} = 7:12 = 0,58(3).$

Как видим, первые три дроби можно представить в виде конечных десятичных дробей, а четвёртую — только в виде бесконеч-

ной десятичной периодической дроби. Разложим их знаменатели на простые множители:

$25 = 5 \cdot 5$; $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

В первых трёх разложениях содержатся только числа 2 и 5, в третьем — и число 2, и число 5. В четвёртом же разложении есть и иной множитель — число 3. Это и является причиной того, что дробь $\frac{7}{12}$ нельзя представить в виде конечной десятичной периодической дроби.

**Несократимую дробь можно записать в виде конечной десятичной периодической дроби тогда и только тогда, когда разложение её знаменателя на простые множители не содержит чисел, отличных от 2 и 5.**

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, как преобразовать обыкновенную дробь в десятичную.
2. Приведите пример конечной десятичной дроби.
3. Приведите пример бесконечной десятичной периодической дроби. Назовите её период.
4. Как округлить десятичную дробь с недостатком? С избытком?
5. Что такое десятичное приближение обыкновенной дроби?
6. Как оценить обыкновенную дробь с некоторой точностью?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**465′.** Верно ли, что среди чисел 0,23; 0,2333...; 1,(3); 2,25; 6,5(7); 7,812 есть: 1) конечные десятичные дроби; 2) бесконечные десятичные периодические дроби? Назовите их.

**466′.** Прав ли Серёжа, утверждая, что период бесконечной периодической десятичной дроби может содержать: 1) 0 цифр; 2) 1 цифру; 3) 2 цифры; 4) 3 цифры; 5) 1000 цифр; 6) бесконечно много цифр?

**467′.** Верно ли записана последовательность десятичных приближений данного числа с недостатком? Ответ объясните.

| | | |
|---|---|---|
| 1) 5,555... | 2) 6,333... | 3) 1,666... |
| 5; 5,5; 5,55; 5,555; | 6; 6,3; 6,33; 6,334; | 2; 1,6; 1,66; 1,666. |

**468′.** Верно ли записана последовательность десятичных приближений данного числа с избытком? Ответ объясните.

| | | |
|---|---|---|
| 1) 5,555... | 2) 6,333... | 3) 1,666... |
| 6; 5,6; 5,56; 5,556; | 6; 6,3; 6,33; 6,333; | 2; 1,7; 1,67; 1,667. |

**469°.** Можно ли преобразовать дробь $\frac{2}{9}$ в: 1) конечную десятичную дробь; 2) бесконечную десятичную периодическую дробь?

**470°.** Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{4}{7}$.

Какую дробь получили: конечную или бесконечную?

**471°.** Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной:

1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{20}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{2}{7}$.

Какую дробь получили: конечную или бесконечную?

**472°.** Проверьте, является ли верным равенство:

1) $\frac{7}{11} = 0,636363...$; 2) $\frac{8}{15} = 0,533333...$.

Назовите период бесконечной десятичной дроби.

**473°.** Запишите дробь в развёрнутом виде:

1) 0,(7); 3) 1,5(3); 5) 4,(17); 7) 0,(298);
2) 3,(2); 4) 0,(35); 6) 5,1(62); 8) 1,(314).

**474°.** Запишите дробь в развёрнутом виде:

1) 0,(6); 2) 0,(19); 3) 4,32(7).

**475°.** Представьте дробь в виде десятичной дроби:

1) $\frac{7}{16}$; 3) $\frac{9}{25}$; 5) $\frac{8}{9}$; 7) $\frac{4}{15}$; 9) $\frac{1}{3}$; 11) $\frac{1}{9}$;
2) $\frac{3}{32}$; 4) $\frac{12}{125}$; 6) $\frac{11}{12}$; 8) $\frac{22}{75}$; 10) $\frac{2}{5}$; 12) $\frac{41}{50}$.

Какую дробь получили: конечную или бесконечную? Если возможно, то укажите период дроби.

**476°.** Представьте дробь в виде десятичной дроби:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{13}{16}$; 3) $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{24}{25}$.

Какую дробь получили: конечную или бесконечную? Если возможно, то укажите период дроби.

**477°.** Какое число нужно вставить вместо *, чтобы получить верное равенство:

1) $\frac{4}{9} = 0,(*)$; 3) $\frac{12}{33} = 0,(*)$; 5) $\frac{7}{24} = 0,291(*)$;
2) $\frac{5}{11} = 0,(*)$; 4) $\frac{5}{22} = 0,2(*)$; 6) $\frac{8}{27} = 0,(*)$?

**478°.** Какое число нужно вставить вместо *, чтобы получить верное равенство: 1) $\frac{9}{11}=0,(*)$; 2) $\frac{13}{15}=0,8(*)$; 3) $\frac{11}{24}=0,458(*)$; 4) $\frac{19}{27}=0,(*)$?

**479°.** Для дроби 2,3456 выберите соседние:
1) 2,2 и 2,3; 2) 2,33 и 2,34; 3) 2,4 и 2,5; 4) 2,34 и 2,35.

**480°.** Для дроби 0,121212... выберите соседние:
1) 0,1 и 0,2; 2) 0,21 и 0,22; 3) 0,11 и 0,12; 4) 0,122 и 0,123.

**481°.** Для дроби 0,272727... выберите соседними:
1) 0,26 и 0,27; 2) 0,1 и 0,2; 3) 0,277 и 0,278; 4) 0,27 и 0,28.

**482°.** Для дроби 0,5(71) выберите соседние:
1) 0,56 и 0,57; 2) 0,5 и 0,6; 3) 0,570 и 0,571; 4) 0,516 и 0,517.

**483°.** Для дроби 1,3(47) выберите соседние:
1) 1,4 и 1,5; 2) 1,35 и 1,36; 3) 1,347 и 1,348; 4) 1,37 и 1,38.

**484°.** Сравните числа:

1) 0,22(23) и 0,2223; 2) $2\frac{2}{3}$ и 2,67; 3) $\frac{1}{7}$ и 0,1428(57).

**485°.** Сравните числа: 1) 0,34(56) и 0,3457; 2) $7\frac{1}{9}$ и 7,1112.

**486°.** Преобразуйте дробь в десятичную и округлите её до десятых:

1) $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{16}{25}$; 3) $\frac{7}{15}$; 4) $\frac{19}{75}$.

**487°.** Преобразуйте дробь в десятичную и округлите её до сотых:

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{125}$; 3) $\frac{11}{45}$; 4) $\frac{17}{32}$.

**488°.** Преобразуйте дробь в десятичную и округлите её до сотых:

1) $\frac{9}{11}$; 2) $\frac{21}{125}$; 3) $\frac{13}{40}$; 4) $\frac{15}{32}$.

**489°.** Одна сторона прямоугольника равна 4,2 см, а другая — $2\frac{4}{7}$ см. Найдите периметр прямоугольника. Ответ запишите десятичной дробью и округлите её до сотых.

**490°.** Одна сторона прямоугольника равна $3\frac{3}{4}$ см, а другая — 3,25 см. Найдите периметр прямоугольника. Ответ запишите десятичной дробью и округлите её до десятых.

**491°.** Для дроби $\frac{11}{16}$ выберите соседние:

1) 0,6 и 0,7; 2) 0,06 и 0,07; 3) 0,5 и 0,6; 4) 0,8 и 0,9.

**492°.** Для дроби $\frac{13}{32}$ выберите соседние:

1) 0,3 и 0,4; 2) 0,04 и 0,05; 3) 0,4 и 0,5; 4) 0,41 и 0,42.

**493°.** Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной:

1) $\frac{5}{9}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{4}{25}$; 4) $\frac{3}{16}$. Постройте десятичные приближения данной дроби с точностью до десятых.

**494°.** Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной:

1) $\frac{8}{9}$; 2) $\frac{11}{12}$; 3) $\frac{16}{25}$; 4) $\frac{9}{16}$. Постройте десятичные приближения данной дроби с точностью до десятых.

**495°.** Запишите в порядке возрастания числа: $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$; 0,96; 0,88.

**496°.** Запишите в порядке убывания числа: $\frac{8}{15}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{9}{14}$; 0,56; 0,69.

**497.** Может ли период дроби содержать: 1) две одинаковые цифры; 2) три одинаковые цифры; 3) все одинаковые цифры? Ответ обоснуйте.

**498.** Верно ли, что в конечную десятичную дробь можно преобразовать только такую обыкновенную дробь, у которой знаменатель является: 1) чётным; 2) нечётным? Ответ обоснуйте.

**499.** Верно ли, что в бесконечную десятичную периодическую дробь можно преобразовать только такую обыкновенную дробь, у которой знаменатель является: 1) чётным; 2) нечётным? Ответ обоснуйте.

**500.** Изменится ли дробь, если: 1) число в периоде дроби умножить на 2; 2) число в периоде дроби разделить на 1; 3) к числу в периоде дроби прибавить число 0; 4) к числу в периоде дроби справа приписать цифру 0? Ответ обоснуйте.

**501.** Изменится ли количество цифр в периоде дроби, если:

1) дробь умножить на 2; 2) дробь разделить на 2; 3) к дроби прибавить 2? Ответ обоснуйте.

**502.** Какое из чисел наибольшее:

1) 0,0(73), 0,073 или $\frac{4}{55}$; 2) $\frac{14}{39}$, 0,358974 или 0,3589(74)?

**503.** Какое из чисел наименьшее:

1) 0,121(95), 0,12195 или $\frac{5}{41}$; 2) $\frac{31}{27}$, 1,15 или 1,(14)?

**504.** Укажите порядок расположения точек $A\left(\frac{27}{22}\right)$, $B(1,2(3))$, $C(1,23)$, $D(1,(27))$, $E(1,227)$ по возрастанию их координат. Какая из них находится дальше всех от начала координат?

**505.** Укажите порядок расположения точек $A\left(\frac{41}{33}\right)$, $B(1,2(4))$, $C(1,24)$, $D(1,2(43))$, $E(1,243)$ по возрастанию их координат. Какая из них находится дальше всех от начала координат?

**506.** Вычислите и представьте ответ десятичной дробью:

1) $1\frac{7}{16}+1,05-3\frac{7}{12}+6\frac{4}{15}$;

2) $1\frac{5}{12}\cdot\left(\frac{12}{17}+2\frac{14}{51}\right)-1\frac{7}{9}$;

3) $3\frac{5}{8}:\left(1\frac{5}{64}+6\frac{7}{32}\right)-0,404$;

4) $\left(6\frac{18}{25}+2\frac{16}{125}\right):2,212+5\frac{1}{6}$.

**507.** Вычислите и представьте ответ десятичной дробью:

1) $3\frac{23}{15}+7,45-1\frac{11}{25}-4\frac{13}{75}$;

2) $3\frac{1}{13}\cdot\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{8}\right)-1\frac{2}{26}$.

**508.** Решите уравнение:

1) $1,1\cdot\left(5x-\frac{9}{28}\right)=\frac{11}{105}$;

2) $\left(2\frac{29}{30}x+\frac{13}{42}\right)\cdot 0,125=\frac{17}{56}$.

Решение уравнения представьте в виде десятичной дроби. Округлите её до сотых: а) с недостатком; б) с избытком.

**509.** Решите уравнение:

1) $1,4\cdot\left(9\frac{5}{12}x-\frac{15}{164}\right)=\frac{14}{123}$;

2) $\left(x-4\frac{19}{39}\right)\cdot 0,375=\frac{75}{104}$.

Решение уравнения представьте в виде десятичной дроби. Округлите её до десятых: а) с недостатком; б) с избытком.

**510.** Постройте десятичные приближения данной дроби с точностью до сотых и сравните со второй дробью:

1) $\frac{12}{19}$ и 0,61; 2) $\frac{11}{41}$ и 0,29; 3) $\frac{98}{119}$ и 0,85; 4) $2\frac{14}{75}$ и 2,18.

**511.** Постройте десятичные приближения обыкновенной дроби с точностью до сотых и сравните со второй дробью:

1) $\frac{8}{17}$ и 0,45; 2) $\frac{12}{53}$ и 0,25; 3) $\frac{77}{123}$ и 0,61; 4) $3\frac{23}{86}$ и 3,23.

**512.** Первая сторона треугольника равна $6\frac{43}{76}$ см, вторая — на $\frac{7}{38}$ см больше первой, а третья — на $2\frac{125}{228}$ см меньше первой. Найдите периметр треугольника и постройте десятичные приближения полученного числа с точностью до сотых.

***513.*** Первая сторона треугольника равна $8\frac{10}{87}$ см, вторая — на $1\frac{13}{29}$ см меньше первой, а третья — на $3\frac{23}{87}$ см больше первой. Найдите периметр треугольника и постройте десятичные приближения полученного числа с точностью до тысячных.

**514*.** Найдите среднее арифметическое дробей $\frac{6}{17}$, $\frac{5}{29}$ и $\frac{13}{19}$. Представьте его в виде десятичной дроби, округлённой до сотых. Затем преобразуйте данные дроби в десятичные, округлите их до сотых и найдите среднее арифметическое округлённых чисел. Сравните полученные результаты.

**515*.** Какое из чисел наибольшее: 1,(036), 1,036, 1,03(6) или $\frac{171}{165}$?

**516*.** Расположите точки: $A\left(\frac{211}{210}\right)$, $B(1{,}0047619)$, $C(1{,}0047(619))$, $D(1{,}0(47619))$, $E(1{,}(047619))$ по убыванию их координат. Какая из них находится ближе всех к началу координат?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**517.** Измерьте свой рост, рост мамы и папы в сантиметрах. Найдите отношение своего роста к росту мамы и папы, результаты округлите до сотых с недостатком и с избытком.

**518.** Найдите площадь своей комнаты в квадратных метрах. Результат округлите до сотых с недостатком и с избытком.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**519.** Найдите НОК чисел: 1) 26 и 65; 2) 45 и 105; 3) 21 и 28.

**520.** Объём одного куба равен 27 см$^3$ и составляет 21,6 % объёма другого куба. Найдите периметр грани большего куба.

ГЛАВА 3

# ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

## Вы узнаете:

- об отношении и его свойствах;
- что такое пропорция;
- какие бывают пропорциональные зависимости величин;
- как разделить число в данном отношении;
- что такое масштаб;
- об окружности, круге, круговом секторе и пространственных фигурах вращения;
- какие бывают виды диаграмм и как строить диаграммы;
- как выполнять процентные рассчёты;
- что такое вероятность случайного события и как её находить;
- как применить изученный материал на практике

# § 12. ОТНОШЕНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА

Вам, наверное, приходилось слышать фразы: «Шанс победить в игре — 50 на 50», «Для приготовления гречневой каши крупу и воду нужно взять в отношении 1 к 2», «Прибыль разделили, как 3 к 2». Каждая из этих фраз подводит к сравнению двух чисел: 50 и 50, 1 и 2, 3 и 2. Для этого нужно составить выражение, являющееся частным данных чисел, и вычислить его значение. Итак, из первой фразы получим выражение 50 : 50, значение которого равно 1. Это означает, что шанс выиграть — такой же, как и проиграть. Из второй фразы получим выражение 1 : 2, значение которого равно 0,5. Это означает, что крупы нужно взять вдвое меньше, чем воды. Подумайте самостоятельно, как объяснить третью фразу.

**Запомните!**

**Выражение, являющееся частным чисел $a$ и $b$, отличных от нуля, называется *отношением чисел $a$ и $b$*.**

Записывают: $a : b$ или $\frac{a}{b}$. Читают: «$a$ относится к $b$».

Числа $a$ и $b$ называют *членами отношения*. Если выполнить деление первого члена отношения на второй, то получим число, являющееся *значением отношения*. Например, 25 : 2 — отношение чисел 25 и 2, а 12,5 — значение этого отношения.

Отношение показывает, какие числа сравнивают. Значение отношения показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть второго числа составляет первое число. Например, значение отношения $\frac{7}{2}$ показывает, что число 7 больше числа 2 в 3,5 раза.

А значение отношения $\frac{2}{7}$ показывает, какую именно часть числа 7 составляет число 2. Отношения 7 к 2 и 2 к 7, как и дроби $\frac{7}{2}$ и $\frac{2}{7}$, называют *взаимно обратными*.

**Обратите внимание:**

— если $a > b$, то значение отношения $a$ к $b$ показывает, во сколько раз число $a$ больше числа $b$;

— если $a < b$, то значение отношения $a$ к $b$ показывает, какую часть числа $b$ составляет число $a$.

Для вычисления значения отношения используют все свойства деления.

**Запомните!**

**Основное свойство отношения**

**Значение отношения не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля:**

$a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$, **или** $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$, **если** $c \neq 0$;

$a : b = (a : c) : (b : c)$, **или** $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$, **если** $c \neq 0$.

Решая задачи, составляют отношения и находят их значения как для одноимённых величин, так и для величин с разными наименованиями.

**Задача 1.** Длина самой крупной рыбы — луны-рыбы — составляет около 3 м, а длина самой мелкой рыбы — гоби — около 16 мм. Сравните длины этих рыб.

**Решение.** **Способ 1.** Можно найти, во сколько раз длина луны-рыбы больше длины рыбы гоби. Для этого составим отношение длины большей рыбы к длине меньшей, выразим эти величины в одних наименованиях и найдём значение отношения:

$$3\text{ м} : 16\text{ мм} = 3000\text{ мм} : 16\text{ мм} = \frac{3000}{16} = \frac{375}{2} = 187{,}5\text{ (раза)}.$$

**Способ 2.** Можно найти, какую часть длины луны-рыбы составляет длина рыбы гоби. Для этого составим обратное отношение длин и найдём его значение:

$$16\text{ мм} : 3\text{ м} = 16\text{ мм} : 3000\text{ мм} = \frac{16}{3000} = \frac{2}{375}.$$

**Обратите внимание:**

значение отношения одноимённых величин является числом без наименования.

**Задача 2.** Найдите скорость гепарда, если за 2 с он преодолевает около 55 м.

**Решение.** Для нахождения скорости движения нужно составить отношение расстояния ко времени движения и вычислить его значение: 55 м : 2 с = 27,5 м/с.

**Обратите внимание:**

значение отношения разноимённых величин является новой величиной, наименование которой отличается от наименований данных величин.

## Узнайте больше

Пентаграмма (рис. 11) всегда привлекала внимание совершенством формы. Особенность данной фигуры состоит в том, что отношения отрезков, из которых она состоит, имеют равные значения:

$$AD : AC = AC : CD =$$
$$= AB : BC = AD : AE = AE : EC \text{ и т. д.}$$

Древнегреческий математик Пифагор (570—490 гг. до н.э.) и его ученики избрали пентаграмму символом своего союза. В наши дни пятиконечная звезда пентограммы украшает флаги и гербы многих стран.

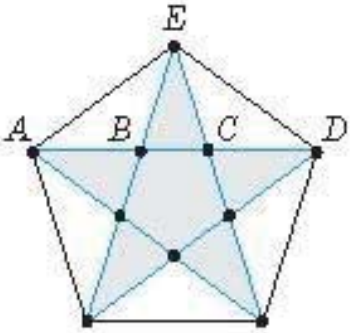



Рис. 11

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется отношением двух чисел? значением отношения?
2. Что показывает отношение двух чисел?
3. Какие отношения называют взаимно обратными? Приведите примеры.
4. Сформулируйте основное свойство отношения.
5. Чему равно значение отношения одноимённых величин? разноимённых величин?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**521′.** Верно ли, что отношением является:
1) число; 2) выражение; 3) равенство; 4) неравенство?

**522′.** Верно ли, что значением отношения является:
1) число; 2) выражение; 3) равенство; 4) неравенство?

**523′.** Прочитайте отношения: 1) 8 : 5; 2) $\frac{11}{14}$; 3) 0,7 : 10; 4) $\frac{1}{12}$.

Назовите члены отношения. Что показывает отношение этих чисел?

**524′.** Верно ли, что значение отношения не изменится, если его члены:
1) умножить на 2;
2) увеличить на 2;
3) увеличить в 2 раза;
4) разделить на 3;
5) уменьшить на 3;
6) уменьшить в 2 раза?

**525°.** Юра утверждает, что значением отношения 15 : 10 является число $\frac{3}{2}$, а Петя — что число 1,5. Кто из мальчиков прав?

**526°.** Является ли число 0,5 значением отношения:
1) 4 : 8; 2) $\frac{10}{18}$; 3) 14 : 7; 4) $\frac{5}{10}$?

**527°.** Найдите значение отношения:
1) 16 : 4; 2) 1,8 : 0,9; 3) $\frac{6}{12}$; 4) $\frac{36}{63}$; 5) $\frac{0,12}{0,48}$; 6) 2,8 : 49.

**528°.** Найдите значение отношения:
1) 5 : 15; 2) 2,5 : 0,5; 3) $\frac{0,2}{5}$ 4) $\frac{3,4}{17}$.

**529°.** Являются ли взаимно обратными отношения:

1) $\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{2}$; 2) $\frac{14}{9}$ и $\frac{9}{14}$; 3) 8 : 11 и 11 : 8; 4) $\frac{3}{4}$ и $\frac{8}{6}$?

**530°.** Являются ли взаимно обратными отношения:

1) $\frac{3}{7}$ и $\frac{21}{9}$; 2) 5 : 0,2 и 2 : 0,5?

**531°.** Какое отношение нужно вставить вместо *, чтобы получить пару взаимно обратных отношений:

1) 4 : 9 и *; 2) 10 : 3 и *; 3) $\frac{2}{13}$ и *; 4) $3\frac{1}{4}$ и *?

**532°.** Составьте несколько отношений, значения которых равны значению отношения $\frac{8}{40}$. Какое свойство вы использовали?

**533°.** Составьте несколько отношений, значения которых равны значению отношения 5 : 15. Какое свойство вы использовали?

**534°.** Чему равно значение отношения:

1) 12 см : 6 см; 2) 0,2 м : 5 м; 3) 4 км : 60 мин; 4) 20 м : 5 с?

**535°.** Чему равно значение отношения:

1) 30 дм : 5 дм; 2) 10 м : 2 с?

**536°.** В 6-А классе — 32 ученика. Из них — 14 мальчиков. Во сколько раз девочек в 6-А классе больше, чем мальчиков? Какую часть учеников класса составляют мальчики, а какую — девочки?

**537°.** Верёвку длиной 14 м разрезали на две части. Длина первой части равна 8 м. Во сколько раз длина первой части больше длины второй? Какую часть длины верёвки составляет длина её первой части, а какую — длина второй?

**538.** Найдите значение отношения:

1) 5 к 22,5; 2) 1,8 к 81; 3) $\frac{5}{63}$ к $\frac{1}{2}$; 4) 5,5 к $11\frac{1}{12}$.

**539.** Найдите значение отношения:

1) 45 до 1,5; 2) $3\frac{2}{3}$ до 1,1.

**540.** Найдите скорость автомобиля, если расстояние 100 км он проезжает за: 1) 1 ч; 2) 0,8 ч; 3) $1\frac{1}{3}$ ч; 4) 30 мин.

**541.** Первая бригада маляров за 5 ч покрасила 52 м$^2$ стены, а вторая бригада за 4 ч — 43 м$^2$. У какой бригады продуктивность труда выше?

**542.** Первая бригада швей за 4 дня может сшить 42 костюма, а вторая бригада за 6 дней — 63 костюма. У какой бригады продуктивность труда выше?

**543.** Какое число нужно вставить вместо $a$, если значение отношения равно 5: 1) $a : 2{,}5$; 2) $3\frac{1}{3} : a$?

**544.** Какое число нужно вставить вместо $b$, если значение отношения равно $\frac{1}{5}$: 1) $0{,}8 : b$; 2) $b : 3\frac{3}{4}$?

**545*.** От верёвки отрезали часть длиной 15 м. Найдите длину верёвки, если отношение длины отрезанной части к длине верёвки равно 1 : 5.

**546*.** Два числа относятся, как 2 : 5. На какое число нужно разделить второе число, чтобы получить отношение 2 : 3?

**547*.** Цена книги снизилась на $\frac{1}{5}$ её стоимости. Можно ли оценить, во сколько раз предыдущая цена выше новой?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**548.** Объясните следующие фразы: 1) для приготовления варенья ягод и сахара нужно взять в отношении 1 к 2; 2) стороны забора прямоугольной формы находятся в отношении 1 к 3.

**549.** Измерьте длину и ширину двух комнат у себя дома. Найдите значение отношения площади пола одной комнаты к площади пола другой комнаты. Какой вывод можно сделать, исходя из полученного результата?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**550.** Составьте числовое выражение и найдите его значение: утроить разность удвоенной суммы чисел 10,5 и 11,4 и произведения чисел 3,5 и 2,8.

**551.** Сумма двух чисел равна 10,5, а их разность — 2,5. Найдите эти числа.

# § 13. ПРОПОРЦИЯ И ЕЁ СВОЙСТВА

Вы знаете, что два выражения с равными значениями можно приравнять. Например, можно приравнять отношения 1,2 : 0,3 и 16 : 4, поскольку их значения равны 4. Можем записать равенство: 1,2 : 0,3 = 16 : 4 или $\frac{1,2}{0,3}=\frac{16}{4}$. Такие равенства имеют специальное название — *пропорция*.

**Запомните!**

***Пропорцией*** **называется равенство двух отношений.**

**Обратите внимание:**

пропорция утверждает, что отношения в левой и правой её частях имеют равные значения.

Записывают: $a:b=c:d$ или $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Читают: «Отношение $a$ к $b$ равно отношению $c$ к $d$» или «$a$ так относится к $b$, как $c$ относится к $d$».

Числа $a$ и $d$ называют *крайними членами пропорции*, а числа $b$ и $c$ — *средними членами пропорции* (рис. 12).

Рис. 12

**Обратите внимание:**

пропорции составляют только для чисел, отличных от нуля.

Вычислим произведения крайних и средних членов пропорции 1,2 : 0,3 = 16 : 4. Для крайних членов получим 1,2 · 4 = 4,8, а для средних членов — 0,3 · 16 = 4,8. Следовательно, эти произведения равны между собой: 1,2 · 4 = 0,3 · 16. В этом состоит *основное свойство пропорции*.

**Запомните!**

**Основное свойство пропорции**

**Произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов:**

$$\text{если } \frac{a}{b}=\frac{c}{d}, \text{ то } ad=bc.$$

И наоборот: если $ad=bc$ и числа $a$, $b$, $c$ и $d$ не равны нулю, то $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

**Задача 1.** Является ли равенство $3:5=1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ пропорцией?

**Решение.**

**Способ 1.** Применим определение пропорции: $3:5=\frac{3}{5}$ и $1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}=\frac{3}{2}:\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 2}{2\cdot 5}=\frac{3}{5}$. Значения отношений $3:5$ и $1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ равны, следовательно, равенство $3:5=1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ — пропорция.

**Способ 2.** Проверим, выполняется ли основное свойство пропорции: $3\cdot 2\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 5}{1\cdot 2}=\frac{15}{2}$ и $5\cdot 1\frac{1}{2}=\frac{5\cdot 3}{1\cdot 2}=\frac{15}{2}$. Получили, что произведение крайних членов $3\cdot 2\frac{1}{2}$ равно произведению средних членов $5\cdot 1\frac{1}{2}$. Следовательно, равенство $3:5=1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ — пропорция.

В пропорции $1{,}2:0{,}3=16:4$ поменяем местами крайние члены 1,2 и 4. Получим: $4:0{,}3=16:1{,}2$. Это равенство также является пропорцией. Действительно, от перестановки крайних членов 1,2 и 4 ни их произведение, ни произведение средних членов не изменилось, поэтому новое равенство — пропорция. Так же произведения крайних членов и средних членов не изменятся, если в пропорции поменять местами средние члены: $1{,}2:16=0{,}3:4$. Но полученные пропорции $1{,}2:16=0{,}3:4$

и 4 : 0,3 = 16 : 1,2 отличаются от данной пропорции 1,2 : 0,3 = 16 : 4, поскольку имеют другие значения отношений. В данной пропорции оно равно 4, а в полученных пропорциях — $\frac{3}{40}$ и $\frac{40}{3}$ соответственно. Иначе говорят: *пропорциональное соотношение чисел* изменилось.

В пропорциях $1{,}2:16=0{,}3:4$ и $4:0{,}3=16:1{,}2$ значения их отношений — это взаимно обратные числа $\frac{3}{40}$ и $\frac{40}{3}$. Поэтому такие пропорции называют *взаимно обратными*. Во взаимно обратных пропорциях пропорциональное соотношение чисел является одинаковым с точностью до порядка сравнения. Действительно, в обеих пропорциях сравниваются две какие-то величины — меньшая и большая, например, толщина линейки и толщина учебника. Но в первой пропорции сопоставляют меньшую величину с большей, а во второй, наоборот, — большую с меньшей, причём одни и те же величины. Можно сказать и так: вторая пропорция — это первая пропорция, которую записали справа налево. В ней одновременно поменяли местами и средние, и крайние члены. Будем считать, что при переходе от данной пропорции к обратной и наоборот пропорциональное соотношение чисел не меняется.

? Изменится ли пропорциональное соотношение чисел, если средние члены пропорции поменять местами с соответствующими крайними членами? Нет. В самом деле, если в каждом отношении пропорции $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ поменять местами его члены — $a$ с $b$ и $c$ с $d$, то получим равенство обратных отношений: $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$. А такое равенство является пропорцией, взаимно обратной с данной.

Опираясь на основное свойство пропорции, можно находить неизвестный член пропорции.

**Задача 2.** Найдите неизвестный член пропорции:
1) $x:28=3:12$; 2) $30:y=5:8$.

**Решение.** 1. Неизвестным является крайний член пропорции $x:28=3:12$. По основному свойству пропорции: $12x=28\cdot 3$. Отсюда $x=\frac{28\cdot 3}{12}=7$.

2. Неизвестным является средний член пропорции $30:y=5:8$. По основному свойству пропорции: $5y=30\cdot 8$. Отсюда $y=\frac{30\cdot 8}{5}=48$.

**Запомните!**

**Правила нахождения неизвестного члена пропорции**

1. **Чтобы найти неизвестный крайний член пропорции, нужно произведение её средних членов разделить на известный крайний член пропорции.**
2. **Чтобы найти неизвестный средний член пропорции, нужно произведение её крайних членов разделить на известный средний член пропорции.**

**Узнайте больше**

1. Термин «пропорция» происходит от латинского *proportio* — «соотношение».
2. Золотым сечением называют деление отрезка $c$ на две неравные части $a$ и $b$ (рис. 13), при котором меньшая часть так относится к большей, как большая часть относится ко всему отрезку, то есть $a:b=b:c$. Значение этого отношения приблизительно равно 0,618.

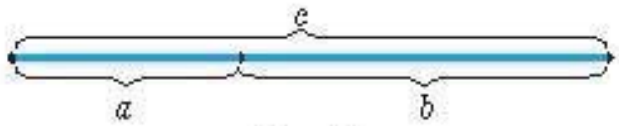



Рис. 13

Считают, что понятие золотого сечения было известно в Древнем Египте. И в самом деле, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют о том, что при их создании египетские мастера использовали отношение золотого сечения.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое пропорция? Приведите примеры.
2. Запишите пропорцию с помощью букв. Назовите крайние и средние члены пропорции.
3. Сформулируйте основное свойство пропорции.
4. Запишите основное свойство пропорции с помощью букв.
5. Какие пропорции называют взаимно обратными?
6. Изменится ли пропорция, если в ней поменять местами только средние члены или только крайние члены?
7. Как найти неизвестный член пропорции?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**552′.** Является ли данное равенство пропорцией:

1) $12 + 8 = 15 + 5$; 3) $4 : 2 = 12 : 6$; 5) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$;

2) $14 - 4 = 20 - 10$; 4) $2 \cdot 9 = 6 \cdot 3$; 6) $8 : 2 = 4 \cdot 1$?

Ответ объясните.

**553′.** Прочитайте пропорцию:

1) $24 : 8 = 9 : 3$; 2) $3 : 2 = 0{,}15 : 0{,}1$; 3) $\frac{2}{15} = \frac{0{,}4}{3}$; 4) $\frac{4{,}5}{5} = \frac{9}{10}$.

Назовите крайние и средние члены пропорции.

**554′.** Как проверить, является ли равенство $5:4=1{,}5:1{,}2$ пропорцией, с помощью: 1) определения пропорции; 2) основного свойства пропорции?

**555′.** Верно ли, что взаимно обратными являются пропорции:

1) $\frac{3}{9} = \frac{2}{6}$ и $\frac{9}{3} = \frac{6}{2}$; 2) $3 : 9 = 2 : 6$ и $6 : 2 = 9 : 3$?

**556′.** Прочитайте справа налево пропорцию: 1) $33:11=18:6$; 2) $0{,}5:4=1{,}5:12$. Какими являются данная и полученная пропорции? Почему?

**557°.** Из каких отношений можно составить пропорцию:

1) $4 : 8$; 2) $0{,}2 : 4$; 3) $5 : 10$; 4) $\frac{12}{24}$? Ответ объясните.

***558°.*** Из каких отношений можно составить пропорцию:

1) $6 : 2$; 2) $1{,}8 : 0{,}6$; 3) $12 : 3$; 4) $\frac{15}{5}$?

**559°.** Можно ли составить пропорцию из чисел:
1) 3, 6, 9, 12; 2) 1, 2, 4, 8; 3) 0, 1, 2, 3; 4) 4, 0, 5, 1?

**560°.** Составьте пропорцию из чисел: 1) 1, 2, 4, 8; 2) 2, 3, 6, 9; 3) 0,5, 1, 2, 4; 4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$. Ответ запишите двумя способами.

**561°.** Составьте пропорцию из чисел: 1) 2, 4, 6, 12; 2) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, 3, 5.
Ответ запишите двумя способами.

**562°.** Проверьте, выполняется ли основное свойство пропорции:
1) $18 : 9 = 30 : 15$; 3) $0{,}5 : 3 = 10 : 60$; 5) $\frac{0{,}2}{4} = \frac{0{,}15}{3}$;
2) $2 : 25 = 3 : 37{,}5$; 4) $\frac{2}{9} = \frac{7}{31{,}5}$; 6) $\frac{8}{0{,}2} = \frac{60}{1{,}5}$.

**563°.** Проверьте, выполняется ли основное свойство пропорции:
1) $40 : 8 = 15 : 3$; 2) $5 : 0{,}4 = 25 : 2$; 3) $\frac{4{,}5}{9} = \frac{3{,}5}{7}$; 4) $\frac{2{,}4}{0{,}2} = \frac{6}{0{,}5}$.

**564°.** Составьте пропорцию, используя равенство:
1) $3 \cdot 6 = 2 \cdot 9$; 2) $5 \cdot 2 = 0{,}4 \cdot 25$; 3) $\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{2}{7} \cdot 3$.
Сколько пропорций можно составить? Ответ объясните.

**565°.** Составьте четыре пропорции, используя равенство:
1) $8 \cdot 0{,}2 = 0{,}4 \cdot 4$; 2) $1{,}3 \cdot 10 = 2\frac{1}{6} \cdot 6$.

**566°.** Проверьте двумя способами, является ли пропорцией равенство:
1) $18 : 3 = 30 : 5$; 3) $\frac{16}{14} = \frac{14}{12}$; 5) $\frac{3}{0{,}4} = \frac{1{,}5}{0{,}2}$;
2) $2{,}5 : 6{,}25 = 3 : 7{,}5$; 4) $\frac{0{,}8}{4} = \frac{4}{2}$; 6) $\frac{2}{1{,}2} = \frac{5}{3}$.

**567°.** Проверьте двумя способами, является ли пропорцией равенство:
1) $28 : 7 = 2 : 0{,}5$; 2) $\frac{2}{3} : 5 = 0{,}1 : \frac{3}{4}$; 3) $\frac{3{,}2}{24} = \frac{2}{3}$; 4) $\frac{2{,}5}{20} = \frac{0{,}5}{4}$.

**568°.** Являются ли взаимно обратными пропорции:
1) $15:3 = 2:0{,}4$ и $3:15 = 0{,}4:2$; 3) $15:3 = 2:0{,}4$ и $15:10 = 3:2$;
2) $\frac{15}{3} = \frac{2}{0{,}4}$ и $\frac{15}{2} = \frac{3}{0{,}4}$; 4) $\frac{15}{3} = \frac{2}{0{,}4}$ и $\frac{0{,}4}{2} = \frac{3}{15}$?
Ответ объясните.

**569°.** Являются ли взаимно обратными пропорции:

1) $4:0,5=16:2$ и $4:16=0,5:2$; 2) $\frac{4}{0,5}=\frac{16}{2}$ и $\frac{2}{0,5}=\frac{16}{4}$?

**570°.** Составьте пропорцию со значением отношений: 1) 3; 2) 0,2. Запишите пропорции, взаимно обратные с составленными.

**571°.** Составьте пропорцию, в которой значение отношений равно 5. Запишите пропорцию, взаимно обратную с составленной.

**572°.** Найдите неизвестный член пропорции:

1) $12 : x = 4 : 5$; 5) $0,8 : y = 2 : 1\frac{1}{4}$; 9) $\frac{12}{0,5}=\frac{80}{z}$;

2) $5 : 8 = 15 : y$; 6) $z : 4,2 = 9 : 10,8$; 10) $\frac{x}{1,8}=\frac{1}{0,3}$;

3) $8 : 3 = 16 : z$; 7) $\frac{x}{7}=\frac{0,5}{0,3}$; 11) $\frac{0,7}{y}=\frac{2,1}{33}$;

4) $2,4 : x = 0,8 : 5$; 8) $\frac{48}{5,1}=\frac{y}{3,4}$; 12) $\frac{0,4}{7}=\frac{z}{4,2}$.

**573°.** Найдите неизвестный член пропорции:

1) $15 : x = 5 : 7$; 3) $39 : 1,5 = 52 : z$; 5) $\frac{3}{0,8}=\frac{60}{y}$;

2) $9 : 3 = y : 0,5$; 4) $\frac{x}{10}=\frac{1,3}{1,5}$; 6) $\frac{7}{10,5}=\frac{z}{0,3}$.

**574.** Дана пропорция $a : b = c : d$. Является ли пропорцией равенство:

1) $a : c = b : d$; 3) $5a : 5b = c : d$;
2) $d : b = c : a$; 4) $4a : 2b = 8c : 4d$?

Ответ объясните.

**575.** Дана пропорция $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Является ли пропорцией равенство:

1) $a : d = b : c$; 2) $d : c = b : a$; 3) $\frac{a}{6b}=\frac{6c}{d}$; 4) $\frac{4a}{b}=\frac{12c}{3d}$?

Ответ объясните.

**576.** Крайние члены пропорции равны 15 и 7, а один из средних её членов равен 3. Найдите другой средний член пропорции. Запишите все возможные пропорции с данными членами.

**577.** Крайние члены пропорции равны 9 и 24, а один из средних её членов равен 36. Найдите другой средний член пропорции. Запишите все возможные пропорции с данными членами.

**578.** Средние члены пропорции равны 1,25 и 8, а один из крайних членов равен 2,5. Найдите другой крайний член пропорции.

**579.** Средние члены пропорции равны 4,5 и 4, а один из крайних членов равен 12,5. Найдите другой крайний член пропорции.

**580.** Решите уравнение:

1) $x:4{,}5=3\frac{1}{5}:2\frac{1}{4}$;

2) $1{,}2:y=1\frac{1}{3}:1\frac{3}{7}$;

3) $2\frac{2}{3}:1\frac{7}{9}=\frac{1}{5}:(x-0{,}6)$;

4) $\frac{0{,}2}{x-5}=\frac{0{,}5}{2{,}5}$;

5) $6y:84=\frac{4}{11}:\frac{8}{11}$;

6) $\frac{4{,}5}{27}=\frac{7y}{21}$;

7) $(2x-1{,}5):2\frac{1}{7}=1\frac{2}{3}:\frac{5}{14}$;

8) $\frac{0{,}84}{\frac{7}{15}}=\frac{0{,}5y+2{,}5}{3\frac{1}{3}}$.

**581.** Решите уравнение:

1) $1\frac{1}{9}:x=2\frac{2}{3}:3\frac{3}{5}$;

2) $\frac{1{,}25}{y+2}=\frac{0{,}6}{2{,}4}$;

3) $6x:3\frac{1}{3}=2{,}4:\frac{1}{12}$;

4) $\frac{4\frac{1}{2}}{0{,}6}=\frac{4y-2}{\frac{4}{9}}$.

**582*.** Задуманное число удвоили, а затем уменьшили на 6. В результате оказалось, что полученное число так относится к числу 9, как 4 относится к 4,5. Какое число задумали?

**583*.** Известно, что $x:y=5:8$ и $y:z=16:7$. Найдите $z$, если $x=2{,}4$.

**584*.** Известно, что $x:y=y:z=2$. Найдите отношение $x$ к $z$.

**585*.** Найдите значение $x$, если:

1) $x:y=3:2$, $y:z=2:1$, $z:1=1:0{,}25$;

2) $x:\frac{1}{2}=y:\frac{1}{3}$, $y:\frac{1}{4}=z:\frac{1}{5}$, $z:\frac{1}{3}=\frac{1}{5}:\frac{1}{4}$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**586.** В 1855 году немецкий исследователь золотого сечения профессор А. Цейзинг опубликовал книгу «Эстетичные исследования». В ней учёный абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив её универсальной для всех явлений природы и искусства. Вслед за учёными и художниками Древнего мира и эпохи Возрождения он подчёркивал, например, что пропорции золотого сече-

ния проявляются в отношении разных частей лица и тела человека. На рисунках 14 –15 вы видите отдельные его расчёты.

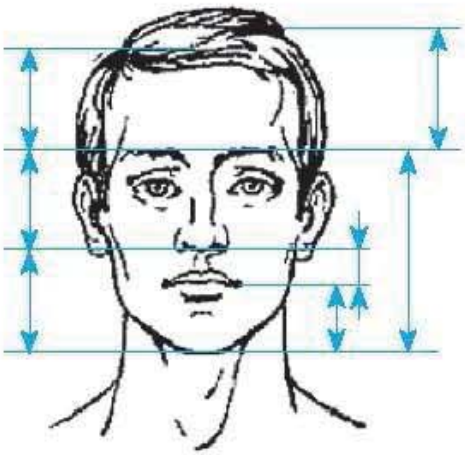


Рис. 14

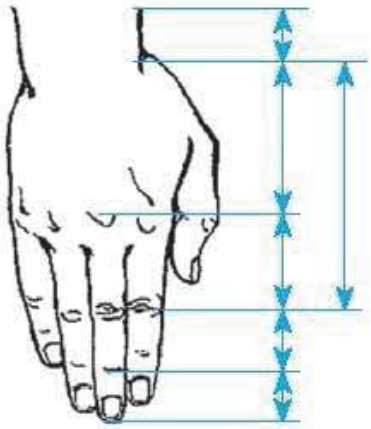


Рис. 15

Выясните, какие отрезки на рисунках 14 –15 образуют пропорцию золотого сечения. Проверьте, выполнив соответствующие измерения своей ладони или ладони друга, подтверждается ли пропорциональность отрезков, изображённых на рисунке 15.

### ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**587.** Найдите отношение величин:
1) 1,6 м и 20 см; 2) 2 кг и 750 г; 3) 1 ч и 40 мин.

**588.** В одном классе учится менее 40 учеников. На улице Смелянской проживает $\frac{1}{7}$ учеников этого класса, на Рождественской — $\frac{1}{3}$, на Благовестной — $\frac{1}{2}$ и на бульваре Шевченко — остальные ученики. Сколько учеников учится в этом классе?

## § 14. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

С помощью пропорций можно решать задачи.

Вы знаете, например, что стоимость товара зависит от его количества: чем большее количество товара покупают, тем большей будет его стоимость. Такие величины называют *прямо пропорциональными*.

**Запомните!**

**Две величины называются *прямо пропорциональными*, если при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз другая величина увеличивается (уменьшается) в такое же количество раз.**

**Задача 1.** За 2 кг конфет заплатили 72 грн. Сколько будут стоить 4,5 кг этих конфет?

**Решение.**

2 кг – 72 грн

4,5 кг – $x$

$$\frac{2}{4,5} = \frac{72}{x};$$

$$x = \frac{4,5 \cdot 72}{2};$$

$$x = 162.$$

Ответ: 4,5 кг конфет стоят 162 грн.

**Обратите внимание:**

если две величины прямо пропорциональны, то пропорцию образуют отношения соответствующих значений этих величин.

На практике, кроме прямой пропорциональной зависимости величин, встречается и обратная пропорциональная зависимость. Например, по пути в школу, когда времени маловато, вы увеличиваете скорость своего движения, чтобы не опоздать на урок. Значит, скорость вашего движения зависит от времени движения: чем меньше время движения, тем большей будет ваша скорость. Такие величины называют *обратно пропорциональными*.

**Запомните!**

**Две величины называются *обратно пропорциональными*, если при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз другая величина уменьшается (увеличивается) в такое же количество раз.**

**Задача 2.** Автомобиль, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проехал расстояние от Черкасс до Киева за 2 ч. С какой скоростью он двигался в обратном направлении, если расстояние от Киева до Черкасс он преодолел за 2,5 ч?

**Решение.**

90 км/ч – 2 ч

$x$ – 2,5 ч

$$\frac{x}{90} = \frac{2}{2,5};\ x = \frac{90 \cdot 2}{2,5};\ x = 72.$$

Ответ: скорость автомобиля в обратном направлении – 72 км/ч.

**Обратите внимание:**

если две величины обратно пропорциональны, то пропорцию образуют взаимно обратные отношения соответствующих значений этих величин.

Всегда ли две величины являются прямо пропорциональными или обратно пропорциональными? Порассуждаем. Например, во время болезни температура ребёнка может то возрастать, то понижаться на протяжении нескольких дней. И здесь нет зависимости, следовательно, не может быть и пропорциональности. А вот рост ребёнка постоянно увеличивается с увеличением его возраста. Значит, существует зависимость между величинами и есть основания анализировать, пропорциональны ли данные величины. Понятно, что

пропорциональной зависимости здесь нет, поэтому выяснять, как именно пропорциональны эти величины — прямо или обратно, — не надо. Если же две величины пропорциональны, то возможны лишь два варианта, взаимно исключающие друг друга, — или прямая пропорциональность, или обратная пропорциональность.

**Узнайте больше**

С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика и монаха **Леонардо из Пизы** (1180–1240 гг.), более известного как Фибоначчи (сын Боначчи). Он много путешествовал по Востоку, познакомил Европу с индийскими (арабскими) цифрами. В 1202 г. вышла в свет его математическая работа «Книга об абаках» (счётные доски), в которой были собраны все известные к тому времени задачи. Одна из задач была такой: «Сколько пар кроликов за один год от одной пары родится?». Размышляя на эту тему, Фибоначчи выстроил такой ряд чисел:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... .

Сегодня эта последовательность чисел известна как ряд Фибоначчи. Особенность данной последовательности чисел заключается в том, что каждый её член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих:

$0 + 1 = 1$; $1 + 1 = 2$; $1 + 2 = 3$; $2 + 3 = 5$;
$3 + 5 = 8$; $5 + 8 = 13$; $8 + 13 = 21$; $13 + 21 = 34$

и т.д., а отношение соседних чисел ряда приближается к отношению золотого сечения. Например, $21 : 34 = 0{,}617$, а $34 : 55 = 0{,}618$.

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Какие величины называются прямо пропорциональными? Приведите примеры.
2. Как решают задачи на прямую пропорциональность?
3. Какие величины называются обратно пропорциональными? Приведите примеры.
4. Как решают задачи на обратную пропорциональность?
5. Всегда ли две величины являются пропорциональными?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**589′.** Две величины прямо пропорциональны. Как изменится одна величина, если другую: а) увеличить в 5 раз; б) уменьшить в 2 раза? Ответ объясните.

**590′.** По условию задачи составили краткую запись:

1) 3 — 36,
4 — 48;

2) 70 — 3,
60 — 2;

3) 2 — 100,
4 — 50.

Являются ли данные величины прямо пропорциональными?

**591′.** Две величины обратно пропорциональны. Как изменится одна величина, если другая: а) увеличится в 4 раза; б) уменьшится в 6 раз? Ответ объясните.

**592′.** По условию задачи составили краткую запись:

1) 80 — 4,
160 — 2;

2) 3 — 18,
5 — 30;

3) 10 — 8,
4 — 20.

Являются ли данные величины обратно пропорциональными?

**593°.** Определите, является ли прямо пропорциональной данная зависимость величин:

1) стоимость товара, купленного по одной цене, и количество товара;

2) масса коробки конфет и количество одинаковых конфет в коробке;

3) путь, который проехал автомобиль с постоянной скоростью, и время движения;

4) скорость движения и время движения для преодоления определённого расстояния;

5) вес человека и его рост;

6) масса ягод и масса сахара для приготовления варенья;

7) периметр прямоугольника и длина одной из его сторон;

8) длина стороны квадрата и его периметр.

**594°.** По краткой записи задачи найдите $x$, если величины являются прямо пропорциональными.

1) 3 кг конфет — 36 грн,
6 кг конфет — $x$;

2) 15 деталей — 3 ч,
$x$ — 2 ч.

**595°.** Сколько стоит 10 кг конфет, если за 4 кг таких конфет заплатили 128 грн?

**596°.** За 3 кг яблок заплатили 24 грн. Сколько стоит 7 кг таких яблок?

**597°.** За 4 ч катер проплыл 80 км. Какое расстояние проплывёт катер за 2 ч, двигаясь с такой же скоростью?

**598°.** Турист прошёл 20 км за 5 ч. За сколько часов турист преодолеет расстояние 28 км, двигаясь с такой же скоростью?

**599°.** При выпечке хлеба из 1 кг ржаной муки получают 1,4 кг хлеба. Сколько муки потребуется для выпечки 42 ц хлеба?

**600°.** Из 3 кг сырых кофейных зёрен получают 2,5 кг жареных зёрен. Сколько килограммов сырых кофейных зёрен нужно взять, чтобы получить 10 кг жареных?

**601°.** Расстояние 210 км автомобиль проехал за 3 ч. Какое расстояние проедет автомобиль за 2 ч, двигаясь с такой же скоростью?

**602°.** Бесхвостая обезьяна гиббон, прыгая с дерева на дерево, за 2 ч может преодолеть расстояние 32 км. Какое расстояние может преодолеть гиббон за 3 ч?

**603°.** Определите, является ли обратно пропорциональной данная зависимость величин:

1) цена товара и стоимость покупки;
2) масса коробки конфет и её стоимость;
3) скорость движения и время движения для преодоления определённого расстояния;
4) скорость движения автомобиля и путь, который он проехал с постоянной скоростью;
5) объём выполненной работы и время её выполнения;
6) продуктивность труда и время выполнения определённого объёма работы;
7) количество автомобилей и груз, который они перевезут за определённое время;
8) длина стороны квадрата и его площадь.

**604°.** По краткой записи задачи найдите $x$, если величины являются обратно пропорциональными.

1) 3 ч — 80 км/ч,
4 ч — $x$;

2) 5 работников — 8 дней,
$x$ — 10 дней.

**605°.** Заказ на изготовление мебели 3 столяра выполнили за 12 дней. За сколько дней смогут выполнить этот заказ 6 столяров, если их производительность труда будет одинаковой?

**606°.** За сколько дней выполнят задание 6 работников, если 2 работника могут выполнить это задание за 9 дней?

**607°.** Красный кенгуру двигался 3 ч со скоростью 55 км/ч. Какой должна быть скорость кенгуру, чтобы это расстояние он смог преодолеть за 2,5 ч?

**608°.** Какой должна быть скорость поезда по новому расписанию, чтобы проехать расстояние между двумя станциями за 4 ч, если

в соответствии со старым расписанием, двигаясь со скоростью 100 км/ч, он преодолевал его за 5 ч?

**609.** За 4 кг печенья заплатили 56 грн. Сколько будут стоить 3 кг конфет, цена которых на 2 грн больше, чем цена печенья?

***610.*** 5 кг яблок стоят 40 грн. Найдите стоимость 2 кг груш, цена которых на 4 грн больше, чем цена яблок.

**611.** Маятник настенных часов выполняет 730 колебаний за 15 мин. Сколько колебаний он выполнит за 1 ч? За сколько времени маятник выполнит 2190 колебаний?

***612.*** За 24 тетради Наташа заплатила 60 грн. Сколько стоят 20 таких тетрадей? Сколько таких тетрадей можно купить за 45 грн?

**613.** В бидоне 12 л молока. Его разлили поровну в 6 банок. Сколько литров молока в каждой банке? Сколько трёхлитровых банок можно наполнить молоком из этого бидона?

***614.*** Через водопроводный кран вытекает за минуту 6 л воды. Сколько воды вытечет через кран за полчаса? За какое время через кран вытечет 27 л воды?

**615.** Расстояние между станциями составляет 360 км. За какое время проедет это расстояние поезд, который за час преодолевает 90 км? Какой должна быть скорость поезда, чтобы он смог преодолеть это расстояние за 4 ч 30 мин?

***616.*** Расстояние между сёлами — 18 км. За какое время проедет это расстояние велосипедист со скоростью 12 км/ч? С какой скоростью нужно двигаться пешеходу, чтобы пройти это расстояние за 6 ч?

**617.** Два трактора вспахали поле за 6 дней. За сколько дней вспашут это поле 4 трактора, если будут работать с такой же производительностью труда? Сколько тракторов нужно, чтобы вспахать поле за 2 дня?

***618.*** Восемь грузовиков могут перевезти груз за 3 дня. За сколько дней смогут перевезти груз 6 таких грузовиков? Сколько грузовиков потребуется, чтобы перевезти груз за 2 дня?

**619.** Составьте и решите задачу на: 1) прямую пропорциональность, для решения которой понадобится пропорция $\frac{3}{x}=\frac{36}{60}$; 2) обратную пропорциональность, для решения которой понадобится пропорция $x : 4 = 120 : 160$.

***620.*** Составьте и решите задачу на: 1) прямую пропорциональность, для решения которой понадобится пропорция $5 : x = 60 : 72$;

2) обратную пропорциональность, для решения которой понадобится пропорция $\frac{3}{x}=\frac{90}{60}$.

**621*.** Тарас может пройти путь от железнодорожной станции до села за 20 мин. За какое время он доедет на велосипеде от станции до села, если скорость его движения на велосипеде в 2 раза больше, чем скорость движения пешком?

**622*.** Мастер, работая самостоятельно, выполняет работу за 3 дня, а вместе с учеником — за 2 дня. За сколько дней ученик может выполнить эту работу самостоятельно?

**623*.** Дима пробегает 4 круга по беговой дорожке за то же время, за которое Катя пробегает 3 круга. Катя пробежала 12 кругов. Сколько кругов за это время пробежал Дима?

**624*.** Из бассейна могут выкачать воду за 1 ч 15 мин. Через какое время после начала работы в бассейне останется 0,2 начального количества воды?

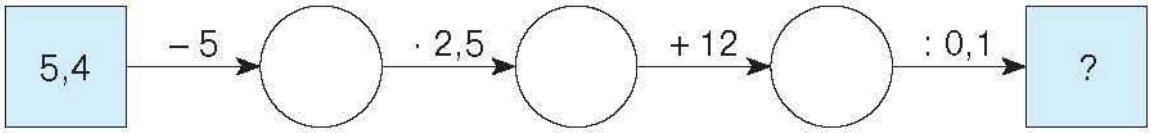
## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**625.** Для печатания книги предполагалось размещать на каждой странице по 28 строк, в каждой строке — по 40 букв. Однако оказалось, что целесообразнее размещать на каждой странице по 35 строк. Сколько в таком случае будет размещено в каждой строке букв, если при печатании этой книги количество букв на страницах не изменится?

**626.** Для приготовления 12 пирожных понадобится белок одного яйца и 3 столовые ложки сахара. Сколько этих продуктов нужно взять для приготовления 24 таких пирожных? Сколько таких пирожных выйдет на основе 3 яиц?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**627.** Какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки?




**628.** Решите уравнение:

1) $15\frac{3}{8}:\left(2\frac{3}{4}x+5\frac{5}{6}\right)-1\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$;  2) $3\frac{1}{3}-\left(4\frac{1}{5}x+x\right):5\frac{4}{7}=\frac{8}{15}$.

# § 15. ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА В ДАННОМ ОТНОШЕНИИ. МАСШТАБ

## 1. Пропорциональное деление

На практике часто встречаются задачи с требованием *разделить некоторую величину в заданном отношении*: распределение прибылей, приготовление разных смесей или блюд и т.п. Чтобы решить такие задачи, нужно *выполнить пропорциональное деление* данной величины.

На рисунке 16 вы видите отрезок $AB$, который точка $C$ делит в отношении 2 : 3. Можем составить пропорцию: $\frac{AC}{BC}=\frac{2}{3}$. Из этой пропорции следует, что $\frac{AC}{2}=\frac{BC}{3}$. Пусть значение отношений этой пропорции равно $k$, тогда $\frac{AC}{2}=\frac{BC}{3}=k$. Отсюда $\frac{AC}{2}=k$ и $\frac{BC}{3}=k$, то есть $AC = 2k$ и $BC = 3k$. Итак, мы осуществили пропорциональное деление отрезка $AB$ в отношении 2 : 3 и выразили длины его частей $AC$ и $BC$ через число $k$ (рис. 17).

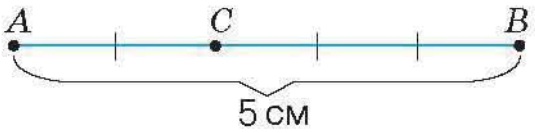


Рис. 16

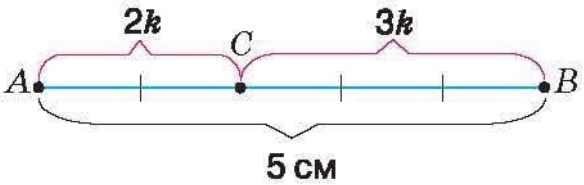


Рис. 17

**Запомните!**

**Число, равное значению отношений пропорции, называется *коэффициентом пропорциональности*.**

Коэффициент пропорциональности обозначают буквой $k$.

Иногда приходится пропорционально делить величину более чем на две части. И тут снова на помощь приходит коэффициент пропорциональности.

**Задача 1.** Разделите число 60 в отношении 3:4:5.

**Решение.** Пусть $k$ — коэффициент пропорциональности. Тогда первая часть данного числа равна $3k$, вторая — $4k$, а третья — $5k$. Поскольку число, которое нужно разделить, равно 60, то можем составить уравнение: $3k + 4k + 5k = 60$. Отсюда: $k = 5$. Следовательно, первая часть числа равна $3 \cdot 5 = 15$, вторая — $4 \cdot 5 = 20$, а третья — $5 \cdot 5 = 25$.

## 2. Масштаб

Для изображения на бумаге предметов окружающего мира нужно менять их реальные размеры: большие предметы приходится уменьшать, а маленькие — наоборот, увеличивать. Но для того, чтобы чертёж или план давали представление о предметах, необходимо изменять их размеры пропорционально. Для этого используют масштаб изображения.

Чаще всего масштаб применяют для создания географических карт.

**Запомните!**

**Отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности называется *масштабом карты*.**

Обозначают: М: 1 : 1 000 000. Эта запись показывает, что 1 см на карте соответствует 1 000 000 см на местности.

**Задача 2.** Расстояние между Черкассами и Харьковом на карте равно 4,1 см. Найдите расстояние между этими городами на местности, если масштаб карты 1 : 10 000 000.

**Решение.**

На карте: 4,1 см — 1 см.

На местности: $x$ — 10 000 000 см.

Тогда отношение длины отрезка на карте к длине отрезка на местности: 4,1 : $x$. Значение данного отношения равно значению масштаба карты, следовательно, 4,1 : $x$ = 1 : 10 000 000.

Отсюда $x = \frac{4{,}1 \cdot 10\,000\,000}{1} = 41\,000\,000$ (см) = 410 (км).

Следовательно, расстояние от Черкасс до Харькова — 410 км.

Как записать масштаб изображения, если на нём нужно увеличить размеры реального предмета, например, в 1000 раз. В этом случае масштаб записывают наоборот: 1000 : 1. Такой масштаб понадобится для того, чтобы изобразить, например, детали часов.

**Узнайте больше**

1. Слово «коэффициент» происходит от латинского *Coefficiens*, состоящего из двух слов: *Co* — «вместе» и *efficiens* — «вырабатывающий». Обозначает множитель, который обычно выражают числом. Термин ввёл Ф. Виет.
2. Слово «масштаб» происходит от немецкого *Maßstab* — «линейка», состоящего из двух слов: *Maß* — «мера» та *Stab* — «веха».

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Какие задачи относятся к задачам на пропорциональное деление? Приведите примеры.
2. Что такое коэффициент пропорциональности?
3. Как решают задачи на пропорциональное деление?
4. Что называется масштабом карты?
5. Как решают задачи с использованием масштаба?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**629′.** Назовите части отрезка $AB$ (рис. 18 –19).

Рис. 18

Рис. 19

**630′.** Верно ли, что коэффициент пропорциональности равен:
1) пропорции; 2) отношению; 3) значению отношения;
4) значению отношений пропорции?

**631′.** Верно ли, что масштаб карты — это:
1) число; 2) величина; 3) выражение?

**632′.** Что показывает масштаб карты:
1) 1 : 100 000; 2) 1 : 5 000 000; 3) 1 : 500; 4) 1 : 2000?

**633′.** Что показывает масштаб изображения:
1) 4 : 1; 2) 10 : 1; 3) 50 : 1; 4) 400 : 1?

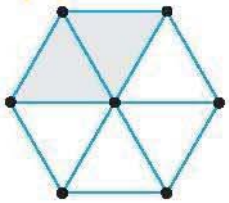


Рис. 20

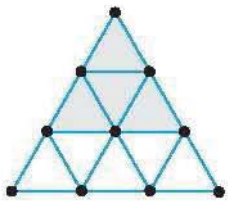


Рис. 21

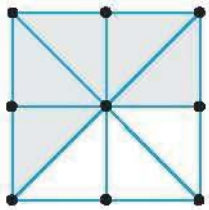


Рис. 22

Рис. 23

**634°.** Каков коэффициент пропорциональности закрашенной и незакрашенной частей: 1) шестиугольника (рис. 20); 2) треугольника (рис. 21)?

**635°.** Каков коэффициент пропорциональности: 1) закрашенной и незакрашенной частей квадрата (рис. 22); 2) двух частей отрезка $MN$ (рис. 23)?

**636°.** Для нахождения частей числа 21, разделённого в отношении 3 : 4, Серёжа составил уравнение:

1) $3x + 4x = 7$; 2) $3 + 4 = 21x$; 3) $3x + 4x = 21$.

Правильно ли он это сделал?

**637°.** Разделите число 24 в отношении:

1) 1 : 3; 2) 3 : 5; 3) 1 : 2 : 5; 4) 2 : 2 : 4.

**638°.** Разделите число 30 в отношении: 1) 1 : 2; 2) 3 : 4 : 8.

**639°.** Два числа относятся, как 5 : 3. Найдите эти числа, если:

1) их сумма равна 40; 2) их разность равна 16.

**640°.** Два числа относятся, как 4 : 1. Найдите эти числа, если:

1) их сумма равна 25; 2) их разность равна 21.

**641°.** Отрезок $AB$ длиной 18 см разделён точкой $C$ в отношении 2 : 7. Найдите длину каждой части.

**642°.** Отрезок $AC$ длиной 24 см разделён точкой $B$ в отношении 3 : 5. Найдите длину каждой части.

**643°.** Два отреза одинаковой ткани стоят 320 грн. Длина первого отреза составляет 5 м, а второго — 3 м. Сколько стоит каждый отрез ткани?

**644°.** Две школы закупили билеты в театр и заплатили за них 12 200 грн. Сколько заплатила каждая школа, если театр посетили 286 учеников первой школы и 324 ученика — второй?

**645°.** Латунь представляет собой сплав меди и олова. Сколько граммов меди и сколько граммов олова содержит 270 г латуни, если для сплава нужно взять 1 часть олова и 2 части меди?

**646°.** Для сплава берут одну часть свинца и три части олова. Сколько граммов свинца и олова содержится в 600 г сплава?

**647°.** Каков масштаб карты, если длина отрезка $AB$:
1) на карте в 20 000 раз меньше, чем на местности;
2) на местности в 400 раз больше, чем на карте?

**648°.** Каков масштаб карты, если длина отрезка $CD$:
1) на карте в 50 000 раз меньше, чем на местности;
2) на местности в 1000 раз больше, чем на карте?

**649°.** Какова длина отрезка $AB$ на местности, если отрезок $AB = 1$ см изображён на карте с масштабом 1 : 100 000?

**650°.** Какова длина отрезка $CD$ на местности, если отрезок $CD = 1$ см изображён на карте с масштабом 1 : 10 000?

**651°.** Масштаб карты 1 : 500 000. Определите расстояние на местности, если на карте оно изображено отрезком:
1) 1 см; 2) 3 см; 3) 4,5 см; 4) 6 см 2 мм.

**652°.** Масштаб карты 1 : 4 000 000. Определите расстояние на местности, если на карте оно изображено отрезком:
1) 2 см; 2) 5 см 5 мм.

**653°.** Расстояние между Киевом и Винницей равно 260 км. Каково расстояние между этими городами на карте с масштабом:
1) 1 : 10 000 000; 2) 1 : 40 000 000?

**654°.** Расстояние между Донецком и Житомиром равно 880 км. Чему равно расстояние между этими городами на карте с масштабом 1 : 10 000 000?

**655.** Отрезок $BC$ точкой $A$ разделён в отношении 3 : 8, причём одна из частей на 5 см больше другой. Найдите длину каждой части.

**656.** Отрезок $AB$ точкой $C$ разделён в отношении 4 : 7, причём одна из частей на 9 см меньше другой. Найдите длину каждой части.

**657.** Отрезок $CD$ длиной 48 см точками $A$ и $B$ разделён в отношении 5 : 3 : 4. Найдите длину каждой части.

**658.** Отрезок $AB$ длиной 36 см точками $C$ и $D$ разделён в отношении 4 : 3 : 2. Найдите длину каждой части.

**659.** Некоторое расстояние пассажирский поезд преодолевает за 10 ч 30 мин, а товарный — за 12 ч. Какое расстояние проедут до встречи поезда, если они отправятся одновременно из двух городов, расстояние между которыми — 465 км?

**660.** Первый спортсмен пробегает 100 м за 12 с, а второй — за 13 с. Сколько метров пробежит каждый спортсмен до встречи, если они начнут бежать одновременно навстречу друг другу, разойдясь сначала на 200 м?

Рис. 24

**661.** Первый оператор компьютерного набора может набрать 90 страниц за 8 ч, а второй — за 7 ч. Как операторам распределить между собой 90 страниц, чтобы они набрали их в кратчайший срок?

**662.** Первая бригада может изготовить 70 деталей за 4 ч, а вторая — за 3 ч. Как бригадам распределить между собой 70 деталей, чтобы они выполнили задание в кратчайший срок?

**663.** Для приготовления строительного раствора на 2 части цемента берут 2 части песка и 0,8 частей воды. Сколько килограммов строительного раствора можно получить из 100 кг цемента?

**664.** Для приготовления напитка берут 2 части вишнёвого сока, 3 части воды и 1 часть мёда. Сколько напитка можно получить из 400 г вишневого сока?

**665.** Огород имеет форму прямоугольника, длина которого равна 360 м, а ширина — 240 м. Каковы будут размеры изображения этого огорода на плане, выполненном в масштабе 1 : 500?

**666.** План комнаты имеет форму прямоугольника со сторонами 20 мм и 30 мм. Какие размеры имеет комната, если план выполнен в масштабе 1 : 300?

**667.** По карте (рис. 24) определите расстояние между городами: 1) Николаевом и Ровно; 2) Киевом и Ужгородом; 3) Черниговом и Одессой; 4) Луганском и Черновцами.

**668.** По карте (рис. 24) определите расстояние между городами: 1) Черкассами и Львовом; 2) Харьковом и Ивано-Франковском.

**669*.** Сумма четырёх чисел равна 4,2. Первые три числа относятся, как 1,2 : 4 : 0,8, а четвёртое число составляет 0,6 от второго. Найдите первое число.

**670*.** Число 144 разделено на три части $x$, $y$, $z$ так, что $x : y = 3 : 2$, $y : z = 4 : 5$. Найдите части данного числа.

**671*.** Три числа относятся, как $0{,}2 : \frac{2}{3} : 0{,}5$. Найдите эти числа, если первое число меньше половины второго числа на 32.

**672*.** Определите масштаб плана, если лес площадью 4 га на плане занимает 1 см$^2$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

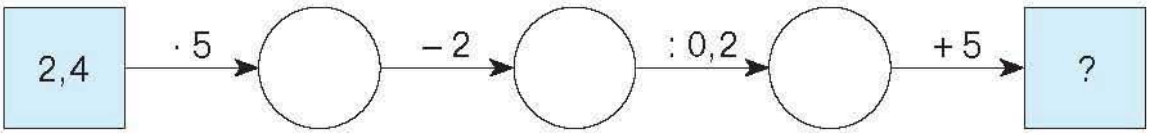
**673.** Для пошива платья Таня сделала выкройку по чертежу в журнале. Длина изделия на выкройке платья равна 75 см. Каков масштаб чертежа в журнале, если на нём длина платья равна 15 см.

**674.** Длина детали — 30 мм. Какой использовали масштаб, если на чертеже длина детали равна 60 мм?

**675.** Начертите в масштабе 1 : 50 план:
1) классной комнаты; 2) одной из комнат своего жилища.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**676.** Вычислите устно, какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки:




**677.** Найдите: 1) $\frac{2}{3}$ от 30 грн; 2) $1\frac{1}{6}$ от 24 км; 3) $6\frac{1}{4}$ от 520 г.

**678.** Велосипедист и пешеход отправились одновременно из посёлка к станции. Велосипедист ехал со скоростью 18 км/ч и через полчаса обогнал пешехода на 7 км. С какой скоростью шёл пешеход?

# § 16. ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ. КРУГОВОЙ СЕКТОР

Из всех замкнутых кривых линий на плоскости самой совершенной считается окружность. Если закрепить один конец отрезка в какой-либо точке, а затем поворачивать отрезок, то другой его конец будет двигаться именно по окружности. Поэтому окружности изображают с помощью циркуля (рис. 25).

Рис. 25

**Запомните!**

***Окружность*** **— это фигура, все точки которой находятся на плоскости на одинаковом расстоянии от одной точки, называемой *центром окружности*.**

На рисунке 26 вы видите окружность с центром в точке $O$.

Если какую-либо точку окружности и её центр $O$ соединить отрезком, то получим *радиус окружности*. На рисунке 26 отрезки $OA$ и $OB$ — это радиусы окружности с центром в точке $O$. Следовательно, $OA = OB$.

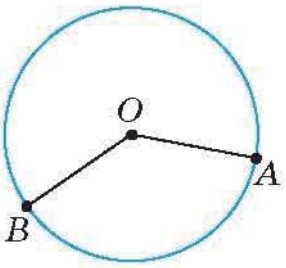



Рис. 26

Радиус обозначают буквой $R$. Записывают: $OA = R$.

**Обратите внимание:**

все радиусы окружности равны между собой.

Проведём радиусы $OA$ и $OB$ окружности так, чтобы они лежали на одной прямой (рис. 27). Получили отрезок $AB$, который называют *диаметром окружности*. Диаметр $AB$ окружности вдвое длиннее радиуса $OA$, а радиус $OA$ является половиной диаметра $AB$. Следовательно, $\boldsymbol{AB = 2 \cdot OA}$.

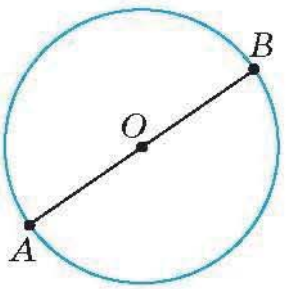



Рис. 27

Диаметр обозначают буквой $D$. Записывают: $AB = D$.

**Запомните!**

**Формула диаметра окружности**

**Диаметр окружности равен удвоенному радиусу:**

$$D = 2R.$$

**Задача 1.** Найдите радиус окружности с диаметром 8 см.

**Решение.** Диаметр окружности вдвое длиннее радиуса. Следовательно, $R = D : 2 = 8 : 2 = 4$ (см).

Можно ли найти длину окружности? Да, поскольку окружность — это линия. Но линейкой окружность не измерить. Проведём опыт. Возьмём стакан, поставим его на лист бумаги и обведём карандашом (рис. 28). Получили окружность. Если обвязать стакан ниткой, а затем распрямить её, то длина нитки будет равна длине изображённой окружности.

Рис. 28

Длину окружности обозначают буквой $C$.

Выполнив несколько таких измерений, заметим закономерность: чем больше диаметр окружности, тем больше её длина. То есть длина окружности прямо пропорциональна длине диаметра.

Отношение длины окружности к длине её диаметра равно одному и тому же числу для всех окружностей.

Это число обозначают греческой буквой $\pi$, читают: «пи».

Число $\pi$ — бесконечная десятичная дробь. $\pi = 3{,}14159265358979...$ Поэтому при вычислениях его округляют: $\pi \approx 3{,}14$.

**Запомните!**

**Формула длины окружности**

**Длина окружности равна удвоенному произведению числа $\pi$ и радиуса:**

$$C = 2\pi R.$$

**Задача 2.** Найдите длину окружности с диаметром 10 см.

**Решение.**

**Способ 1.** Диаметр окружности вдвое длиннее радиуса. Следовательно, $R = D : 2 = 10 : 2 = 5$ (см).

$C = 2\pi R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$ (см).

**Способ 2.** Поскольку $D = 2R$, то

$C = 2\pi R = \pi(2R) = \pi D$.

Поэтому $C = 3{,}14 \cdot 10 = 31{,}4$ (см).

**Обратите внимание:**

поскольку $D = 2R$, то $C = \pi D$.

Окружность делит плоскость на две части — внутреннюю и внешнюю (рис. 29). О внутренней части говорят, что окружность ограничивает эту часть плоскости. Окружность вместе с частью плоскости, которую она ограничивает, образует известную вам фигуру — *круг* (рис. 30). Центр окружности считают и центром круга, радиус и диаметр окружности — радиусом и диаметром круга. В отличие от окружности, центр круга является точкой круга.

Рис. 29

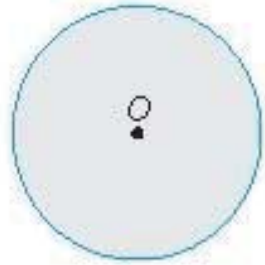



Рис. 30

**Запомните!**

**Формула площади круга**

**Площадь круга равна произведению числа $\pi$ и квадрата радиуса:**

$$S = \pi R^2.$$

**Задача 3.** Найдите площадь круга с диаметром 8 см.

**Решение.** Диаметр круга вдвое длиннее радиуса. Поэтому:

$$R = D : 2 = 8 : 2 = 4 \text{ (см)};$$

$$S = \pi R^2 = 3{,}14 \cdot 4^2 =$$

$$= 3{,}14 \cdot 16 = 50{,}24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Следовательно, площадь данного круга равна 50,24 см².

Если в круге провести два радиуса $OA$ и $OB$, то круг будет разделён на две части (рис. 31). Такие части круга называют *секторами*.

На рисунке 32 показан сектор $COD$ с углом 60°.

Диаметр $CD$ круга разделяет круг на два равных сектора (рис. 33). Такие секторы являются половинами круга. Угол каждого из таких секторов равен 180°. Если каждую половину круга разделить пополам, то получим 4 равных сектора (рис. 34). Угол каждого из них равен 90°.

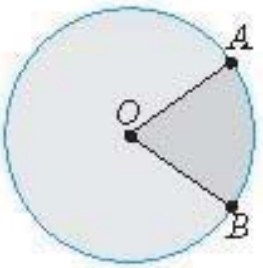


Рис. 31

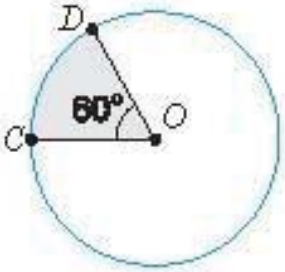


Рис. 32

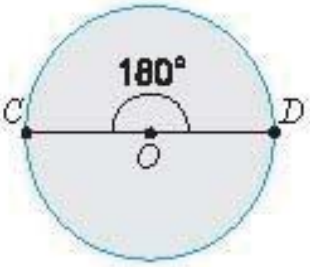


Рис. 33

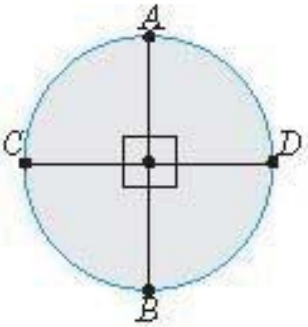


Рис. 34

**Обратите внимание:**

— у равных секторов — равные углы;
— сумма углов всех секторов, на которые разделён круг, равна 360°.

**Задача 4.** Круг разделён на 3 равных сектора. Найдите угол сектора.

**Решение.** Сумма углов всех данных секторов равна 360°. Круг разделён на 3 равных сектора, поэтому 360° : 3 = 120°. Итак, угол сектора равен 120°.

**Задача 5.** Круг разделён на 3 сектора с углами 80°, 120° и 160°. Какую часть круга составляет каждый сектор?

**Решение.** Каждый из данных секторов составляет такую часть круга, какую его угол составляет от 360°. Отсюда:

$$\frac{80°}{360°}=\frac{2}{9};\quad \frac{120°}{360°}=\frac{1}{3};\quad \frac{160°}{360°}=\frac{4}{9}.$$

## Узнайте больше

*Вильям Джонс*

1. Самые первые известные записи приближений числа $\pi$ датируют около 1900 г. до н.э.: $\frac{256}{81} \approx 3{,}160$ (Египет) и $\frac{25}{8} = 3{,}125$ (Вавилон). Считают, что Архимед (287—212 гг. до н.э.) первым предложил математический способ вычисления числа $\pi$. О сути этого способа вы узнаете в курсе геометрии.

2. Общепринятое обозначение $\pi$ впервые применил в своих работах Вильям Джонс в 1706 г., взяв первую букву греческих слов περιφέρεια — окружность и περίμετρος — периметр, то есть длина окружности. Это сокращение понравилось Л. Эйлеру, труды которого закрепили обозначение окончательно.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какую фигуру называют окружностью?
2. Что такое радиус окружности? диаметр окружности?
3. Что показывает число $\pi$?
4. Чему равна длина окружности?
5. Какую фигуру называют кругом?
6. Чему равна площадь круга?
7. Объясните, как можно получить сектор круга.
8. Чему равна сумма углов всех секторов, на которые разделён круг?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**679′.** По рисунку 35 назовите:
1) центр круга; 2) радиус круга; 3) диаметр круга.

**680′.** Чему равно значение отношения длины круга к длине его диаметра?

**681′.** Верно ли, что круг бóльшего диаметра имеет бóльшую длину? Ответ объясните.

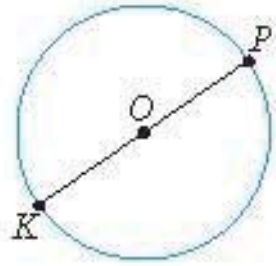



Рис. 35

**682′.** По рисунку 36 назовите:
1) центр круга;
2) радиус круга;
3) диаметр круга.

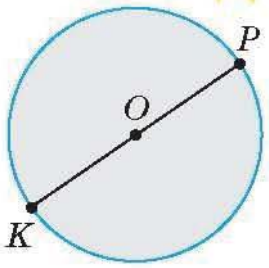


Рис. 36

**683′.** На сколько секторов можно разделить круг?

**684′.** Верно ли, что сумма углов всех секторов, на которые разделён круг, равна:
1) 90°; 2) 180°; 3) 360°?

**685°.** Радиус окружности — $R$, диаметр окружности — $D$, длина окружности — $C$. Какими данными нужно дополнить таблицу 3?

*Таблица 3*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $R$ | 2 см | 0,5 м | | | | |
| $D$ | | | 4 см | 0,2 дм | | |
| $C$ | | | | | 6,28 мм | 31,4 дм |

**686°.** Как изменится длина окружности, если: 1) её радиус увеличить в 2 раза; 2) её диаметр уменьшить в 4 раза?

**687°.** Как изменится радиус окружности, если длину окружности: 1) увеличить в 3 раза; 2) уменьшить в 2 раза?

**688°.** Радиус окружности — $R$, диаметр окружности — $D$, длина окружности — $C$, площадь круга — $S$. Какими данными нужно дополнить таблицу 4?

*Таблица 4*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $R$ | 4 см | | | | | 0,06 м |
| $D$ | | 2 см | | | 0,4 дм | |
| $C$ | | | 37,68 см | 25,12 мм | | |
| $S$ | | | | | | |

**689°.** Как изменится площадь круга, если: 1) его радиус увеличить в 3 раза; 2) его диаметр уменьшить в 4 раза?

**690°.** Как изменится радиус круга, если его площадь:
1) увеличить в 4 раза; 2) уменьшить в 9 раз?

**691°.** На сколько секторов разделяют окружность 2 диаметра?

**692°.** Найдите угол сектора, если круг разделён:
1) на 5 равных секторов; 2) на 6 равных секторов.

**693°.** Круг разделён на 10 равных секторов. Найдите угол сектора.

**694.** Найдите площадь круга, длина окружности которого равна:
1) 37,68 см; 2) 31,4 дм.

**695.** Какова площадь круга, если длина окружности равна $8\pi$ см?

**696.** Вычислите длину окружности, если площадь круга равна:
1) 28,26 см$^2$; 2) 78,5 дм$^2$.

**697.** Какова длина окружности, если площадь круга равна 50,24 см$^2$?

**698.** Как изменится площадь круга, если длину окружности, ограничивающую его: 1) увеличить в 2 раза; 2) уменьшить в 3 раза?

**699.** Как изменится длина окружности, ограничивающей круг, если площадь круга: 1) увеличить в 4 раза; 2) уменьшить в 9 раз?

**700.** Диаметр круглого диска равен 12 см. Найдите длину окружности, ограничивающую этот диск, и площадь этого диска.

**701.** Колесо на расстоянии 240 м сделало 400 оборотов. Найдите диаметр колеса ($\pi \approx 3$).

**702.** Диаметр колеса равен 80 см. Сколько полных оборотов сделает колесо, если автомобиль проедет 150 км ($\pi \approx 3$)?

**703.** Круг разделён на секторы. Найдите углы этих секторов, если они относятся, как: 1) 2 : 3 : 4; 2) 2 : 4 : 5 : 7.

**704.** Найдите углы секторов круга, если они относятся, как 3 : 4 : 5.

**705.** Можно ли утверждать, что равные секторы имеют равные площади?

**706*.** Существует ли круг, у которого площадь выражается тем же числом, что и длина окружности, ограничивающая этот круг (наименования величин не учитывать)?

**707*.** Можно ли вырезать из квадрата со стороной 2 дм круг, длина окружности которого равна 9,42 дм?

**708*.** Вычислите площадь закрашенных фигур на рисунках 37–38.

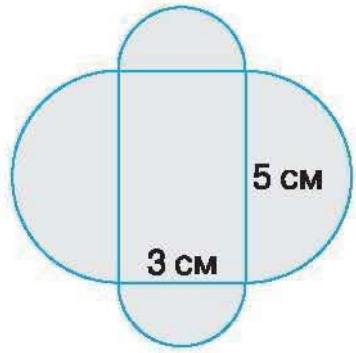


Рис. 37

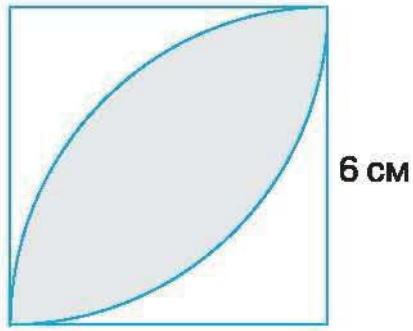


Рис. 38

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**709.** Из листа бумаги вырезан круг. Как, сгибая лист, найти центр этого круга?

**710.** У какой клумбы для цветов площадь больше: в форме квадрата со стороной 4 м или в форме круга с диаметром 4 м?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**711.** Вычислите удобным способом:

1) $(3{,}83 \cdot (38{,}75 - 33{,}55) + (47{,}79 - 42{,}59) \cdot 1{,}17) \cdot 11$;

2) $2{,}5 \cdot 1{,}725 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot 4 + 12{,}75$.

**712.** С трёх яблонь собрали 100 кг яблок. С первой яблони собрали 56 кг яблок, а со второй — $\frac{3}{8}$ массы яблок, собранных с первой яблони. Сколько килограммов яблок собрали с третьей яблони?

# § 17. ДИАГРАММЫ

Для наглядного изображения частей целого или соотношения величин используют *диаграммы*.

Они могут быть *круговыми* (рис. 39) или *столбчатыми* (рис. 40).

Для построения круговой диаграммы целое изображают кругом, а отдельные части целого — секторами круга. Например, на рисунке 39 круговая диаграмма показывает соотношение площадей частей света.

Рис. 39

По этой диаграмме можно ответить, например, на такие вопросы.

1. Сколько частей света на нашей планете?

2. Какая часть света самая большая?

3. Какая часть света самая маленькая?

4. Какая из двух частей света больше: Антарктида или Австралия?

Рис. 40

**Задача 1.** Среди учеников 6-А класса провели опрос, в результате которого оказалось, что 20 шестиклассников больше всего любят мороженое, 6 учеников класса — конфеты, а остальные 4 ученика — предпочитают пирожные. Постройте круговую диаграмму любимых лакомств учеников 6-А класса.

**Решение.** Для построения круговой диаграммы нужно круг разделить на три сектора пропорционально количеству лакомок, то есть выполнить пропорциональное деление 20 : 6 : 4. Пусть $k$ — коэффициент пропорциональности, тогда $20k + 6k + 4k = 360°$. Отсюда $k = 12°$, а $20k = 20 \cdot 12° = 240°$, $6k = 6 \cdot 12° = 72°$, $4k = 4 \cdot 12° = 48°$. Следовательно, круг нужно разделить на секторы с углами: 240°, 72° и 48°. По этим данным с помощью транспортира строим круговую диаграмму (рис. 41—43).

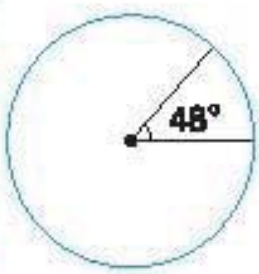


Рис. 41

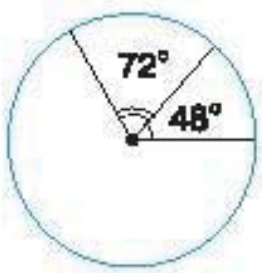


Рис. 42

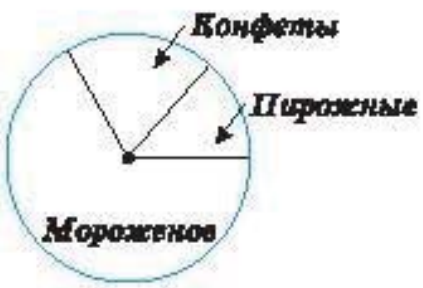


Рис. 43

Для построения столбчатой диаграммы сравниваемые величины изображают в виде столбиков, высота которых либо равна данным величинам, либо пропорциональна им. Например, на рисунке 44 столбчатая диаграмма показывает соотношение любимых лакомств учеников 6-А класса. Для её построения изобразили три столбика, высота которых пропорциональна количеству учеников, предпочитающих мороженое, конфеты и пирожные: $20 \cdot 0{,}25$ (см), $6 \cdot 0{,}25$ (см) и $4 \cdot 0{,}25$ (см). Для удобства слева проводят вертикальную прямую для обозначения количества учеников.

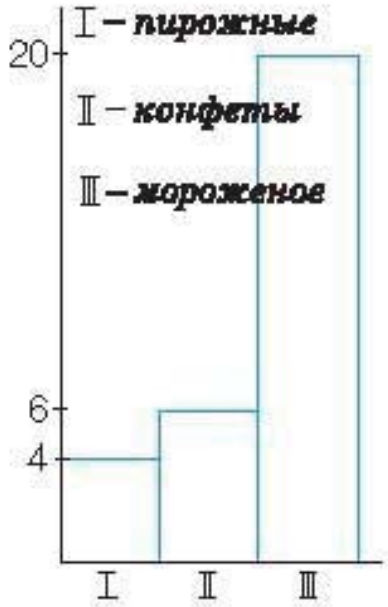


Рис. 44

### Узнайте больше

Слово «диаграмма» происходит от греческого *diagramma*, что означает изображение, чертёж.

Благодаря наглядности диаграммы часто используют в презентациях. Например, на уроках природоведения, пользуясь данными календаря погоды, вы можете строить диаграммы выпадения осадков и анализировать их.

### ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Для чего используют диаграммы?
2. Объясните, как строят круговую диаграмму.
3. Объясните, как строят столбчатую диаграмму.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**713′.** Какой фигурой на круговой диаграмме изображают: 1) целое; 2) часть целого?

**714′.** С помощью круговой диаграммы нужно сравнить 5 частей целого. На сколько секторов нужно разделить круг?

**715′.** На круговой диаграмме (рис. 45) показано распределение питательных веществ в молочном шоколаде. Верно ли, что по диаграмме можно определить, содержание каких веществ: 1) преобладает; 2) является наименьшим?

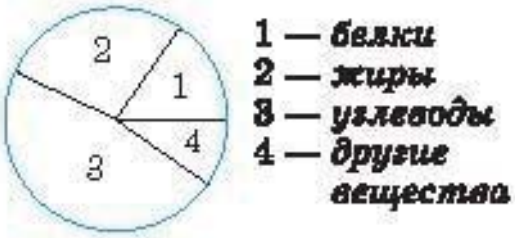



Рис. 45

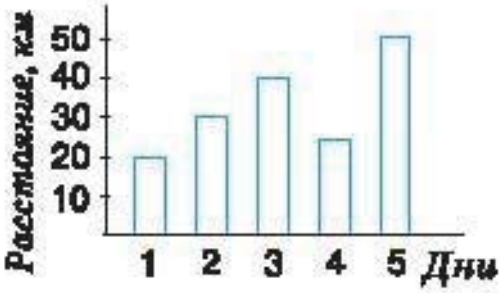



Рис. 46

**716′.** Какими фигурами на столбчатой диаграмме изображают сравниваемые величины?

**717′.** С помощью столбчатой диаграммы нужно сравнить 6 величин. Сколько столбиков нужно изобразить?

**718′.** На столбчатой диаграмме (рис. 46) показаны расстояния, которые преодолел турист в течение 5 дней. Верно ли, что по

диаграмме можно определить, в какой день турист преодолел: 1) наибольшее расстояние; 2) наименьшее расстояние?

**719°.** Какими должны быть углы секторов на круговой диаграмме, если по условию задачи:

1) в классе учатся 13 мальчиков и 17 девочек;
2) в магазин завезли 20 ящиков яблок и 16 ящиков груш?

**720°.** По круговой диаграмме (рис. 47) определите, сколько в 6-А классе: 1) мальчиков; 2) девочек; 3) учеников.

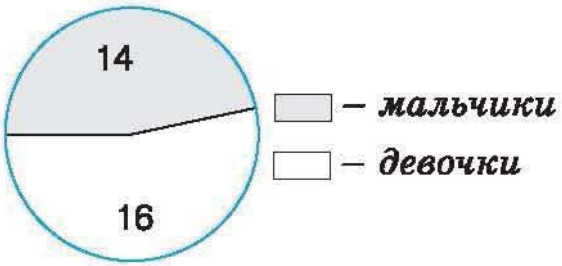



Рис. 47

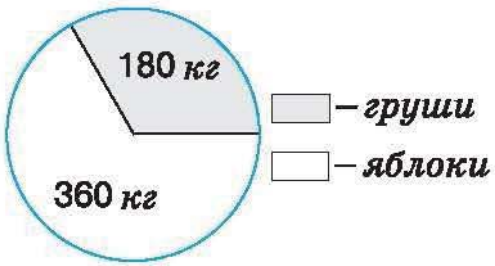



Рис. 48

**721°.** По круговой диаграмме (рис. 48) определите, сколько килограммов фруктов каждого вида завезли в магазин.

**722°.** В одном саду растут фруктовые деревья, среди которых — 50 яблонь, 30 груш и 40 слив. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**723°.** В селе 120 домов, 35 из которых — под железной крышей, 50 — под черепичной, а остальные — под шифером. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**724°.** $\frac{1}{9}$ всех шестиклассников посещают литературный кружок, $\frac{5}{9}$ — хореографический, а $\frac{3}{9}$ — вокальный. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**725°.** Вода занимает $\frac{7}{10}$ поверхности Земли, а суша — только $\frac{3}{10}$ её поверхности. Постройте круговую диаграмму, показывающую соотношение между площадями воды и суши на Земле.

**726°.** Какой высоты могут быть столбики столбчатой диаграммы, если по условию задачи:

1) в классе учатся 15 мальчиков и 13 девочек;
2) в магазин завезли 25 ящиков яблок и 20 ящиков груш?

**727°.** По столбчатой диаграмме (рис. 49) определите, сколько в 6-Б классе: 1) мальчиков; 2) девочек; 3) учеников.

Рис. 49

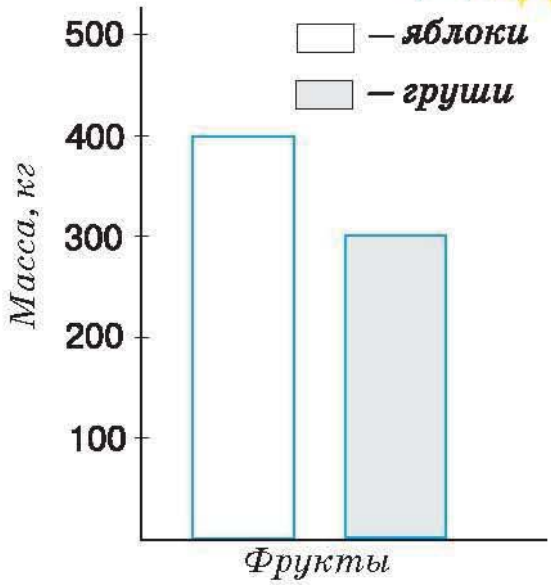



Рис. 50

**728°.** По столбчатой диаграмме (рис. 50) определите, сколько килограммов фруктов каждого вида завезли в магазин.

**729°.** В 6-В классе после уроков 12 учеников посещают спортивную секцию, 6 учеников — музыкальную школу, 5 учеников — художественную школу, 8 учеников — танцевальный кружок, а 3 ученика — проводят время дома. По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

**730°.** В фруктовом саду растут 150 фруктовых деревьев, из них яблонь — 60, груш — 45, слив — 35, а остальные — вишни. По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

**731.** Круговая диаграмма показывает цветочные предпочтения девочек 6-Б класса: розы, гвоздики, тюльпаны и нарциссы (рис. 51). Известно, что: 1) большинство девочек предпочитают розы; 2) гвоздики и тюльпаны предпочитает одинаковое количество девочек. Сколько девочек в классе выбрали розы? гвоздики? тюльпаны? нарциссы?

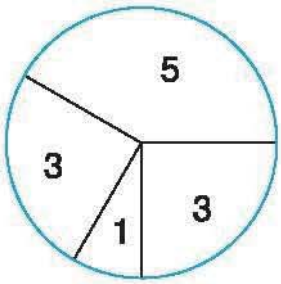



Рис. 51

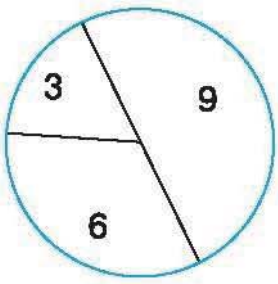



Рис. 52

**732.** Круговая диаграмма показывает предпочтения мальчиков 6-В класса относительно кинофильмов: приключения, фантастика

и боевики (рис. 52). Известно, что: 1) большинство мальчиков предпочитают приключения; 2) фантастику любят меньше всего. Сколько мальчиков в классе с удовольствием смотрят приключения? фантастику? боевики?

**733.** В дневнике наблюдений Таня отметила, что в сентябре было солнечных дней — 16, облачных — 8, а дождливых — 6. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**734.** При опросе девочек 6-А класса установлено, что 6 из них предпочитают белый цвет, 4 — розовый, а 2 — голубой. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**735.** Известно, что для школьников наиболее рациональным является четырёхразовый режим питания. Первый завтрак составляет $\frac{1}{4}$, второй завтрак — $\frac{3}{20}$, обед — $\frac{2}{5}$ и ужин — $\frac{1}{5}$ дневного рациона. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**736.** Вода составляет $\frac{3}{5}$ массы тела человека, белки — $\frac{1}{5}$, жиры — $\frac{3}{20}$, углеводы и другие вещества — $\frac{1}{20}$. По этим данным постройте круговую диаграмму.

**737.** В ноябре количество солнечных, облачных и дождливых дней относятся, как 6 : 5 : 4 соответственно. Сколько было солнечных, облачных и дождливых дней в ноябре? По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

**738.** В магазин завезли 30 ящиков конфет, печенья и вафель в отношении 8 : 4 : 3. Сколько ящиков конфет, печенья и вафель завезли в магазин? По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

**739.** Столбчатая диаграмма показывает уровень учебных достижений учеников 6-А класса (рис. 53). Подписи уровней отсутствуют. Известно, что: 1) большинство учеников учатся на достаточном уровне; 2) на высоком и начальном уровнях учится одинаковое количество учеников. Сколько учеников 6-А класса учится на каждом уровне учебных достижений?

**740.** Определите, пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 54), сколько медалей каждого вида завоевала спортивная команда на олимпиаде. Постройте круговую диаграмму распределения завоёванных медалей по их видам.

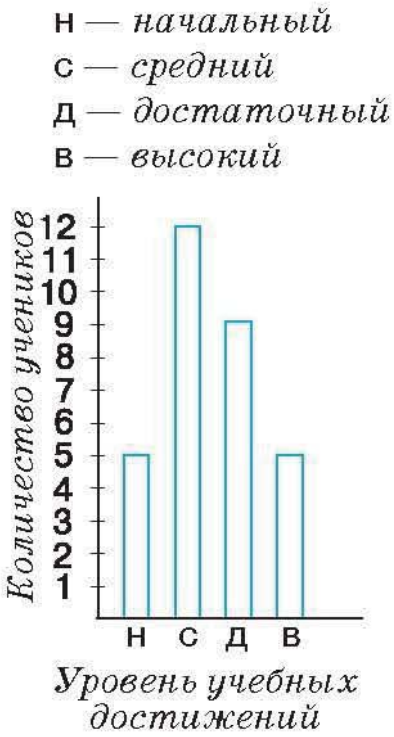



Рис. 53

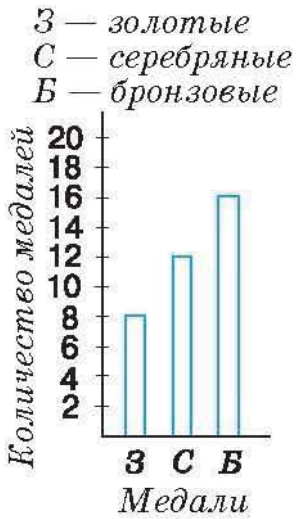



Рис. 54

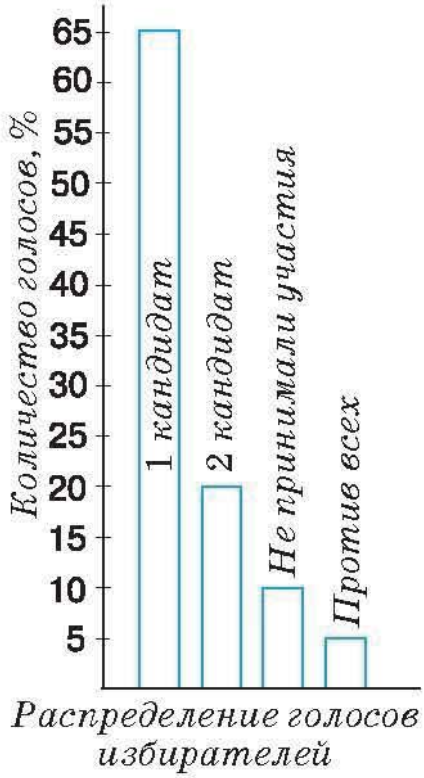



Рис. 55

**741.** Определите, пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 55), сколько процентов голосов набрали на выборах два кандидата на пост мэра города. Постройте круговую диаграмму распределения голосов избирателей на этих выборах.

**742*.** В школе подвели итоги контрольной работы по математике в 6-х классах. Постройте круговую диаграмму, если: 1) в школе 120 шестиклассников; 2) больше половины учеников написали работу на достаточном уровне; 3) четверть учеников написали работу на высоком уровне; 4) низкий уровень показали 3 ученика; 5) отсутствали на контрольной работе 4 ученика.

**743*.** По данным Географической энциклопедии Украины, наибольшую протяжённость на территории Украины имеют пять рек: Днепр — 981 км, Южный Буг — 806 км, Псёл — 717 км, Днестр — 705 км, Северский Донец — 672 км. По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

**744*.** Украинские Карпаты — часть горной системы Карпат, расположенная на западе Украины. Самые высокие горы в Карпатах: Говерла — 2061 м (наивысшая точка Украины), Бребенескул — 2032 м, Поп-Иван — 2020,5 м, Петрос — 2020 м, Гутин-Томнатик — 2016 м, Ребра — 2010 м. По этим данным постройте столбчатую диаграмму.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**745.** Запишите, какое время в течение суток вы тратите на: 1) пребывание в школе; 2) выполнение домашнего задания; 3) занятие любимым делом (спортом, танцами, музыкой и т.п.); 4) сон; 5) другие дела. По этим данным постройте круговую и столбчатую диаграммы.

**746.** Проведите опрос одноклассников на выбранную вами тему. Например, «Является ли математика вашим любимым предметом?». Ответы могут быть такими: 1) да; 2) нет; 3) затрудняюсь ответить. По этим данным постройте либо круговую, либо столбчатую диаграмму.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**747.** Стороны прямоугольника равны 30 см и 40 см. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если длину каждой из его сторон увеличить на 20 %?

**748.** Найдите среднее арифметическое дробей: $1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{18}$, $1\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{9}$.

# § 18. ЦИЛИНДР. КОНУС. ШАР

В 5 классе вы уже ознакомились с пространственными фигурами: прямоугольным параллелепипедом и кубом. Посмотрите на рисунок 56. Вы видите разнообразные предметы, используемые в быту. Все они имеют одну и ту же форму — *цилиндра* (рис. 57).

Рис. 56

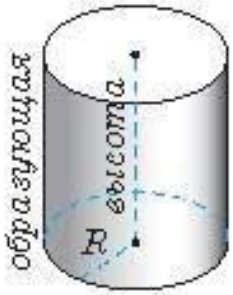



Рис. 57

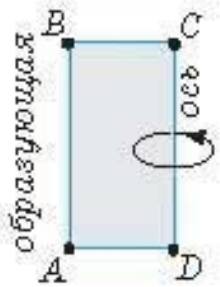



Рис. 58

Цилиндр получим при вращении прямоугольника $ABCD$ вокруг одной из его сторон, например, стороны $CD$ (рис. 58).

Рис. 59

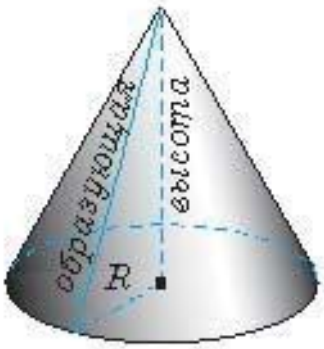



Рис. 60

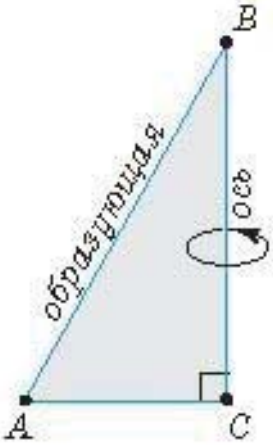



Рис. 61

Эту сторону прямоугольника считают *осью цилиндра*, а противоположную ей сторону $AB$ — *образующей цилиндра*. Ось и образующая цилиндра имеют равные длины: $AB = CD$. У цилиндра есть два *основания* — равные круги радиуса $R$.

При вращении образующая цилиндра описывает поверхность, которую называют *боковой поверхностью цилиндра*. *Полную поверхность цилиндра* составляют его боковая поверхность и два круга оснований.

На рисунке 59 вы видите индейское жилище «ти́пи», имеющее форму *конуса* (рис. 60).

Конус можно получить, вращая прямоугольный треугольник $ABC$ вокруг одной из сторон, образующей прямой угол $C$, например, вокруг стороны $BC$ (рис. 61). Эту сторону считают *осью конуса*, а сторону $AB$, лежащую против прямого угла, — *образующей конуса*. Ось конуса всегда меньше его образующей. В отличие от цилиндра, у конуса только одно *основание* — круг радиуса $R$.

При вращении образующая конуса описывает поверхность — *боковую поверхность конуса*. *Полную поверхность конуса* составляют его боковая поверхность и круг основания.

На рисунке 62 вы видите предметы, имеющие форму *шара* (рис. 63).

Шар можно получить, вращая круг вокруг его диаметра $AB$ (рис. 64). Этот диаметр считают *осью шара*. Радиус шара $R = OA$. Он равен половине диаметра $AB$ круга.

Рис. 62

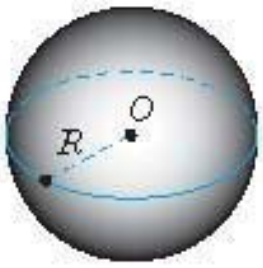



Рис. 63

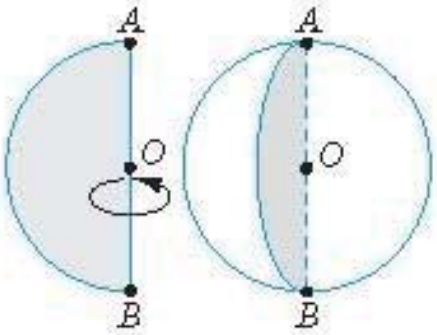



Рис. 64

Поверхность шара имеет особое название — *сфера*.

Цилиндр, конус и шар называют *телами вращения*, поскольку их можна получить при вращении прямоугольника, прямоугольного треугольника и круга. Больше об этих фигурах вы узнаете в курсе геометрии.

**Узнайте больше**

Бумажную модель пространственной фигуры делают из её развёртки.

Чтобы получить развёртку цилиндра (рис. 65), отделяют основание, а боковую поверхность разрезают вдоль образующей и разворачивают на плоскости. Боковая поверхность цилиндра разворачивается в прямоугольник, одна сторона которого равна образующей, а вторая — имеет длину окружности основания. Развёртка цилиндра состоит из этого прямоугольника и двух кругов оснований.

Аналогично получают развёртку конуса (рис. 66). Его боковая поверхность разворачивается в сектор. Развёртка конуса состоит из этого сектора и круга основания конуса.

Для шара изготовить традиционную развёртку невозможно.

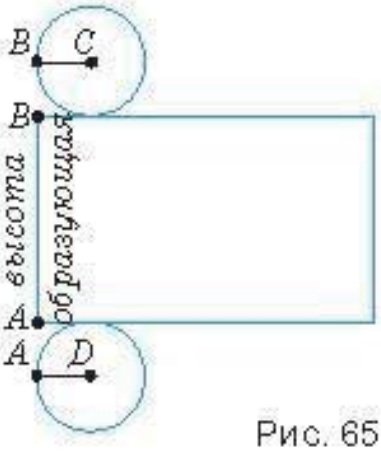



Рис. 65

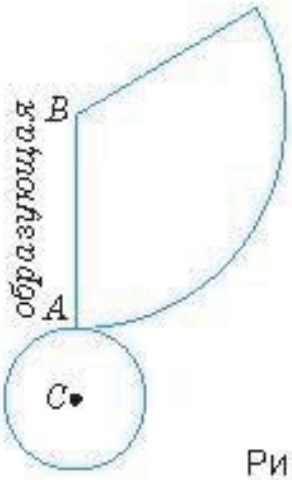



Рис. 66

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие фигуры относятся к телам вращения?
2. Объясните, как получить цилиндр.
3. Назовите основные характеристики цилиндра.
4. Объясните, как получить конус.
5. Назовите основные характеристики конуса.
6. Объясните, как получить шар.
7. Назовите основные характеристики шара.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**749′.** По рисунку 67 назовите: 1) ось цилиндра; 2) образующую цилиндра; 3) радиус основания цилиндра.

**750′.** Можно ли получить цилиндр вращением квадрата вокруг его стороны?

**751′.** По рисунку 68 назовите: 1) ось конуса; 2) образующую конуса; 3) радиус основания конуса.

**752′.** На рисунке 69 изображён прямоугольный треугольник $MNP$. Вокруг каких сторон можно вращать треугольник $MNP$, чтобы получить конус?

**753′.** По рисунку 70 назовите: 1) ось шара; 2) радиус шара.

**754′.** Прав ли Андрей, утверждая, что шар можно получить вращением окружности?

**755°.** Образующая цилиндра равна 10 см. Чему равна высота этого цилиндра?

**756°.** Высота цилиндра равна 8 см. Какова длина образующей этого цилиндра?

**757°.** Перенесите в тетрадь рисунок 71 и дорисуйте изображение цилиндра. Отметьте на рисунке ось, образующую и радиус нижнего основания цилиндра.

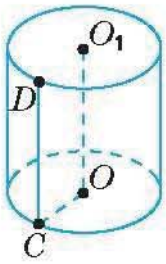


Рис. 67

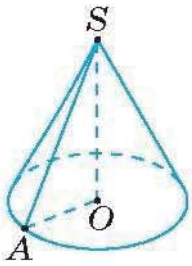


Рис. 68

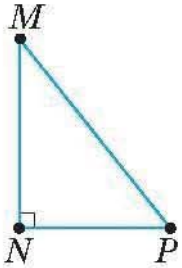


Рис. 69

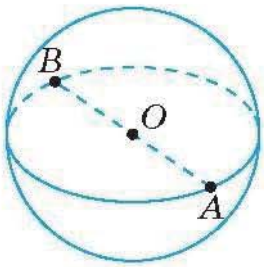


Рис. 70

**758°.** Схематически нарисуйте цилиндр. Отметьте на рисунке ось, образующую и радиус верхнего основания цилиндра.

**759°.** Перенесите в тетрадь рисунок 72 и дорисуйте изображение конуса. Отметьте на рисунке ось, образующую и радиус основания конуса.

**760°.** Схематически нарисуйте конус. Отметьте на рисунке ось, образующую и радиус основания конуса.

**761°.** Перенесите в тетрадь рисунок 73 и дорисуйте изображение шара. Отметьте на рисунке радиус $OA$ шара.

**762°.** Схематически нарисуйте шар. Отметьте на рисунке радиус $OB$ шара.

**763.** Всегда ли равны цилиндры, у которых равны: 1) радиусы основания; 2) высоты; 3) образующие?

**764.** В цилиндре длины радиуса основания и высоты относятся, как 2 : 5. Найдите, чему равны радиус основания и высота этого цилиндра, если высота на 3 см больше радиуса основания.

**765.** В цилиндре длины радиуса основания и образующей относятся, как 4 : 6. Найдите, чему равны радиус основания и высота этого цилиндра, если радиус основания на 8 см меньше образующей.

**766.** Всегда ли равны конусы, у которых равны: 1) радиусы оснований; 2) высоты; 3) образующие?

**767.** В конусе длины высоты и радиуса основания относятся, как 7 : 3. Найдите, чему равны радиус основания и высота этого конуса, если радиус основания на 4 см меньше высоты.

**768.** В конусе длины образующей и радиуса основания относятся, как 5 : 2. Найдите, чему равны радиус основания и образующая этого конуса, если образующая на 6 см больше радиуса основания.

**769.** Всегда ли равны шары, у которых равны: 1) радиусы; 2) диаметры?

**770.** Даны два шара, радиусы которых относятся, как 2 : 3. Найдите радиус большего шара, если радиус меньшего равен 5 см.

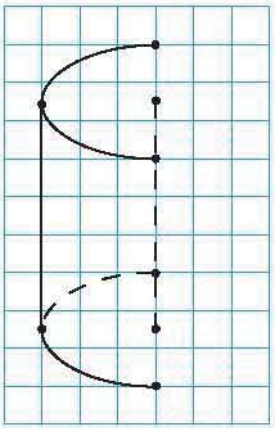


Рис. 71

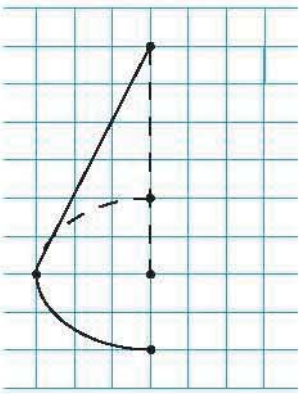


Рис. 72

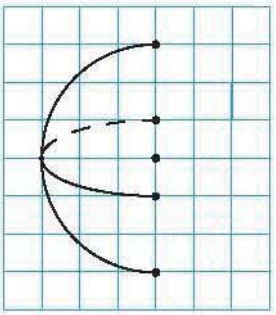


Рис. 73

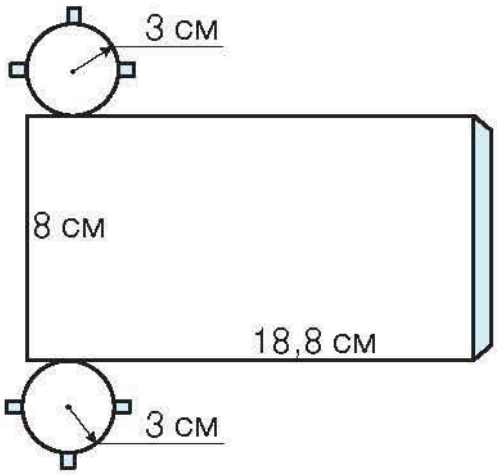



Рис. 74

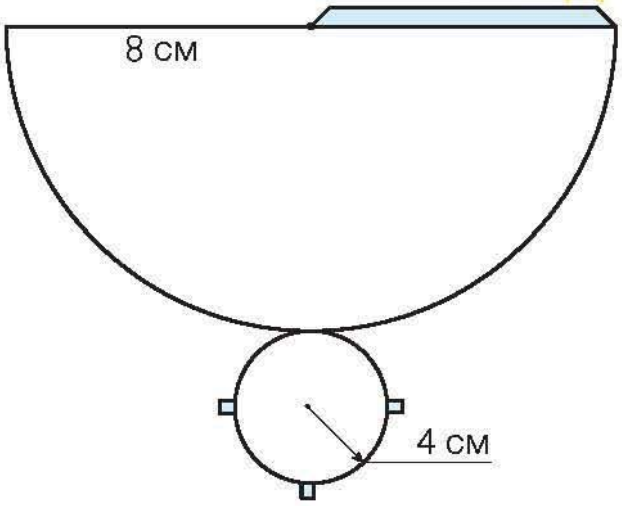



Рис. 75

**771.** Даны два шара, радиусы которых относятся, как 8 : 5. Найдите радиус меньшего шара, если радиус большего равен 12 см.

**772*.** Площадь основания цилиндра равна 12,56 см$^2$. Найдите его образующую, если высота на 5 см больше радиуса основания.

**773*.** Длина окружности основания конуса равна 37,68 см. Найдите высоту и образующую конуса, если радиус основания, высота и образующая конуса относятся, как 3 : 4 : 5.

**774*.** Диаметр земного шара приблизительно равен 12,7 тыс. км. Найдите радиус Земли и длину экватора.

**775*.** Земной шар стянули обручем вдоль экватора. Затем увеличили длину обруча на 1 м. Сможет ли кошка пролезть в образовавшуюся щель?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**776.** Приведите примеры предметов окружающей среды, имеющих форму: 1) цилиндра; 2) конуса; 3) шара.

**777.** Изготовьте модели цилиндра и конуса с помощью чертежей развёрток на рисунках 74 и 75.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**778.** Решите уравнение: 1) $25 - 24 : (x + 12{,}2) = 24{,}4$;
2) $(x + 12) : 0{,}25 + 16 = 166$.

**779.** Серёжа купил 6 тетрадей в клеточку по 4,5 грн за штуку и 8 тетрадей в линейку по 4 грн за штуку. Сколько денег осталось у Серёжи, если мама дала ему 80 грн?

# § 19. ПРОЦЕНТНЫЕ РАСЧЁТЫ

В 5 классе вы узнали, что такое процент и как решать задачи на нахождение процента от числа и числа по его проценту. Рассмотрим, как решать такие задачи с помощью пропорций, и познакомимся с другими видами задач на процентные расчёты.

## 1. Нахождение процента от числа

**Задача 1.** Мама Малыша испекла 25 ватрушек. Карлсон съел 40 % ватрушек. Сколько ватрушек съел Карлсон?

**Решение.**

Было: 25 в. – 100 %

Съел: ? – 40 %

Пусть $x$ – количество ватрушек, съеденных Карлсоном. Тогда:

$25 : x = 100 : 40$, $x = (25 \cdot 40) : 100$,

$x = 1000 : 100$, $x = 10$.

Ответ: Карлсон съел 10 ватрушек.

**Обратите внимание:**

чтобы найти число $x$, равное $d$ процентам числа $a$, составляют пропорцию:

если $a$ — 100 %, $x$ — $d$ %, то $a : x = 100 : d$.

## 2. Нахождение числа по его проценту

**Задача 2.** В 6-А классе высокий уровень учебных достижений имеют 6 учеников, что составляет 20 % учеников класса. Сколько учеников учится в 6-А классе?

**Решение.** По условию задачи, 6 отличников — это 20 % учащихся класса. В задаче нужно узнать, сколько учащихся составляют 100 %. Составим краткую запись данных задачи.

Учащихся в классе: ? — 100 %
Отличников: 6 уч. — 20 %

Пусть $x$ — количество учащихся в 6-А классе. Тогда составим пропорцию: $\frac{x}{6}=\frac{100}{20}$. Отсюда: $x=\frac{6\cdot 100}{20}$, $x = 30$. Значит, в 6-А классе — 30 учащихся.

**Обратите внимание:**

чтобы найти число $x$ по его части $b$, равной $d$ процентам, составляют пропорцию:

если $x$ — 100 %, $b$ — $d$ %, то $x : b = 100 : d$.

### 3. Нахождение процентного отношения двух чисел

**Задача 3.** Из 30 учеников 6-Б класса в спортивных соревнованиях приняли участие 18 учеников. Сколько процентов учащихся класса приняли участие в спортивных соревнованиях?

**Решение.** По условию задачи, в классе 30 учеников, что составляет 100 %. В задаче нужно узнать, сколько процентов составляют 18 учеников. Составим краткую запись данных задачи.

В классе: 30 уч. — 100 %
Приняли участие: 18 уч. — ?

Пусть $x$ — процент учеников, принявших участие в соревнованиях. Тогда составим пропорцию: 30 : 18 = 100 : $x$. Отсюда: $x = (18 \cdot 100) : 30$, $x = 60$. Значит, 60 % учащихся 6-Б класса приняли участие в спортивных соревнованиях.

**Обратите внимание:**

чтобы найти процентное отношение двух чисел $a$ и $b$, составляют пропорцию:

если $a$ — 100 %, $b$ — $x$ %, то $a : b = 100 : x$.

Верно ли, что процентное отношение чисел $a$ и $b$ можно найти, умножив на 100 обратное отношение этих чисел? Да. Это следует из основного свойства пропорции.

Рассмотрим более сложные задачи.

### 4. Нахождение изменения процента по изменению числа

**Задача 4.** Пчёлы за день принесли в улей 2 кг мёда. На следующий день они работали лучше и собрали 2,5 кг мёда. На сколько процентов больше мёда собрали пчёлы во второй день?

**Решение.** По условию задачи, за день пчёлы принесли в улей 2 кг мёда, что составляет 100 %. В задаче нужно выяснить, на сколько процентов 2,5 кг мёда больше, чем 2 кг. Составим краткую запись данных задачи.

I день: 2 кг — 100 %

II день: 2,5 кг — (100 +?) %

Пусть $x$ — количество процентов, на которое увеличилась масса мёда. Составим пропорцию: $\frac{2}{2,5}=\frac{100}{100+x}$. Отсюда, $100+x=\frac{2,5\cdot 100}{2}$, $x = 125 - 100$, $x = 25$. Значит, во второй день пчёлы собрали мёда на 25 % больше.

**Обратите внимание:**

чтобы найти, на сколько изменится процент $x$ при изменении числа $a$ до числа $b$, составляют пропорцию:

если $a$ — 100 %, $b$ — $(100 + x)$ %, то $a : b = 100 : (100 + x)$.

? Можно ли аналогично решать задачи на уменьшение числа? Да. В таком случае нужно составить пропорцию $a : b = 100 : (100 - x)$.

### 5. Нахождение числа по его процентному изменению

**Задача 5.** В 10 лет Ванин рост составлял 130 см. Каким был рост Вани в 9 лет, если за год он подрос на 4 %?

**Решение.** По условию задачи, рост Вани в 10 лет составлял 130 см, что на 4 % больше, чем в 9 лет. Значит, росту Вани в 9 лет соответствует 100 %, а в 10 лет — (100 + 4) %. Составим краткую запись данных задачи.

Рост в 9 лет: ? — 100 %,

Рост в 10 лет: 130 см — (100 + 4) %.

Пусть $x$ — рост Вани в 9 лет. Тогда составим пропорцию: $\frac{x}{130}=\frac{100}{104}$. Отсюда $x=\frac{130\cdot100}{104}$, $x$ = 125. Значит, рост Вани в 9 лет составлял 125 см.

Можно ли рост Вани в 10 лет принять за 100 %? Да. Будут ли соответствовать тогда (100 – 4) % росту Вани в 9 лет? Нет, поскольку 4 % от 130 см не равны 4 % от 125 см.

**Обратите внимание:**

чтобы найти число $x$, изменившееся до числа $b$, по его процентному изменению $n$, составляют пропорцию:

если $x$ — 100 %, $b$ — $(100+n)$ %, то $x : b = 100 : (100+n)$.

## 6. Нахождение процентного отношения двух чисел по изменению числа

**Задача 6.** В первый день Маша прочитала 20 страниц книжки, а во второй — на 5 страниц больше. Сколько в процентах прочитала Маша во второй день по сравнению с первым днём?

**Решение.** По условию задачи, в первый день Маша прочитала 20 страниц, что составляет 100 %. В задаче нужно узнать, сколько процентов составляют (20 + 5) страниц. Составим краткую запись данных задачи.

I день: 20 с. — 100 %

II день: (20 + 5) с. — ?

Пусть $x$ — количество страниц в процентах, прочитанных Машей во второй день. Тогда составим пропорцию: 20 : (20 + + 5) = 100 : $x$. Отсюда, $x$ = (25 · 100) : 20, $x$ = 125. Значит, во второй день Маша прочитала 125 % прочитанного в первый день.

**Обратите внимание:**

чтобы найти процентное отношение двух чисел $a$ и $a+n$ по изменению числа $a$ на $n$, составляют пропорцию:

если $a$ — 100 %, $a+n$ — $x$ %, то $a : (a+n) = 100 : x$.

? Можно ли аналогично решать задачи на уменьшение числа? Да. В таком случае нужно составить пропорцию $a : (a - n) = 100 : x$.

**Узнайте больше**

В параграфе вы рассмотрели решение задач с помощью алгебраического способа. Но каждую из них можно решить и арифметически, к тому же, не одним способом. Обратимся к задаче 1 данного параграфа.

**Задача.** Мама Малыша испекла 25 ватрушек. Карлсон съел 40 % всех ватрушек. Сколько ватрушек съел Карлсон?

**Решение.**

**Арифметический способ 1.**

1) Сколько ватрушек составляет 1 %?

$25 : 100 = 0{,}25$ (в.).

2) Сколько ватрушек составляют 40 %?

$40 \cdot 0{,}25 = 10$ (в.).

Значит, Карлсон съел 10 ватрушек.

**Арифметический способ 2.**

1) Как выразить 40 % дробью?

$40\ \% = 0{,}4$.

2) Сколько ватрушек составляют 40 %?

$25 \cdot 0{,}4 = 10$ (в.).

Значит, Карлсон съел 10 ватрушек.

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Какую пропорцию составляют, чтобы найти процент от числа?
2. Какую пропорцию составляют, чтобы найти число по его проценту?
3. Какую пропорцию составляют, чтобы найти процентное отношение двух чисел?
4. Какую пропорцию составляют, чтобы найти изменение процента по изменению числа?
5. Какую пропорцию составляют, чтобы найти число по его процентному изменению?
6. Какую пропорцию составляют, чтобы найти процентное отношение двух чисел по изменению числа?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**780′.** Как найти: 1) 1 % числа $a$; 2) 25 % числа $a$; 3) $n$ % числа $a$?

**781′.** Петя утверждает, что для нахождения 10 % от числа $a$ нужно число $a$ разделить на 10. Прав ли Петя? Ответ объясните.

**782′.** К задаче составили краткую запись:

1) 120 — 100 %,
? — 30 %;

2) 70 — 100 %,
? — 50 %;

3) 20 — 100 %,
? — 150 %.

Какую пропорцию нужно составить для решения задачи?

**783′.** Как найти число $b$, если известно значение его 1 %?

**784′.** Катя утверждает, что для нахождения числа $b$, 50 % котого равны 60, нужно 60 умножить на 2. Права ли Катя? Ответ объясните.

**785′.** Как найти число по значению:

1) 10 % этого числа; 2) 25 % этого числа?

**786′.** Составили краткую запись задачи:

1) ? — 100 %,
40 — 10 %;

2) ? — 100 %,
50 — 25 %;

3) ? — 100 %,
450 — 50 %.

Какую пропорцию нужно составить для решения задачи?

**787′.** С помощью какого выражения можно найти процентное отношение чисел 5 и 30: $\frac{5}{30}\cdot 100$ или $\frac{30}{5}\cdot 100$? Ответ объясните.

**788′.** Составили краткую запись задачи:

1) 160 — 100 %,
40 —? %;

2) 250 — 100 %,
50 — ? %;

3) 600 — 100 %,
450 —? %.

Какую пропорцию нужно составить для решения задачи?

**789°.** Для числа 450 найдите его: 1) 2 %; 2) 20 %; 3) 75 %; 4) 120 %.

**790°.** Для числа 240 найдите его: 1) 30 %; 2) 150 %.

**791°.** В магазин завезли 2000 кг яблок. В первый день продали 35 % всех яблок. Сколько килограммов яблок продали в первый день?

**792°.** В школе 800 учеников. Девочки составляют 54 % всех учащихся. Сколько девочек учится в школе?

**793°.** Найдите число, 45 % которого равны:

1) 90; 2) 180; 3) 36; 4) 4,5.

**794°.** Найдите число, 30 % которого равны: 1) 15; 2) 60.

**795°.** Туристы в первый день похода преодолели 30 км, что составляет 15 % запланированного пути. Какое расстояние планируют преодолеть туристы?

**796°.** На тетради Маша потратила 25 грн, что составляет 20 % всех её денег. Сколько денег было у Маши сначала?

**797°.** Сколько процентов составляет число 5 от числа:
1) 20; 2) 25; 3) 50; 4) 150?

**798°.** Сколько процентов составляет число 7 от числа:
1) 14; 2) 56?

**799°.** На год семья заготовила 10 мешков картошки. За три осенних месяца съели 2,5 мешка картошки. Сколько процентов картошки использовала семья осенью?

**800°.** В аквариуме у Саши 24 рыбки, из них 6 — скалярии. Сколько процентов всех рыбок в аквариуме составляют скалярии?

**801°.** В 6-Б классе учатся 32 ученика, 10 из которых посещают спортивные секции. Сколько процентов спортсменов в 6-Б классе?

**802°.** В цветочный магазин завезли 80 роз, среди них — 30 белых. Сколько процентов составляют белые розы?

**803°.** Число 30 увеличили на 40 %. Какое число получили?

**804°.** Число 50 увеличили на 20 %. Какое число получили?

**805°.** Уменьшите число 32 на: 1) 20 %; 2) 25 %; 3) 50 %; 4) 75 %.

**806°.** Уменьшите число 60 на: 1) 30 %; 2) 75 %.

**807°.** Увеличьте число 60 на: 1) 10 %; 2) 25 %; 3) 50 %; 4) 120 %.

**808°.** Увеличьте число 125 на: 1) 40 %; 2) 150 %.

**809°.** В первый улей пчёлы принесли за день 2 кг мёда, а во второй — на 15 % больше. Сколько мёда принесли пчёлы во второй улей?

**810°.** Серёжин сотовый телефон стоит 500 грн, а Мишин — на 20 % дороже. Сколько стоит Мишин сотовый телефон?

**811°.** За первый месяц магазин продал товаров на сумму 10 000 грн, а за второй — на 8 % меньше. На какую сумму продал товаров магазин за второй месяц?

**812°.** Билет в цирк стоил 25 грн, а через месяц билеты подорожали на 20 %. Какова новая цена билета?

**813°.** Найдите число, после увеличения которого на 20 % получилось число: 1) 84; 2) 240.

**814°.** Найдите число, после увеличения которого на 60 % получилось число 640.

**815°.** Найдите число, после уменьшения которого на 80 % получилось число: 1) 60; 2) 140.

**816°.** Найдите число, после уменьшения которого на 30 % получилось число 28.

**817°.** Сколько стоил товар, если после повышения его цены на 15 % он стал стоить 345 грн?

**818°.** В банке на вклады граждан насчитывают 7 % годовых. Сколько гривен положили на счёт в банк, если через год на счету стало 5350 грн?

**819°.** В результате сушки виноград теряет 70 % своей массы. Сколько килограммов изюма получат из 10 кг винограда? Сколько килограммов винограда нужно взять, чтобы получить 10 кг изюма?

**820°.** Из посаженных семян подсолнуха взошло 180 зёрен, что составляет 90 % посаженных семян. Сколько семян подсолнуха было посажено? Сколько зёрен взойдёт, если посадить 350 семян подсолнуха?

**821°.** Число 50 увеличили на 20. На сколько процентов увеличилось число?

**822°.** Число 45 увеличили на 15. На сколько процентов увеличилось число?

**823°.** Число 40 уменьшили на 10. На сколько процентов уменьшилось число?

**824°.** Число 80 уменьшили на 20. На сколько процентов уменьшилось число?

**825°.** Число 50 увеличили на $a$. Найдите процентное отношение числа 50 и полученного числа, если: 1) $a = 10$; 2) $a = 5$.

**826°.** Число 25 увеличили на $a$. Найдите процентное отношение полученного числа и числа 25, если $a = 15$.

**827°.** Число 24 уменьшили на $b$. Найдите процентное отношение полученного числа и числа 24, если: 1) $b = 12$; 2) $b = 16$.

**828°.** Число 36 уменьшили на $b$. Найдите процентное отношение числа 36 и полученного числа, если $b = 9$.

**829°.** Винни-Пух купил 15 банок сгущённого молока. За день он съел 3 банки. Сколько процентов сгущённого молока осталось у Винни-Пуха?

**830°.** Мама купила 25 кг муки. За одну неделю она использовала 3 кг муки. Сколько процентов муки осталось у мамы?

**831°.** Магазин в первый день продал 150 кг арбузов, а во второй — на 90 кг больше, чем в первый. Сколько процентов арбузов продал магазин во второй день по сравнению с первым днём?

**832°.** Оксана на прошлой неделе получила 8 оценок «10», а на этой неделе — на 2 такие оценки больше. Какой процент оценок «10» получила девочка на этой неделе по сравнению с прошлой неделей?

**833.** Что больше: 1) 20 % числа 50 или 50 % числа 20; 2) 10 % числа 120 или 50 % числа 24?

**834.** Что меньше: 10 % числа 25 или 25 % числа 10?

**835.** В городском парке посадили 50 деревьев, из которых 20 % составляют ёлки, а остальные — сосны. Сколько деревьев каждого вида посадили в парке?

**836.** В цеху работают 400 рабочих. Мужчины составляют 75 % всех рабочих цеха. Сколько женщин работает в цеху?

**837.** Какое из двух чисел меньше:

1) 15 % которого равны 30 или 30 % которого равны 15;
2) 25 % которого равны 100 или 10 % которого равны 40?

**838.** Какое из двух чисел больше: 50 % которого равны 10 или 10 % которого равны 50?

**839.** В магазин привезли фрукты. Среди них было 400 кг яблок, что составляет 20 % общего количества фруктов. Груш было на 100 кг меньше, чем яблок. Остальные фрукты — сливы. Сколько килограммов фруктов привезли в магазин? Сколько килограммов слив привезли в магазин?

**840.** В первом цеху трудится 180 рабочих, что составляет 45 % всех рабочих завода. Во втором цеху рабочих на 50 меньше, чем в первом. Остальные рабочие трудятся в третьем цеху. Сколько всего рабочих на заводе? Сколько рабочих в третьем цеху?

**841.** Таня прочитала 80 страниц книги, после чего ей осталось прочитать ещё 120 страниц. Сколько процентов всех страниц прочитала Таня?

**842.** Токарь до обеда выточил 13 деталей, а после обеда — остальные 12 деталей. Сколько процентов всех деталей выточил токарь после обеда?

**843.** Сравните процентные отношения пар чисел:

1) 12 и 4; 15 и 3; 2) 8 и 40; 5 и 25.

**844.** Сравните процентные отношения пар чисел: 15 и 10; 9 и 6.

**845.** Стороны прямоугольника равны 8 см и 10 см. Каждую сторону увеличили на 50 %. Как изменился периметр прямоугольника? Ответ представьте в дециметрах.

**846.** Стороны прямоугольника равны 16 дм и 24 дм. Каждую сторону увеличили на 40 %. Как изменился периметр прямоугольника? Ответ представьте в метрах.

**847.** Стороны треугольника равны 14 см, 18 см и 20 см. Каждую сторону уменьшили на 25 %. Как изменился периметр треугольника?

**848.** Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 3 см, 12 см и 8 см. Каждое ребро уменьшили на 50 %. Как изменилась сумма длин всех рёбер параллелепипеда?

**849.** Можно ли утверждать, что при изменении каждой стороны квадрата на $n$ %, периметр квадрата также изменится на $n$ %?

**850.** Число 60 увеличили на 25 %, а затем — ещё на 15 %. Какое число получили?

**851.** Число 64 уменьшили на 25 %, а затем — ещё на 35 %. Какое число получили?

**852.** Число 48 увеличили на 55 %, а затем — уменьшили на 15 %. Какое число получили?

**853.** Число 150 уменьшили на 75 %, а затем — увеличили на 40 %. Какое число получили?

**854.** Число $a$ уменьшили на 20 %. На сколько процентов нужно увеличить полученное число, чтобы получить данное число $a$?

**855.** Число $b$ уменьшили на 30 %, а затем увеличили на 30 %. Как изменилось число $b$?

**856.** В прямоугольнике стороны равны 4 см и 12 см. На сколько процентов увеличится периметр прямоугольника, если каждую его сторону: 1) увеличить вдвое; 2) увеличить в 4 раза; 3) уменьшить в 4 раза?

**857.** Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 5 см, 8 см и 7 см. На сколько процентов увеличится сумма длин всех рёбер параллелепипеда, если каждое его ребро: 1) увеличить на 1 см; 2) уменьшить на 1 см; 3) увеличить на 2 см?

**858.** В треугольнике со сторонами 5 см, 5 см и 8 см каждую сторону увеличили на 3 см. На сколько процентов увеличился периметр треугольника?

**859.** Николай Петрович положил в банк 5000 грн на три года. Каждый год банк насчитывает 5 % годовых. Сколько денег получит вкладчик через три года?

**860.** Банк предоставляет кредит 30 000 грн со ставкой 10 % годовых. Какую сумму нужно вернуть банку через два года?

**861.** В первый день похода автотуристы преодолели 30 % запланированного пути, во второй — 20 %, а в третий — оставшийся путь — 90 км. Найдите расстояние, которое должны преодолеть туристы за три дня похода.

***862.*** Первый рассказ занимает 35 % книжки, второй — 25 %, а третий — оставшиеся 80 страниц. Сколько страниц в книжке?

**863.** Папа получал зарплату в размере 4000 грн. Затем ему повысили зарплату, и он стал получать 4800 грн. На сколько процентов папе повысили зарплату?

***864.*** Спортсмен на тренировке пробегает 12 км в день. Тренер предложил ему пробегать в день 15 км. На сколько процентов увеличилась нагрузка спортсмена в день?

**865.** Мама на день рождения купила 2 кг конфет, 3 кг яблок, 2,5 кг винограда, 1,5 кг персиков и 1 кг печенья. Сколько процентов этой покупки составляли фрукты?

***866.*** Таня потратила на выполнение домашнего задания 1,5 ч. Домашнее задание по украинскому языку она выполняла 18 мин, по истории — 27 мин, а по изобразительному искусству — оставшееся время. Сколько процентов всего времени заняло выполнение домашнего задания по каждому предмету?

**867*.** До просушивания влажность зерна составляла 23 %, а после просушивания — 12 %. На сколько процентов уменьшилась масса зерна после просушивания?

**868*.** На сколько процентов снизится цена товара, если сначала её снизить на 20 %, а затем — ещё на 10 %?

**869*.** Число увеличили на 25 %, а затем результат уменьшили на 25 %. Какое число получили — больше или меньше исходного? На сколько процентов?

**870*.** Какой будет концентрация раствора соли, если в 1 кг воды растворить: 1) 200 г соли; 2) 500 г соли?

**871*.** Сколько воды нужно долить к 7,5 кг 12 %-го раствора соли, чтобы получить 10 %-й раствор?

**872*.** На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если его длину увеличить на 40 %, а ширину — на 30 %?

**873*.** Как изменится значение дроби, если его числитель увеличить на 100 %, а знаменатель — уменьшить на 50 %?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**874.** В понедельник в школьной столовой Ира потратила на обед 7 грн. Сколько процентов своего бюджета израсходовала Ира, если мама выдаёт ей на неделю 50 грн?

**875.** Оксана тратит на дорогу в школу 20 мин. Но однажды она опаздывала и шла быстрее, чем обычно. При этом она затратила на дорогу на 15 % меньше времени. Сколько времени затратила девочка на дорогу в школу?

**876.** Марина за год выросла на 5 см. На сколько процентов выросла девочка, если её рост составлял 125 см?

**877.** Вычислите концентрацию сахара в стакане чая, который вы выпиваете за завтраком, если масса чая в стакане — 200 г, а масса сахара в одной чайной ложке — 10 г.

**878.** Помоги дедушке вычислить, что выгоднее: положить в банк 2000 грн под 5 % годовых на 3 года или 1000 грн под 10 % годовых на 2 года.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**879.** Расставьте скобки в выражении $35 : 5 + 2 \cdot 16 - 4$ так, чтобы его значение было равно 60.

**880.** Решите уравнение:

1) $121 : (x - 19) = 11$; 2) $x \cdot 14 + 25 = 109$.

**881.** Периметр прямоугольника равен 80 см. Найдите площадь этого прямоугольника, если его ширина равна 16 см.

**882.** Турист шёл 3 ч со скоростью $4\frac{2}{5}$ км/ч и 2 ч со скоростью $4\frac{3}{4}$ км/ч. Вычислите путь, пройденный туристом.

# § 20. ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

В повседневной жизни часто планируются разные события, о которых можно сказать, произойдут они или нет. Примером таких событий могут быть: празднование дня рождения, поход в школу, получение хорошей оценки, поездка с родителями за город и др.

**Запомните!**

**Событие, о котором можно сказать, что оно произойдёт или не произойдёт при определённых условиях, называется *случайным событием*, или (кратко) *событием*.**

События обозначают буквами: $A$, $B$, $C$. Читают: событие $A$, событие $B$, событие $C$.

Математики считают, что любое случайное событие происходит (или не происходит) вследствие проведения некоторого эксперимента. Такой эксперимент называют *случайным*, или *стохастическим*. Он является *испытанием*. Условия проведения испытания являются неизменными. Возможные результаты испытания известны, но нельзя заранее знать, какой именно из них будет иметь место. Например, если мы будем подбрасывать монету один раз, то возможны два следствия: выпадет или «герб», или «цифра» (рис. 76), однако нельзя точно сказать, что именно выпадет. Поэтому подбрасывание монеты является испытанием, а появление «герба» или «цифры» — это события $A$ и $B$.

Рис. 76

Сколько событий могут произойти вследствие подбрасывания игрального кубика (рис. 77)? У кубика шесть граней, поэтому событий может быть шесть — выпадает 1 очко, 2 очка, 3 очка, 4 очка, 5 очков или 6 очков.

Рис. 77

**Обратите внимание:**

все возможные результаты испытания образуют совокупность событий, однако испытание завершается наступлением лишь одного из этих событий.

Например, в результате одного подбрасывания игрального кубика из шести возможных событий произойдёт лишь одно событие — или выпадет 1 очко, или 2 очка, или 3 очка, или 4 очка, или 5 очков, или 6 очков. Иначе говорят: «Появлению 1 очка *благоприятствует* только одно событие».

Событие, которое в результате испытания непременно должно произойти, называют *достоверным*. Например, событие $A$ — «появление от 1 до 6 очков» в результате подбрасывания игрального кубика является достоверным событием.

Событие, которое вследствие данного испытания не может произойти, называют *невозможным*. Например, событие $B$ — «появление на одной из граней игрального кубика 7 очков» является невозможным.

События называют *несовместимыми*, если наступление одного из них исключает наступление другого. Такие события не могут наступить одновременно. Например, событие $C$ — «появление 3 очков» и событие $D$ — «появление 5 очков» являются несовместимыми событиями в результате одного подбрасывания игрального кубика.

События называют *равновозможными*, если в результате испытания появление каждого из них одинаково возможно по сравнению с другими. Например, при подбрасывании игрального кубика все шесть событий («появление 1 очка» и т.д.) являются равновозможными.

*Вероятность события* — это количественная характеристика возможности наступления этого события в ходе испытания.

Обозначают: $P(A)$, $P(B)$. Читают: «вероятность события $A$», «вероятность события $B$».

Для испытания, в котором все возможные события являются несовместимыми и равновозможными, вероятность события можно вычислить по формуле.

**Запомните!**

***Вероятностью события $A$*** **называется отношение количества $m$ благоприятных для $A$ событий к количеству $n$ всех равновозможных в данном испытании событий:**

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

? Верно ли, что количество испытаний $m$ всегда меньше общего количества испытаний $n$? Нет. Числа $m$ и $n$

могут быть и равными. Например, вероятность достоверного события «появление от 1 до 6 очков» в результате одного подбрасывания игрального кубика равна 1, поскольку $\frac{m}{n}=\frac{6}{6}=1$.

**Обратите внимание:**

вероятность события может принимать значения только от 0 до 1. Вероятность достоверного события равна 1, а вероятность невозможного события — 0.

**Задача 1.** Из коробки, где находятся 3 чёрных и 5 белых шариков, достали наугад один шарик. Какова вероятность того, что шарик: 1) чёрный; 2) белый?

**Решение.**

1. Событие $A$ — «вынули чёрный шарик». Общее количество шариков, которые можно достать из коробки, равно 8, поэтому $n = 8$. Чёрных шариков — 3, поэтому $m = 3$. Вероятность события $A$ равна отношению количества $m$ возможностей вынуть чёрный шарик к общему количеству $n$ возможностей вынуть какой-либо шарик, поэтому: $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{8}$. Значит, вероятность вынуть чёрный шарик равна $\frac{3}{8}$.

2.

Событие B – "вынули белый шарик"

$m = 5, n = 3 + 5 = 8.$

$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{5}{8}.$

Ответ: вероятность вынуть белый шарик составляет $\frac{5}{8}$.

В рассмотренной задаче возможными были два события: событие $A$ — «вынули чёрный шарик» и событие

$B$ — «вынули белый шарик». Вероятность события $A$ равна $\frac{3}{8}$, а события $B$ — $\frac{5}{8}$. Сумма вероятностей этих событий равна $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}=1$.

**Запомните!**

**Сумма вероятностей всех возможных событий испытания равна 1.**

? Можно ли определить вероятность одного из двух возможных событий испытания, зная вероятность другого события? Да. Вероятность извлечения белого шарика в рассмотренной задаче можно было найти и по-другому: $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

**Задача 2.** Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков?

**Решение.** Событие $C$ — «на двух кубиках в сумме выпало 6 очков». Появление события $C$ связано с такими парами чисел на двух игральных кубиках: 1 и 5, 2 и 4, 3 и 3, 4 и 2, 5 и 1. Значит, $m = 5$. Общее количество вариантов, когда на первом кубике выпало число от 1 до 6 и для каждого из них на втором кубике выпало одно из шести чисел, равно 36. Итак, $n = 36$. Вероятность события $C$ равна отношению чисел $m$ и $n$: $P(C)=\frac{m}{n}=\frac{5}{36}$.

**Узнайте больше**

1. Стохастичность (от греческого στόχος — цель, предположение) означает случайность.
2. Теория вероятностей — это раздел математики, изучающий закономерности случайных событий. Как самостоятельная наука теория вероятностей возникла в середине XVII века. Тогда были распространены азартные игры, то есть игры, в которых результат зависел от

*Якоб Бернулли*

случая (игры с кубиками, игра в «орлянку», некоторые карточные игры). Они и способствовали анализу случайных событий. Считают, что история теории вероятностей начинается с работы **Я. Бернулли** (1654—1705) «*Ars Conjectandi*» («Искусство предположений»), опубликованной в 1713 году.

3. Обозначение $P(A)$ происходит от первой буквы французского слова *probabilite* — вероятность.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое случайное событие, или (кратко) событие?
2. Какое событие называют достоверным? невозможным?
3. Какие события называют несовместимыми? равновозможными?
4. Что такое вероятность события? Как найти вероятность события?
5. Какие значения может принимать вероятность события?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**883′.** Какие события могут произойти в ходе испытания: 1) монету подбрасывают один раз; 2) игральный кубик бросают один раз; 3) стреляют по мишени один раз; 4) из коробки, в которой лежат белый и чёрный шарики, вынимают шарик?

**884′.** В коробке лежат 4 шарика: белый, чёрный, зелёный и синий. Вынимают один шарик. Для этого испытания назовите: 1) все равновозможные события; 2) пример невозможного события; 3) пример несовместимых событий.

**885′.** Могла ли Наташа правильно решить задачу, если в ответе вероятность искомого события равна 1? Можно ли сказать, вероятность какого события искала Наташа?

**886°.** В корзине лежат одинаковые на вид красные яблоки. Из неё вынули одно яблоко. Каким является событие: 1) «вынули красное яблоко»; 2) «вынули зелёное яблоко»?

***887°.*** В коробке находятся синие шарики. Из неё вынут один шарик. Каким является событие: 1) «вынут синий шарик»; 2) «вынут красный шарик»?

**888°.** Монету подбрасывают один раз. Какова вероятность того, что выпадет «цифра»?

***889°.*** Монету подбрасывают один раз. Какова вероятность того, что выпадет «герб»?

**890°.** Тарас загадал двузначное простое число. Какова вероятность того, что это число: 1) 13; 2) больше 20?

**891°.** Катя загадала однозначное число. Какова вероятность того, что это число: 1) 8; 2) чётное?

**892°.** Игральный кубик бросают один раз. Подсчитайте вероятность события: 1) «выпадет 2 очка»; 2) «выпадет 5 очков»; 3) «выпадет чётное количество очков»; 4) «выпадет количество очков, кратное числу 3».

**893°.** Игральный кубик бросают один раз. Подсчитайте вероятность события: 1) «выпадет 3 очка»; 2) «выпадет нечётное количество очков».

**894°.** В классе учатся 14 мальчиков и 16 девочек. Во время эпидемии гриппа один ученик заболел. Какова вероятность того, что это: 1) мальчик; 2) девочка?

**895°.** В соревнованиях принимали участие 17 мальчиков и 15 девочек, имеющих равные шансы на победу. Какова вероятность того, что первое место завоюет: 1) мальчик; 2) девочка?

**896°.** Из коробки, где находятся 6 красных и 4 белых шарика, вынут наугад один шарик. Какова вероятность того, что вынутый шарик: 1) красный; 2) белый?

**897°.** Из коробки, где находятся 4 синих и 5 зелёных шариков, вынут наугад один шарик. Какова вероятность того, что вынутый шарик: 1) синий; 2) зелёный?

**898.** В семье двое детей. Какова вероятность того, что оба ребёнка — мальчики, если рождение мальчика и девочки считать равновозможными событиями?

**899.** В семье двое детей. Какова вероятность того, что в семье есть мальчик и девочка, если рождение мальчика и девочки считать равновозможными событиями?

**900.** Монету подбрасывают два раза. Какова вероятность того, что выпадут: 1) две «цифры»; 2) два «герба»?

**901.** Подбрасывают две монеты. Какова вероятность того, что монеты упадут одинаковой стороной кверху?

**902.** В соревнованиях по толканию ядра принимают участие 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена — из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Финляндии.

**903.** В соревнованиях по плаванию принимают участие 4 спортсмена из Польши, 8 спортсменов — из Болгарии, 7 спортсменов — из Румынии и 5 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Польши.

**904.** На завод привезли партию, состоящую из 1000 подшипников, 30 из которых не соответствуют стандарту. Определите вероятность того, что взятый наугад подшипник окажется стандартным.

**905.** На фабрике изготавливают сумки. За день было изготовлено 170 сумок, 5 из которых оказались со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная в магазине сумка из этой партии окажется качественной.

**906.** Синоптики прогнозируют на следующую неделю 3 солнечных дня и 4 пасмурных. Какое событие наиболее вероятно: «понедельник — солнечный день» или «понедельник — пасмурный день»?

**907.** В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

**908.** В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что на кубиках выпадут одинаковые очки.

**909*.** В случайном эксперименте бросают три игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 14 очков.

**910*.** В случайном эксперименте монету подбрасывают трижды. Найдите вероятность того, что «герб» выпадет все три раза.

**911*.** В шестом классе — 30 учеников. Из списка учеников случайно выбирают одного. Вероятность того, что возраст наугад выбранного ученика меньше 12 лет, равна $\frac{1}{5}$. Сколько учеников этого класса моложе 12 лет?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**912.** Петя и Серёжа придумали игру, в которой бросают два игральных кубика. Если сумма очков равна 11, то выигрывает Петя, а если сумма очков равна 12, то Серёжа. У кого из мальчиков больше шансов выиграть?

**913.** Проведите испытание с подбрасыванием трёх монет и укажите, какие из следующих событий состоялись в этом испытании, а какие — нет: 1) событие $A$ — «гербов и цифр выпало поровну»;

2) событие $B$ — «гербов выпало больше»; 3) событие $C$ — «цифр выпало больше».

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**914.** Вычислите удобным способом:
1) $(8{,}73 \cdot (4{,}85 + 5{,}15) - 3{,}53 \cdot (3{,}15 + 6{,}85)) : 26$;
2) $430 - 2{,}55 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 0{,}05 \cdot 12{,}5$.

**915.** На уроке присутствуют 30 учеников, а отсутствует $\frac{1}{16}$ общего количества учеников класса. Сколько учеников в этом классе?

**916.** Верёвку длиной 20 м разрезали на две части. Длина первой части равна 12 м. Во сколько раз длина первой части больше длины второй? Какую часть длины верёвки составляет длина её первой части, а какую — длина второй?

**917.** Автобус проехал за день 500 км. До обеда он проехал 240 км за 4 ч. После обеда автобус был в дороге ещё 4 ч. Когда скорость движения автобуса была большей: до или после обеда?

**918.** Сколько стоят 6 кг печенья, если за 3 кг такого печенья заплатили 48 грн?

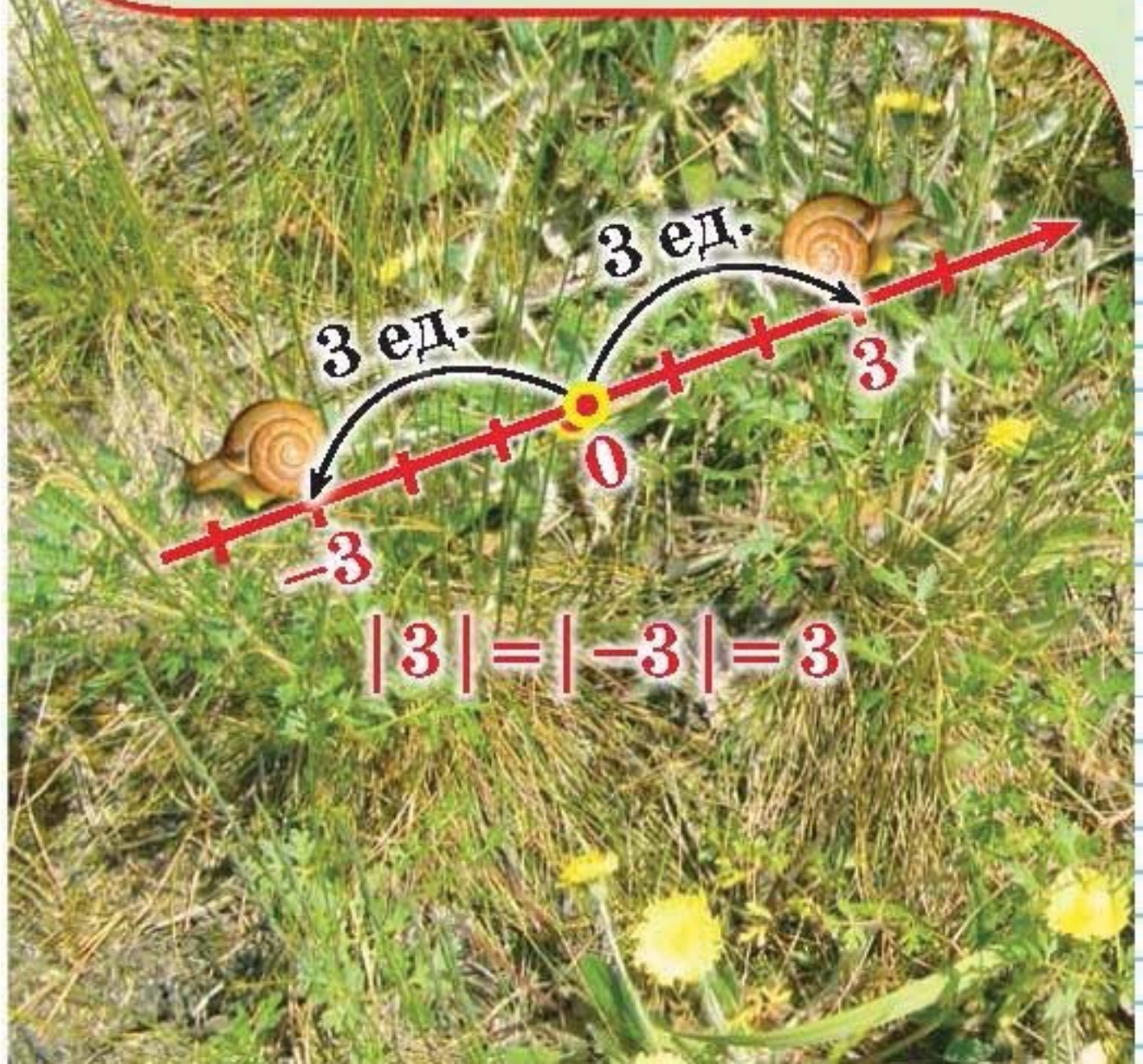
**919.** Турист прошёл 15 км за 5 ч. За сколько часов турист преодолеет расстояние, равное 12 км, двигаясь с такой же скоростью?

ГЛАВА 4

# РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

**В главе узнаете:**

- о положительных и отрицательных числах;
- что такое координатная прямая;
- что такое модуль числа;
- какие числа называют целыми;
- что такое рациональные числа;
- как сравнивать рациональные числа;
- как выполнять арифметические действия над рациональными числами;
- как применить изученный материал на практике



# § 21. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА. ЧИСЛО НУЛЬ

Рассмотрите рисунок 78. Вы видите эскиз улицы, на которой расположена школа. Саша сказал, что он вышел из школы и прошёл мимо трёх домов вдоль этой улицы.

Рис. 78

? Можно ли определить, где оказался Саша? Нет. Точно ответить мы не сможем, поскольку не знаем, в каком направлении от школы двигался Саша. Если Саша пошёл от школы налево, то оказался возле бассейна, а если направо — то возле библиотеки.

Итак, чтобы определить новое местонахождение на прямолинейном участке дороги, нужно указывать не только расстояние, но и направление движения от некоторой начальной точки.

Рассмотрим ещё один пример. Определяя температуру воздуха с помощью термометра, мы фиксируем не только значение, на котором остановился столбик термометра, но и обращаем внимание на то, где именно находится это значение на шкале термометра: ниже нуля или выше нуля (рис. 79). Например, если температура поднялась на 10° выше нуля, то мы говорим: «температура воздуха — плюс 10°». Если температура отпустилась на 10° ниже нуля, то мы говорим: «температура воздуха — минус 10°».

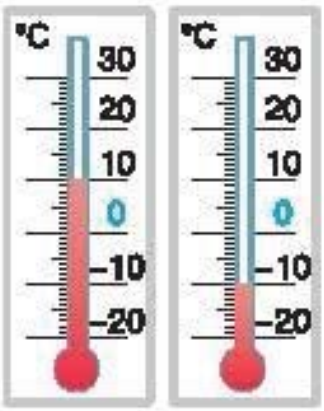



Рис. 79

Обозначают: +10°, –10°. Показатели термометра со знаком «+» определяют на его шкале одно направление (выше нуля), а показатели со знаком «–» — противоположное направление (ниже нуля).

Проведём прямую и отметим на ней точку $O$ (рис. 80). На прямой по разные стороны от точки $O$ на расстоянии 5 клеточек от неё отметим точки $A$ и $B$. Чтобы отличать их положение относительно точки $O$, вместо слова «справа» будем писать знак «+», а вместо слова «слева» — знак «–». Тогда положение точки $A$ относительно точки $O$ показывает число +5, а точки $B$ — число –5 (рис. 81). Вообще, всем точкам на прямой, расположенным справа от точки $O$, соответствуют числа со знаком «+», а слева от неё — со знаком «–».

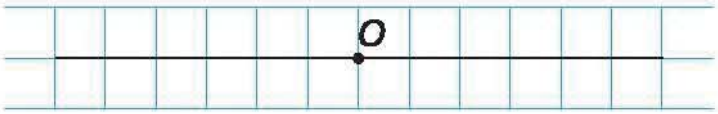



Рис. 80

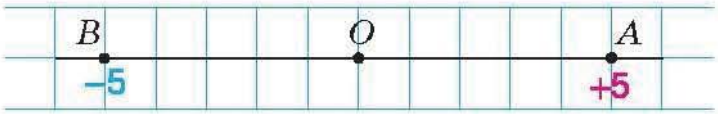



Рис. 81

Числа со знаком «+» называют *положительными числами*. Например, число +5 является положительным.

Положительное число +5 кратко записывают 5.

Числа со знаком «–» называют *отрицательными числами*. Например, число – 5 является отрицательным (читают: «минус пять»).

**Запомните!**

**Любое натуральное число является положительным.**

? Положительным или отрицательным является число 0? Ни тем, ни другим. Число 0 отделяет положительные числа от отрицательных.

*Неотрицательные числа* — это положительные числа вместе с числом 0, а *неположительные числа* — это отрицательные числа вместе с числом 0.

## Узнайте больше

Для математических вычислений в древности использовали палочки. Палочками красного цвета изображали положительные числа, чёрного — отрицательные. В Индии отрицательные числа толковали как долг, а положительные — как имущество. Многие математики называли отрицательные числа ложными числами, поскольку не могли понять существования чисел, меньших чем «ничто» (нуль). Только с XVIII в. отрицательные числа стали использовать наравне с положительными числами.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие характеристики определяют положение точки на прямой относительно некоторой точки?
2. Как обозначают положительные числа? отрицательные числа?
3. Каким является натуральное число — положительным или отрицательным?
4. Назовите число, не являющееся ни положительным, ни отрицательным.
5. Какие числа относят к неотрицательным? неположительным?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

Рис. 82

**920′.** На рисунке 82 изображён эскиз улицы. Верно ли утверждение: чтобы попасть от школы до музея, нужно:
1) двигаться вправо;
2) двигаться влево;
3) пройти мимо трёх домов?

**921′.** Какую температуру показывает термометр (рис. 83—84)?

Рис. 83

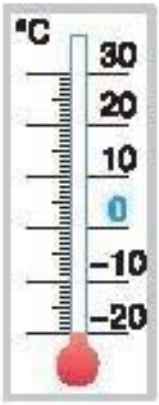



Рис. 84

Рис. 85

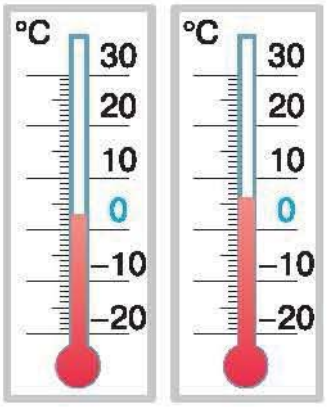
**922′.** Верно ли утверждение:

1) $\frac{1}{21}$ — положительное число;
2) –5 — неположительное число;
3) –11 — отрицательное число;
4) 0 — отрицательное число;
5) $\frac{5}{17}$ — положительное число;
6) –0,9 — неотрицательное число?

**923°.** На рисунке 85 изображён план улицы. Одному делению соответствует 100 м. Что расположено от светофора слева на расстоянии: 1) 300 м; 2) 500 м? Можно ли дать однозначный ответ?

**924°.** На рисунке 85 изображён план улицы. Одному делению соответствует 100 м. Что расположено от светофора на расстоянии: 1) 100 м; 2) 200 м? Можно ли дать однозначный ответ?

**925°.** На термометрах показана температура в 8 ч (рис. 86, *а*) и в 10 ч (рис. 86, *б*). Выясните: 1) в каком направлении двигался столбик термометра от 8 ч до 10 ч; 2) на сколько градусов изменилась температура?




*а* *б*

Рис. 86

**926°.** Нарисуйте термометр. На нём отметьте температуру: –20°; –10°; +5°; +10°.

**927°.** Перерисуйте в тетрадь прямую (рис. 87). Отметьте на этой прямой точку $B$, находящуюся от точки $O$ на расстоянии:
1) 4 клеточки; 2) 6 клеточек.
Сколько точек вы получили?

**928°.** Перерисуйте в тетрадь прямую (рис. 87). Отметьте на этой прямой точку $A$, отдалённую от точки $O$:
1) на 4 клеточки влево;
2) на 6 клеточек вправо.
Сколько точек вы получили?

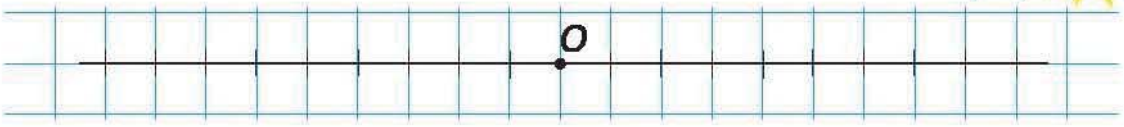



Рис. 87

**929°.** С помощью положительных и отрицательных чисел запишите утверждение:

1) температура воздуха — двенадцать градусов ниже нуля;
2) температура воздуха — десять градусов выше нуля;
3) глубина моря — один километр ниже уровня океана;
4) высота горы — один километр триста метров выше уровня океана;
5) прибыль за май составляет 4500 грн;
6) долг за апрель составляет 670 грн;
7) 560 лет до нашей эры;
8) 2013 лет нашей эры.

**930°.** С помощью положительных и отрицательных чисел запишите утверждение:

1) температура воздуха — три градуса ниже нуля;
2) температура воздуха — одиннадцать градусов выше нуля;
3) глубина моря — три километра ниже уровня океана;
4) высота горы — два километра триста метров выше уровня океана;
5) прибыль за неделю составляет 7000 грн;
6) долг за прошлый год составляет 854 000 грн;
7) 45 лет до нашей эры;
8) 65 лет нашей эры.

**931°.** Какие из утверждений являются верными:

1) каждое натуральное число является положительным;
2) каждое натуральное число является неотрицательным;
3) каждое дробное число является отрицательным;
4) 0 является положительным числом?

**932°.** Прочитайте числа:

$9; -8; 0; -4{,}6; 7{,}8; 475; 114; -1\frac{3}{5}; -5{,}45; 18{,}7; -96; 489.$

Выберите среди них: 1) отрицательные числа, не являющиеся дробными; 2) неположительные дробные числа.

**933°.** Прочитайте числа: $0{,}99; -11; -\frac{1}{2}; 102; 0; \frac{1}{5}; -35{,}9.$

Какие из них являются:

1) отрицательными;
2) положительными;
3) неотрицательными;
4) неположительными?

**934.** Галя записывала показатели термометра каждое утро в течение недели. В понедельник она записала показатель –4°. Во вторник и среду температура понижалась на 1° ежедневно, а в четверг и пятницу — на 2° ежедневно. В субботу потеплело и температура повысилась на 4°. В воскресенье температура не изменилась. Какие показатели термометра записала Галя?

**935.** На прямой отмечены точки $O$, $A$, $B$. Точка $A$ лежит правее точки $O$ на 7 клеточек, а точка $O$ — правее точки $B$ на 10 клеточек. Сколько клеточек содержит отрезок $AB$? Как расположена точка $O$ относительно точки: 1) $A$; 2) $B$?

**936.** На прямой отмечены точки $O$, $A$, $B$. Точка $A$ лежит левее точки $O$ на 15 клеточек, а точка $B$ — правее точки $O$ на 5 клеточек. Сколько клеточек содержит отрезок $AB$? Как расположена точка $O$ относительно точки: 1) $A$; 2) $B$?

**937*.** На прямой отмечены точки $O$, $A$, $B$, $C$. Точка $A$ лежит правее точки $O$ на столько клеточек, на сколько точка $O$ лежит правее точки $B$. Точка $C$ находится правее точки $B$ на 8 клеточек, а точка $O$ лежит на 3 клеточки левее точки $C$. Сколько клеточек содержит отрезок $AB$? Как расположена точка $O$ относительно точки: 1) $A$; 2) $B$? Выполните рисунок к задаче.

**938*.** На прямой отмечены точки $O$, $A$, $B$, $C$. Точка $A$ лежит правее точки $O$ на столько клеточек, на сколько точка $B$ лежит левее точки $C$. Точка $C$ находится правее точки $O$ на 12 клеточек и левее точки $A$ на 23 клеточки. Сколько клеточек содержит отрезок $AB$? Как расположена точка $O$ относительно точки: 1) $A$; 2) $B$? Выполните рисунок к задаче.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**939.** Нарисуйте в тетради один из приборов для измерения величин, которые могут иметь как положительные, так и отрицательные значения.

**940.** Поверхность Земли разделена на 24 часовых пояса (с номерами от –12 до 12). Поясное время в смежных поясах отличается на 1 ч. Начертите в тетради и заполните таблицу 5.

*Таблица 5*

| **Город** | Чикаго | Дакар | Париж | Киев | Астана | Токио |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Часовой пояс** | –6 | –1 | 0 | 2 | 6 | 9 |
| **Время (ч)** | | | | 14 | | |

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**941.** Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину одной клеточки тетради. Отметьте на этом луче точки $A$ (0), $B$ (3), $C$ (5), $D$ (6), $K$ (7).

**942.** Сколько натуральных чисел можно отметить на координатном луче между точками: 1) $A$(1) и $B$(8); 2) $M$(5) и $N$(10)?

**943.** Найдите расстояние между точками:
1) $A$ (23) и $B$ (28); 2) $C$ (31) и $D$ (41).

# § 22. КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

В пятом классе положительные числа и число 0 вы отмечали на координатном луче (рис. 88). Продлим координатный луч $OX$ влево от его начала. На построенном луче нанесём такую же шкалу, как и на луче $OX$ (рис. 89). Получили *координатную прямую*. Точка $O$ называется *началом отсчёта* на координатной прямой.

Рис. 88

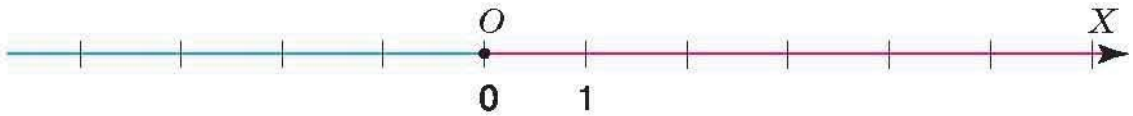



Рис. 89

**Запомните!**

**Прямая, на которой выбраны начало отсчёта, единичный отрезок и направление, называется *координатной прямой*.**

Стрелкой на координатной прямой указывают положительное направление. На луче $OX$ отмечают положительные числа, а на противоположном ему луче —

отрицательные числа. Обычно координатную прямую изображают горизонтально (рис. 90). При необходимости её можно изобразить и вертикально, и наискосок.

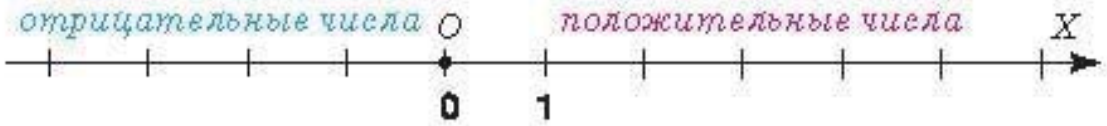



Рис. 90

Посмотрите на рисунок 91. Вы видите, что точке $D$ соответствует число 5, а точке $E$ — число –5. Началу отсчёта $O$ — соответствует число 0.

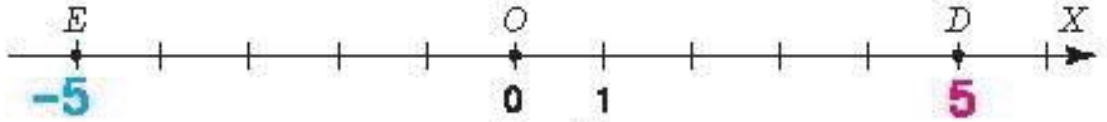



Рис. 91

Кратко записывают: $D(5)$, $E(-5)$, $O(0)$. Читают: «Точка $D$ с координатой 5», «Точка $E$ с координатой –5», «Точка $O$ с координатой 0».

Что показывает координата точки на координатной прямой с началом отсчета $O$? *Расстояние* от этой точки до точки $O$ и *направление*, в котором искали это расстояние: если в направлении стрелки, то координата имеет знак «+» (как у точки $D$); если против направления стрелки, то координата имеет знак «–» (как у точки $E$).

**Обратите внимание:**

каждой точке на координатной прямой соответствует единственная координата.

**Задача 1.** На координатной прямой отметьте точки: 1) $A(2)$; 2) $B(-4)$.

**Решение.** 1. Координата 2 точки $A$ — положительное число, поэтому на координатной прямой (рис. 92) точка $A$ размещена справа от начала отсчёта $O$ и $OA = 2$ ед.

2. Координата –4 точки $B$ — отрицательное число, поэтому на координатной прямой (рис. 92) точка $B$ размещена слева от начала отсчёта $O$ и $OB = 4$ ед.

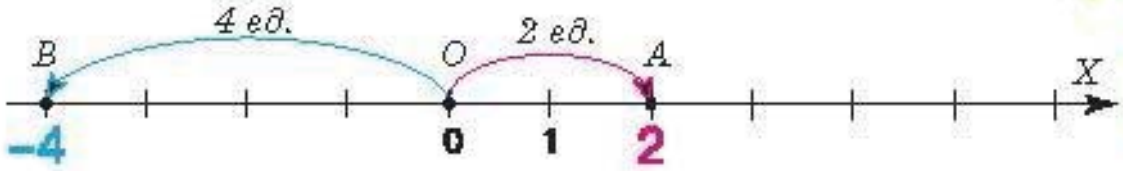



Рис. 92

**Узнайте больше**

Парад планет — астрономическое явление, когда несколько планет Солнечной системы оказывается по одну сторону от Солнца и почти на одном луче (рис. 93). Иногда говорят: «Планеты выстроились в одну линию». Во время большого парада планет в одну линию выстраиваются 6 планет — Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран. Если считать планету точкой на координатной прямой, а нашу планету Земля — началом отсчёта, то какие знаки будут иметь координаты других планет во время большого парада планет? Поразмышляйте сам остоятельно.

Рис. 93

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какая прямая называется координатной?
2. Как построить координатную прямую?
3. Что показывает координата точки на координатной прямой?
4. Где на координатной прямой размещают точки с отрицательной координатой? положительной координатой?
5. Как определить размещение точки на координатной прямой по её координате?
6. Как определить координату точки на координатной прямой?
7. Какую координату имеет начало отсчёта?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**944′.** На рисунке 94 назовите: 1) начало отсчёта на координатной прямой; 2) единичный отрезок; 3) координату точки $B$; 4) координату точки $C$; 5) координату точки $D$.

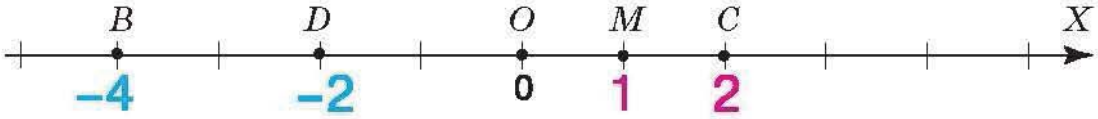



Рис. 94

**945′.** Какие из чисел 10; $\frac{12}{5}$; –145; $-\frac{2}{3}$; 0,54; –12,1; $-4\frac{2}{7}$; 1205; –125; 0,128 расположены на координатной прямой справа от начала отсчёта, а какие — слева?

**946′.** Определите расстояние от точки $A$ до начала отсчёта, если:
1) $A(1)$; 2) $A(3)$; 3) $A(-1)$; 4) $A(23)$; 5) $A(456)$; 6) $A(-23)$.

**947′.** На сколько единичных отрезков и в каком направлении нужно двигаться от начала отсчёта, чтобы добраться до точки:
1) $A(8)$; 2) $B(-5)$?

**948°.** Начертите координатную прямую. За единичный отрезок примите длину одной клеточки тетради. Отметьте точки $A(-3)$, $B(2)$, $C(-5)$, $D(8)$, $K(-9)$, $E(-2)$. Найдите расстояния от данных точек до начала отсчёта.

**949°.** Начертите координатную прямую. За единичный отрезок примите длину двух клеточек тетради. Отметьте точки $M(-1)$, $N(4)$, $F(-3)$, $K(2{,}5)$, $L(-4)$, $P(5)$. Найдите расстояния от данных точек до начала отсчёта.

**950°.** На координатной прямой постройте точку, расположенную:
1) слева от начала отсчёта на расстоянии 2 ед.;
2) справа от начала отсчёта на расстоянии 2 ед.
Определите координаты полученных точек.

**951°.** На координатной прямой постройте точку, расположенную:
1) слева от начала отсчёта на расстоянии 4 ед.;
2) справа от начала отсчёта на расстоянии 6 ед.
Определите координаты полученных точек.

**952°.** Запишите координаты точек, удалённых от начала отсчёта на: 1) 2,5 ед.; 2) 7 ед.; 3) 8 ед. На координатной прямой постройте эти точки.

**953°.** Запишите координаты точек, удалённых от начала отсчёта на: 1) 5 ед.; 2) 10 ед. На координатной прямой постройте эти точки.

**954°.** Отметьте на координатной прямой три точки с положительными координатами, лежащие между точками:
1) $A(1)$ и $B(8)$; 2) $C(-5)$ и $D(10)$.

**955°.** Определите координаты точек (рис. 95).

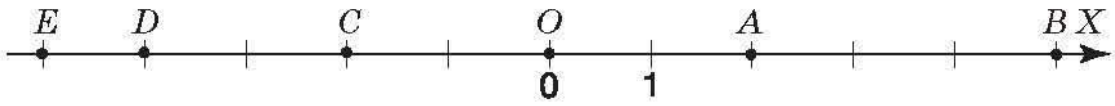



Рис. 95

**956°.** Определите координаты точек (рис. 96).

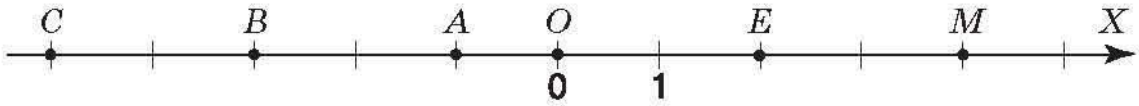



Рис. 96

**957°.** Каковы единичный отрезок и координаты точек (рис. 97)?

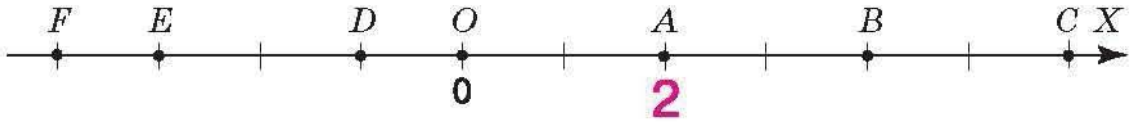



Рис. 97

**958°.** Каковы единичный отрезок и координаты точек (рис. 98)?

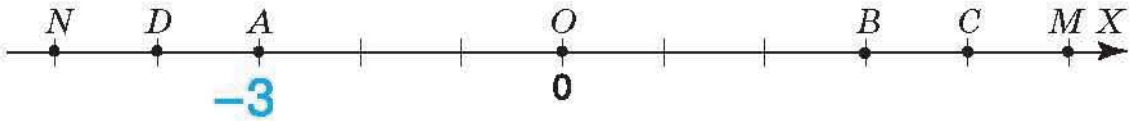



Рис. 98

**959°.** Отметьте на координатной прямой четыре точки с отрицательными координатами, лежащие между точками:
1) $C(-5)$ и $D(-10)$; 2) $M(-5)$ и $N(10)$.

**960°.** Отметьте на координатной прямой четыре точки с дробными отрицательными координатами, лежащие между точками:
1) $C(-5)$ и $D(12{,}9)$; 2) $M(-3{,}2)$ и $N(10)$.

**961°.** Какая из точек расположена на координатной прямой левее:
1) $A(-6)$ или $B(-4)$; 2) $C(-2)$ или $D(1)$; 3) $M(-3)$ или $N(-5)$?

**962°.** Какая из точек расположена на координатной прямой правее:
1) $A(6)$ или $N(10)$; 2) $B(-4)$ или $M(-8)$; 3) $C(-4)$ или $K(3)$?

**963.** Начертите координатную прямую. За единичный отрезок примите отрезок длиной 3 см. Отметьте точки $A(-0{,}5)$, $B(2)$, $C\left(-\frac{1}{6}\right)$, $D\left(\frac{5}{6}\right)$, $K\left(-1\frac{1}{3}\right)$, $E(1{,}5)$.

**964.** Начертите координатную прямую. За единичный отрезок примите отрезок длиной 5 см. Отметьте точки $M(-1)$, $N(0{,}5)$, $F\left(-1\frac{1}{5}\right)$, $K(0{,}2)$, $L\left(-\frac{3}{5}\right)$, $P(0{,}4)$.

**965.** Отметьте на координатной прямой точку с координатой:

1) 0,2; 2) $-\frac{3}{5}$; 3) $\frac{9}{10}$; 4) $-\frac{8}{5}$.

Сколько клеточек удобнее принять за единичный отрезок?

**966.** Отметьте на координатной прямой точку с координатой:

1) $\frac{1}{6}$; 2) $-\frac{2}{3}$; 3) $-1{,}5$.

Сколько клеточек удобнее принять за единичный отрезок?

**967.** Определите координаты точек (рис. 99).

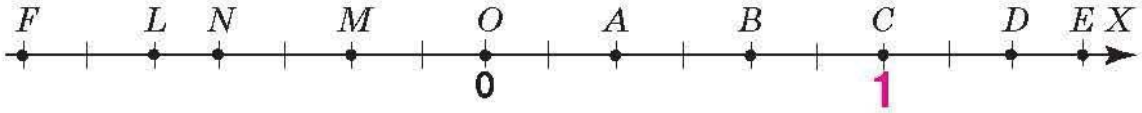



Рис. 99

**968.** Определите координаты точек (рис. 100).

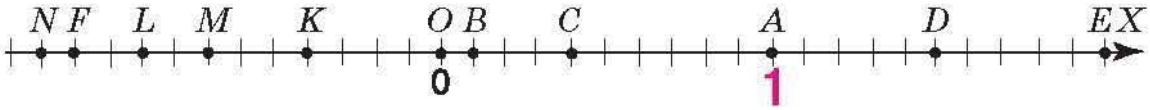



Рис. 100

**969.** Каковы единичный отрезок и координаты точек (рис. 101)?

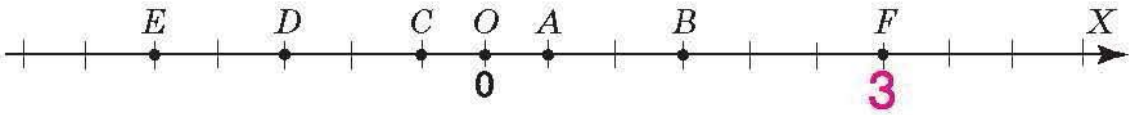



Рис. 101

**970.** Запишите координаты точек, удалённых на:

1) 2 ед. от точки $A(6)$;
2) 4 ед. от точки $B(-9)$;
3) 3 ед. от точки $C(-2{,}5)$.

**971.** Запишите координаты точек, находящихся на расстоянии:

1) 1,5 ед. от точки $M(-7)$; 2) 5 ед. от точки $N(1{,}2)$.

**972.** Найдите координату точки, удалённой на 5,5 ед. от точки $A(-3{,}5)$ и на 3 ед. от точки $B(-12)$.

**973.** На координатной прямой найдите такую точку, расстояния от которой до точек $A$ и $B$ равны, если:

1) $A(12)$, $B(18)$;
2) $A(1)$, $B(8)$;
3) $A(-2)$, $B(9)$;
4) $A(-10)$, $B(6)$;
5) $A(-7)$, $B(4)$.

**974.** На координатной прямой найдите такую точку, расстояния от которой до точек $A$ и $B$ равны, если:

1) $A(26)$, $B(32)$;
2) $A(-5)$, $B(5)$;
3) $A(-6)$, $B(-9)$.

**975*.** На координатной прямой отметьте точки на расстоянии 2 ед. от точки $A(-3)$, а затем — точки на расстоянии 6 ед. от построенных точек. Какие точки получили?

**976*.** На координатной прямой отметьте точки на расстоянии 1,3 ед. от точки $A(2{,}3)$, а затем — точку на расстоянии 2 ед. от построенных точек. Какие точки получили?

**977*.** На координатной прямой найдите такую точку, расстояния от которой до точек $A$ и $B$ равны, если известно, что точки $A$ и $B$ делят отрезок $MN$ на три равных отрезка, а координаты концов этого отрезка: $M(-3)$, $N(6{,}6)$.

**978*.** На координатной прямой отметили точку $A(5)$. От этой точки справа отложили 2 ед., от новой точки слева — 3 ед., а затем справа — 4 ед., слева — 5 ед. и так ещё шесть раз. Какую точку получили?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**979.** Вася начертил план улицы Школьной (рис. 102). По этому плану объясните, где расположена школа относительно:

1) дома № 5; 2) кинотеатра; 3) банка.

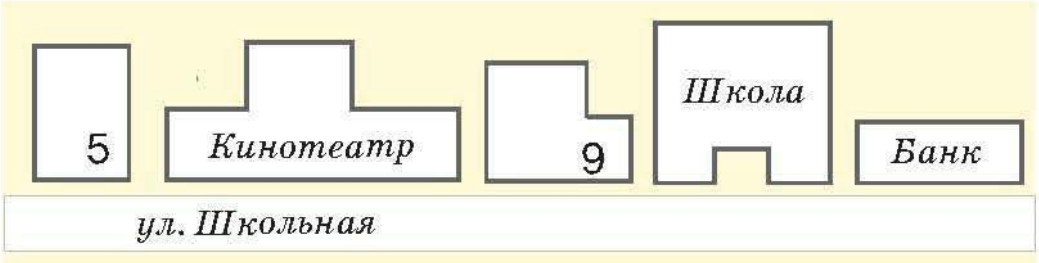



Рис. 102

**980.** На плане — улица Богдана Хмельницкого (рис. 103). По этому плану объясните, как относительно дома № 38 расположен дом: 1) № 40; 2) № 34.

Рис. 103

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**981.** Вычислите:

1) $(424 - 25 \cdot 12) - 156 : 4$; 2) $360 : 15 + 5 \cdot (500 - 34 \cdot 12)$.

**982.** В магазин привезли по 5 ящиков мандаринов, апельсинов и бананов. Один ящик вмещает либо 12,4 кг мандаринов, либо 14,6 кг бананов, либо 17,3 кг апельсинов. За день продали по 3,5 ящика мандаринов и апельсинов и 3 ящика бананов. Сколько килограммов фруктов привезли в магазин? продали? осталось?

# § 23. МОДУЛЬ ЧИСЛА

Отметим на координатной прямой точки $A$ (–6), $B$ (–2) и $C$ (2) (рис. 104). Какая точка расположена дальше всего от начала отсчёта $O$? Точка $A$, поскольку $OA = 6$ ед., а $OB = OC = 2$ ед.

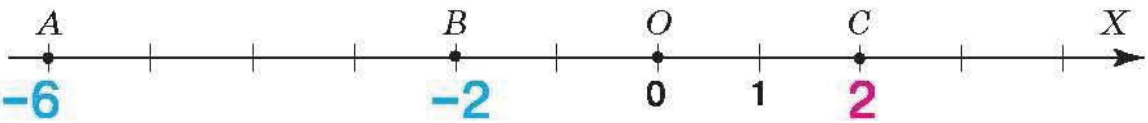



Рис. 104

Сравнивая расстояния от точек $A$, $B$ и $C$ до начала отсчёта, мы искали длины соответствующих отрезков $OA$, $OB$ и $OC$. Говорят: мы искали *модуль* каждого из чисел –6, –2 и 2. Итак, модуль числа –6 равен 6, а модуль числа –2 так же, как и модуль числа 2, равен 2.

Модуль числа обозначают двумя вертикальными чёрточками: $|\ |$. Запись $|a|$ читают: «Модуль числа $a$».

Для чисел –6, –2 и 2 можем записать:

$$|-6| = 6, \qquad |-2| = 2, \qquad |2| = 2.$$

**Обратите внимание:**

модуль числа показывает, на каком расстоянии от начала отсчёта находится данное число на координатной прямой.

В этом заключается геометрический смысл модуля числа. Значит, модуль числа не может быть отрицательным числом, а фраза «модуль числа равен –24» не имеет смысла.

Чему равен модуль числа 0? Нулю: $|0| = 0$.

Точки $B$ (–2) и $C$ (2) (см. рис. 104) расположены по-особому. Они находятся на одном и том же расстоянии от начала отсчёта $O$, но по разные стороны от него. Можно сказать и так: чтобы попасть в эти точки из начала отсчёта, нужно отправиться в противоположных направлениях и переместиться на одинаковое расстояние — 2 единицы. Такие числа, как –2 и 2, называют *противоположными числами*. Они имеют противоположные знаки, но равные модули:

$$|-2| = |2| = 2.$$

**Запомните!**

**Два числа, имеющие равные модули, но противоположные знаки, называются *противоположными числами*. Число 0 противоположно самому себе.**

Как записать число, противоположное данному числу? Для этого достаточно изменить знак данного числа на противоположный. Например, для числа 5 противоположным является число –5, а для числа –5 противоположным является число +5 = 5.

**Задача 1.** Чему равен модуль: 1) положительного числа; 2) отрицательного числа?

**Решение.** 1. Пусть $a$ — положительное число. На координатной прямой такое число расположено справа от начала отсчёта $O$ (рис. 105). Расстояние от него до начала отсчёта показывает само это число. Значит, модуль положительного числа $a$ равен самому числу $a$:

$|a| = a$, если $a$ — положительное число.

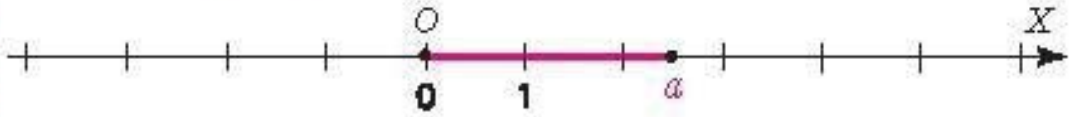



Рис. 105

2. Пусть $a$ — отрицательное число. На координатной прямой такое число расположено слева от начала отсчёта $O$ (рис. 106). Расстояние от него до начала отсчёта равно расстоянию до точки $O$ от противоположного ему числа: $-a$. Это означает, что $-a$ — положительное, если $a$ — отрицательное. Итак, модуль отрицательного числа $a$ равен противоположному числу, т.е. $-a$:

$|a| = -a$, если $a$ — отрицательное число.

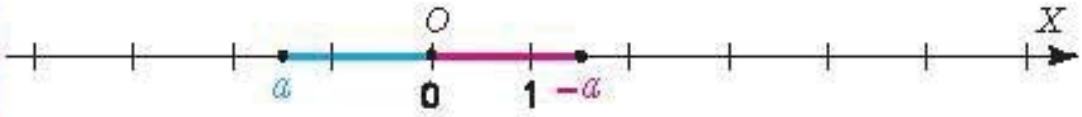



Рис. 106

**Запомните!**

**Свойства модуля числа**

1. **Модуль положительного числа равен самому числу.**
2. **Модуль отрицательного числа равен противоположному числу.**
3. **Модуль числа 0 равен нулю.**

Кратко записывают:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \text{ — положительное число,} \\ -a, \text{ если } a \text{ — отрицательное число,} \\ 0, \text{ если } a = 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** Найдите расстояние между точками: 1) $A$ (2) и $B$ (–7); 2) $A$ (2) и $C$ (7); 3) $D$ (–2) и $B$ (–7).

**Решение.** 1. На координатной прямой отметим точки $A$ (2) и $B$ (–7) (рис. 107). Имеем: $OA$ = 2 ед., $OB$ = 7 ед. Поскольку данные точки расположены по разные стороны от точки $O$, то $AB = OB + OA = 7 + 2 = 9$ (ед.). Значит, искомое расстояние равно сумме модулей координат этих точек.

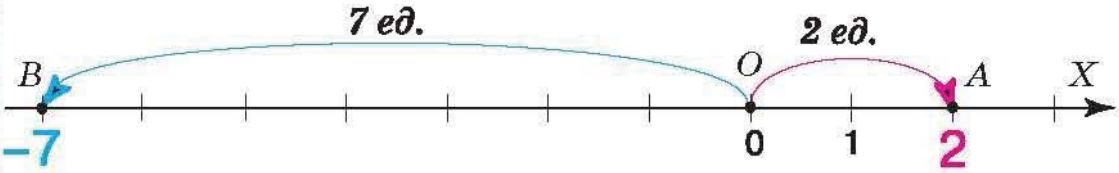



Рис. 107

2. На координатной прямой отметим точки $A$ (2) и $C$ (7) (рис. 108). Имеем: $OA$ = 2 ед., $OC$ = 7 ед. Поскольку данные точки расположены по одну сторону от точки $O$, то $AC = OC - OA = 7 - 2 = 5$ (ед.). Значит, искомое расстояние равно разности бóльшего и меньшего модулей координат этих точек.

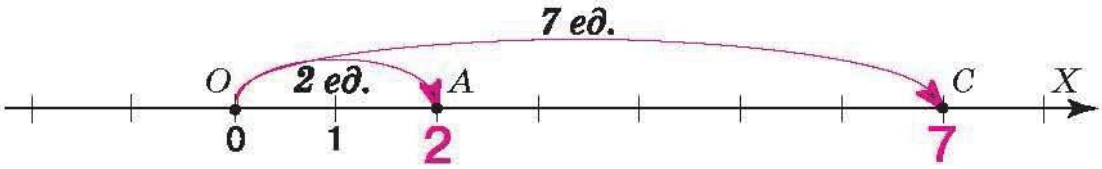



Рис. 108

3. На координатной прямой отметим точки $D$ (–2) и $B$ (–7) (рис. 109). Имеем: $OD$ = 2 ед., $OB$ = 7 ед. Поскольку данные точки расположены по одну сторону от точки $O$, то $DB = OB - OD = 7 - 2 = 5$ (ед.). Значит, искомое расстояние равно разности бóльшего и меньшего модулей координат этих точек.

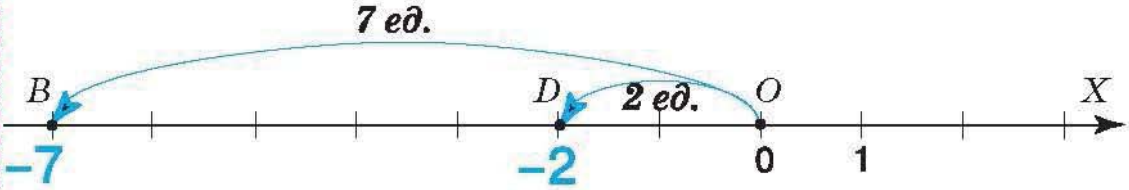



Рис. 109

**Обратите внимание:**

чтобы найти расстояние между двумя точками по их координатам, нужно:

— прибавить модули координат, если координаты имеют разные знаки;

— из большего модуля координаты вычесть меньший модуль координаты, если координаты имеют одинаковые знаки.

## Узнайте больше

Слово «модуль» — латинского происхождения: *modulus* — мера. До недавнего времени вместо «модуль числа» говорили *абсолютная величина*. Так раньше называли «числа без знаков», противопоставляя им так называемые «относительные числа» — числа со знаками. Сейчас термины «относительные числа» и «абсолютная величина числа» считают устаревшими и их не используют.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое модуль числа?
2. Какие значения может принимать модуль числа?
3. Чему равен модуль числа 0?
4. Какие числа называются противоположными?
5. Какова особенность расположения противоположных чисел на координатной прямой?
6. Что можно сказать о модулях противоположных чисел?
7. Чему равен модуль положительного числа?
8. Чему равен модуль отрицательного числа?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**983′.** На каком расстоянии от начала отсчёта расположена каждая точка (рис. 110)? Чему равен модуль её координаты?

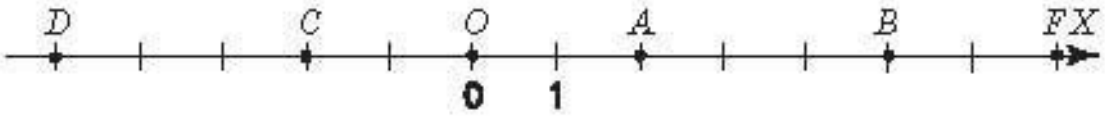



Рис. 110

**984′.** Может ли модуль числа быть равным:

1) 0; 2) –2; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 157,2; 5) –30; 6) $-\frac{4}{9}$; 7) $\frac{18}{3}$; 8) –101,1?

**985′.** Являются ли противоположными числа:

1) 6 и –6; 2) 15 и 0; 3) 28 и 82; 4) –56 и 56; 5) 119 и –191?

**986′.** Правильно ли, что противоположным числу –10 является число:

1) 0; 2) –10; 3) 10?

**987°.** На координатной прямой отметьте точку с координатой:

1) 3,5; 2) –7; 3) 3; 4) –6.

Найдите модуль координаты этой точки.

**988°.** На координатной прямой отметьте точку с координатой: 1) 0; 2) –5; 3) 8. Найдите модуль координаты этой точки.

**989°.** Модуль координаты точки равен: 1) 2; 2) 4; 3) 3. Какую координату может иметь точка?

**990°.** Модуль координаты точки равен: 1) 5; 2) 8. Какую координату может иметь точка?

**991°.** На координатной прямой отметьте две точки, у каждой из которых модуль координаты равен: 1) 5; 2) 4,5; 3) 2,5; 4) 1.

**992°.** На координатной прямой отметьте две точки, у каждой из которых модуль координаты равен: 1) 4; 2) 3,5; 3) 3; 4) 1,5.

**993°.** Каково расстояние от точки $A(a)$ до начала отсчёта на координатной прямой, если:

1) $|a| = 1$; 2) $|a| = 12$; 3) $|a| = \frac{4}{9}$; 4) $|a| = 3{,}8$?

**994°.** Являются ли противоположными числа:

1) 0,6 и $-\frac{3}{5}$; 2) –1,4 и $\frac{7}{5}$; 3) 1,5 и $\frac{3}{2}$; 4) –2,2 и $-\frac{11}{5}$?

**995°.** Являются ли противоположными числа:

1) $\frac{5}{2}$ и $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{2}{5}$ и $-\frac{5}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$ и $-\frac{2}{5}$?

**996°.** Среди чисел 32; $3\frac{1}{4}$; $-\frac{4}{5}$; –0,4; –32; $\frac{5}{4}$; $-3\frac{3}{4}$; 3,6; $\frac{4}{5}$; 0,4 выберите пары противоположных чисел.

**997°.** Какими данными нужно дополнить таблицу 6?

*Таблица 6*

| **Число** | 13 | –6 | | 5,7 | 0 | –8,7 | $-2\frac{13}{14}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Противоположное число** | | | –30 | | | | | 0,8 | –2,6 |

**998°.** Запишите число, если противоположное ему число равно:

1) 5,6; 2) $\frac{3}{8}$; 3) 0; 4) –5.

**999°.** Запишите число, противоположное числу:

1) 41; 2) –7,2; 3) $2\frac{1}{3}$; 4) –8,09.

**1000°.** Найдите $p$, если:

1) $-p = 9$; 2) $-p = -20$; 3) $-p = 0{,}4$; 4) $-p = 0$.

**1001°.** Найдите $-x$, если:

1) $x = 9{,}5$; 2) $x = -6$; 3) $x = -30$; 4) $x = 38$.

**1002°.** Решите уравнение:

1) $-x = 34$; 2) $-x = 5$; 3) $-x = -65$; 4) $-x = -8$.

**1003°.** Решите уравнение:

1) $-x = 28$; 2) $-x = 2$; 3) $-x = -86$; 4) $-x = -5$.

**1004°.** Какими данными нужно дополнить таблицу 7?

*Таблица 7*

| **Число** | 13 | –6 | 5,7 | 0 | –8,7 | $4\frac{8}{9}$ | $-2\frac{13}{14}$ | –0,8 | –2,6 | 700 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Модуль числа** | | | | | | | | | | |

**1005°.** Найдите модуль числа:

1) 7; 2) –8; 3) –42; 4) 0; 5) –1; 6) $\frac{6}{7}$; 7) 100; 8) –250; 9) $-\frac{8}{17}$; 10) 0,01; 11) 2,8; 12) $-1\frac{2}{3}$.

**1006°.** Вычислите:

1) $|-3| \cdot |-4|$; 2) $|28| : |7|$; 3) $|0| \cdot |-5|$; 4) $\left|-\frac{1}{2}\right| + |2|$; 5) $\left|-\frac{8}{9}\right| \cdot |-9|$; 6) $|144| : |-12|$.

**1007°.** Найдите сумму и произведение модулей чисел:

1) –0,6 и 3; 2) –24 и 12; 3) 44 и –12; 4) –15 и –5; 5) –22 и 5; 6) –6 и 16.

**1008°.** Найдите сумму и произведение модулей чисел:

1) 6 и –3; 2) 24 и –12; 3) –44 и 12; 4) –3 и –25.

**1009°.** Укажите числа, модуль которых равен:

1) 18; 2) 5,4; 3) 12,1; 4) 254; 5) $\frac{2}{3}$; 6) $7\frac{1}{7}$.

**1010°.** Укажите отрицательное число, модуль которого равен:

1) 24; 2) 0,4; 3) 14,25; 4) 311.

**1011°.** Решите уравнение:

1) $|x| = 15$; 2) $|x| = 100$; 3) $|x| = 4{,}5$; 4) $|x| = 7{,}2$; 5) $|x| = \frac{2}{3}$; 6) $|x| = 0$.

**1012°.** Решите уравнение:

1) $|x| = 1$; 2) $|x| = 125$; 3) $|x| = 7{,}8$; 4) $|x| = \frac{6}{7}$.

**1013°.** Вычислите значение выражения:

1) $5 + 8 \cdot |x|$, если: а) $x = 0{,}4$; б) $x = -0{,}4$;

2) $17 - 16 \cdot |x|$, если: а) $x = \frac{3}{4}$; б) $x = -\frac{3}{4}$.

**1014°.** Найдите число, противоположное значению суммы:

1) $|15| + |38|$; 3) $|43| + |-28|$;

2) $|-16| + |11|$; 4) $|-101| + |-6|$.

**1015°.** Найдите число, противоположное значению разности:

1) $|14| - |12|$; 3) $|61| - |-31|$;

2) $|-21| - |21|$; 4) $|-11| - |-11|$.

**1016°.** Какими данными нужно дополнить таблицу 8?

*Таблица 8*

| $a$ | 15 | 7,8 | 90 | 0 | –23,4 | $\frac{1}{9}$ | $-2\frac{3}{7}$ | –0,01 | –200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-a$ | | | | | | | | | |
| $\|a\|$ | | | | | | | | | |
| $\|-a\|$ | | | | | | | | | |
| $-\|a\|$ | | | | | | | | | |
| $-\|-a\|$ | | | | | | | | | |

Какую закономерность вы заметили?

**1017°.** Сравните модули чисел:

1) –41 и 41; 2) –2,5 и 2,5; 3) 0,2 и $-\frac{1}{5}$; 4) –1,5 и 1,5.

**1018°.** Пользуясь координатной прямой, обоснуйте, что: $|a| = |-a|$.

**1019°.** Найдите расстояние между точками:

1) $A(25)$ и $B(23)$; 2) $C(-2)$ и $D(8)$; 3) $M(-14)$ и $N(-4)$.

**1020.** Определите единичный отрезок координатной прямой на рисунке 111, если модуль координаты точки $A$ равен: 1) 3; 2) 2.

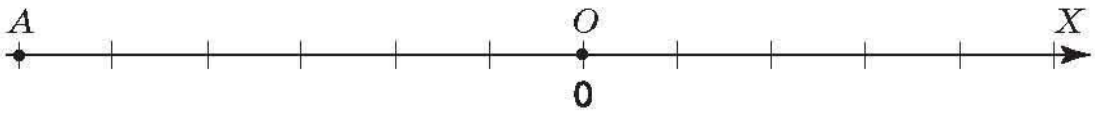



Рис. 111

**1021.** Определите единичный отрезок координатной прямой на рисунке 112, если модуль координаты точки $B$ равен: 1) 4; 2) 6.

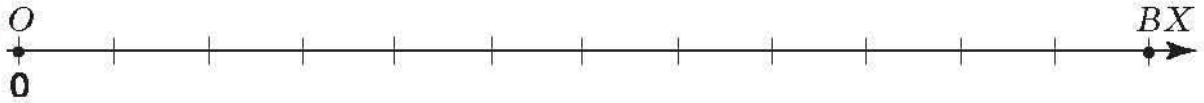



Рис. 112

**1022.** Пользуясь координатной прямой, объясните суть утверждения:

1) число, противоположное положительному числу, является отрицательным;

2) число, противоположное отрицательному числу, является положительным.

**1023.** Найдите число, противоположное числу, которое является противоположным числу: 1) 36; 2) 217; 3) – 96; 4) –127.

**1024.** Чему равно $|a| + a$, если $-a = -5{,}002$?

**1025.** Начертите в тетради и заполните таблицу 9.

*Таблица 9*

| $x$ | 13 | 0 | –8,7 | 23 | –0,5 | –8 | –2,6 | –7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 5 | 0 | 0 | –23 | 2 | 3 | –7,4 | –23 |
| $\|x\| + \|y\|$ | | | | | | | | |

Какую закономерность вы заметили?

**1026.** Вычислите:

1) $(|-11| - |-12| : 3) : \left|\left(21 : |-7| + \left|\frac{5}{2}\right| \cdot 1{,}6\right)\right|$;

2) $|-25| : |-5| + \left|-\frac{7}{3}\right| \cdot \left|\frac{3}{2}\right| + |-0{,}5|$.

**1027.** Верно ли, что:

1) противоположным числу $|-3|$ является число – 3;

2) противоположным числу 4 является число $-|-4|$?

**1028.** Существует ли такое число $a$, что:

1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$? Если да, то приведите пример.

**1029.** Решите уравнение:

1) $|x| - 70 = 30$; 3) $|x| - 32 = 79$; 5) $|-x| = -4$;

2) $|x| + 55 = 68$; 4) $|-x| = 54{,}9$; 6) $-|x| = -12$.

**1030.** Решите уравнение:

1) $|-x| = 4{,}2$; 2) $|-x| = -115$; 3) $|-x| = 0$; 4) $11 + |x| = 43$.

**1031.** Найдите:

1) 20 % от числа $|-100|$; 2) 75 % от числа $|-250| + |1250|$.

**1032.** Найдите расстояние между точками: 1) $A$ (4,5) и $B\left(9\frac{1}{2}\right)$;

2) $C$ (–2,7) и $D$ (0,2); 3) $M\left(-2\frac{1}{2}\right)$ и $N$ (–4,5).

***1033.*** Во сколько раз расстояние между точками $A$ (–62) и $M$ (–7) больше расстояния между точками $B$ (1,4) и $C\left(6\frac{2}{5}\right)$?

**1034*.** При каком значении $a$ число, равное значению выражения $2a - 8$, является противоположным себе?

**1035*.** Решите уравнение:

1) $||x|+2| = 0$; 3) $|4 - x| + 128 = 0$;
2) $||x|-5| = 0$; 4) $|-x| + 3 = 125$.

**1036*.** Решите уравнение:

1) $3 \cdot |x| + 4 = |x| + 8$; 2) $2 \cdot |x| - 6 = |-x|$; 3) $4 \cdot |x - 2| = |2 - x|$.

**1037*.** На координатной прямой (рис. 113) отмечены точки, соответствующие числам 1 и $a$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и отметьте точки, соответствующие числам $|a|$, $2|a|$.

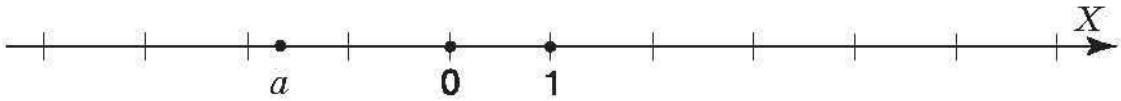



Рис. 113

**1038*.** Найдите расстояние между точками:

1) $A$ ($|a - 1| + 4$) и $B$ ($|-a + 1|$);

2) $A$ ($-|a|$) и $B$ ($|2a|$), если расстояние между точками $M$ ($a$) и $N$ ($-5a$) равно 6 и $a$ — положительное число.

**1039*.** Упростите выражение:

$|a| + |a + 2| - 2$, если $a$ — положительное число.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1040.** Из пункта $A$ в противоположных направлениях выехали два автомобиля. Первый выехал вправо от пункта $A$ и двигался со скоростью 60 км/ч. Второй за 2 ч проехал 100 км влево. Каким будет расстояние между автомобилями через 2 ч после начала движения?

**1041.** Из пункта $A$ в противоположных направлениях выехали два велосипедиста. Первый из них проехал 15 км влево от пункта $A$. Второй проехал 23 км вправо, но потом вернулся на 5 км назад. Какой велосипедист оказался на меньшем расстоянии от пункта $A$?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1042.** Назовите натуральные числа, меньшие 23 и большие 15.

**1043.** Назовите наибольшее натуральное число, которое меньше $\frac{67}{4}$.

**1044.** Выполните действия:

1) 217 м 7 дм 6 см + 95 м 34 см;
2) 734 кг 886 г – 115 кг 978 г;
3) 1 сут 23 ч 56 мин + 4 сут 1 ч 24 мин;
4) 4 сут 6 ч 15 мин 45 с – 2 сут 23 ч 54 мин 20 с.

# § 24. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

В 5 классе вы изучали натуральные числа. Это числа, используемые для счёта: 1; 2; 3; 4; ... . Все натуральные числа образуют *множество натуральных чисел*. Его обозначают буквой $N$. Множество $N$ содержит бесконечно много *элементов*, поскольку натуральных чисел бесконечно много.

Кратко это записывают так: $N = \{1; 2; 3; 4; ...\}$.

Кроме множества натуральных чисел, существуют и другие числовые множества.

Натуральные числа, противоположные им числа и число нуль образуют *множество целых чисел*. Его обозначают буквой $Z$. Множество целых чисел также содержит бесконечно много элементов.

Кратко это записывают так:

$$Z = \{... -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}.$$

Каким бы ни было натуральное число, оно является элементом множества целых чисел. Однако не каждое целое число является элементом множества натуральных чисел. Действительно, любое отрицательное число, противоположное натуральному числу, является элементом множества целых чисел. Но такое число не является натуральным. Соотношение между целыми и натуральными числами показано на рисунке 114.

Рис. 114

Рис. 115

? Можно ли считать, что положительные целые числа являются натуральными числами? Да.

Кроме целых чисел, вы знаете ещё и дробные числа. Некоторые из дробей обозначают целые числа, а некоторые — нет. Например, дробь $-\frac{4}{2}$ равна целому числу $-2$. Считают, что $-\frac{4}{2}$ и $-2$ — это разные записи одного числа. Можно также сказать, что $-\frac{4}{2}$ это число $-2$, записанное в виде дроби. А вот число $-\frac{2}{4}$ даже после сокращения дроби останется дробным.

**Обратите внимание:**

не все числа, записанные в виде дроби, являются дробными.

Целые числа и дробные числа образуют *множество рациональных чисел*. Его обозначают буквой $Q$. Множество рациональных чисел также имеет бесконечно много элементов. Соотношение между натуральными, целыми и рациональными числами показано на рисунке 115.

**Задача 1.** Среди чисел 5, $\frac{63}{21}$, –3, $-\frac{1}{5}$ укажите:

1) натуральные числа; 2) целые числа; 3) рациональные числа.

**Решение.**

1. Натуральными являются числа 5 и $\frac{63}{21}$, поскольку $\frac{63}{21} = 3$.

2. Целыми являются числа 5, –3 и $\frac{63}{21}$.

3. Рациональными являются числа 5, $\frac{63}{21}$, –3, $-\frac{1}{5}$.

**Обратите внимание:**

— каждое натуральное число является и целым числом, и рациональным числом;
— каждое целое число является рациональным числом;
— не каждое рациональное число является целым числом;
— не каждое рациональное число является натуральным числом.

**Задача 2.** На координатной прямой отметьте такую точку между точками $A$ (2) и $B$ (–4), у которой координата является: 1) отрицательным целым числом; 2) положительным рациональным числом.

**Решение.** Построим координатную прямую и отметим на ней точки $A$ и $B$ (рис. 116).

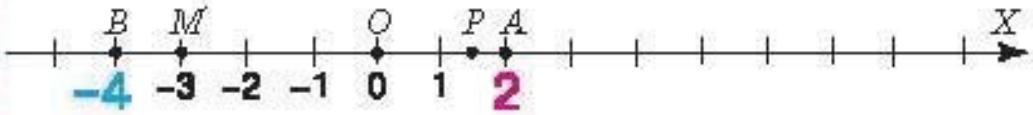



Рис. 116

1. Между точками $A$ (2) и $B$ (–4) всего пять точек имеют целые координаты: –3, –2, –1, 0, 1. Искомая точка, у которой координата — отрицательное целое число, лежит между точками $B$ и $O$. Это, например, точка $M$ (–3).

2. Вообще, между точками $A$ (2) и $B$ (–4) находится бесконечно много точек с рациональными координатами. Искомая точка, у которой координата — положительное рациональное число, лежит между точками $O$ и $A$. Это, например, точка $P$ (1,5).

**Обратите внимание:**

между двумя числами на координатной прямой лежит бесконечно много рациональных чисел.

### Узнайте больше

Понятие «множество» — одно из первичных понятий математики. Множество можно создавать не только из чисел, но и любых других объектов. Например, конфеты в коробке тоже образуют множество, и каждая конфета — его элемент. Для обозначения множеств обычно используют большие латинские буквы *A, B, C*... Множество, которое не содержит ни одного элемента, называется *пустым множеством*. Для его обозначения используют специальный знак: $\varnothing$.

### ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие числа относятся к натуральным?
2. Как обозначают множество натуральных чисел?
3. Какие числа относятся к целым?
4. Как обозначают множество целых чисел?
5. Какие числа составляют множество рациональных чисел?
6. Как обозначают множество рациональных чисел?
7. Какое целое число не является отрицательным и не относится к натуральным числам?
8. Как связаны между собой натуральные, целые и рациональные числа?

### РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1045′.** Назовите четыре: 1) натуральных числа; 3) рациональных числа; 2) целых числа; 4) дробных числа.

**1046′.** Верно ли утверждение:

1) –11 — целое число;
2) 5 — рациональное число;
3) –11 — натуральное число;
4) 5 — натуральное число;
5) –11 — рациональное число;
6) 5 — целое число;
7) –9,4 — целое число;
8) 0 — рациональное число;
9) –9,4 — рациональное число;
10) 0 — целое число;
11) –9,4 — натуральное число;
12) 0 — натуральное число?

**1047′.** Права ли Ира, утверждая, что:

1) $-\frac{1}{21}$ — рациональное число;
2) $-\frac{45}{2}$ — целое число;
3) $3\frac{5}{17}$ — рациональное число;
4) $\frac{6}{3}$ — натуральное число?

**1048°.** Какое из утверждений верно:

1) каждое натуральное число является целым числом;
2) каждое натуральное число является рациональным числом;
3) каждое целое число является рациональным числом?

**1049°.** Среди чисел 9; –8; 0; –4,6; 7,8; –475; 1143; $-2\frac{3}{5}$; –5,45; –96 выберите: 1) натуральные числа; 2) целые числа; 3) положительные числа; 4) целые отрицательные числа; 5) неположительные рациональные числа.

**1050°.** Среди чисел 1; $\frac{4}{3}$; $-4\frac{1}{2}$; –96,3; 0; –25; 283; 4,78; 11; $-\frac{11}{6}$; 56; –85; $7\frac{11}{12}$; 2577 выберите: 1) целые числа; 2) целые положительные числа; 3) целые отрицательные числа; 4) дробные числа; 5) рациональные числа; 6) дробные отрицательные числа.

**1051°.** Среди чисел 534; –2,02; 0; $-\frac{3}{4}$; 33,01 выберите:

1) натуральные числа; 2) целые числа; 3) рациональные числа.

**1052°.** Приведите пример числа, которое:

1) является целым, но не является натуральным;
2) является рациональным, но не является целым и не является положительным.

**1053°.** Сколько целых чисел и сколько натуральных чисел расположено на координатной прямой между числами:

1) –12 и 12; 2) –62 и 62?

**1054°.** Сколько натуральных чисел и сколько целых чисел можно отметить на координатной прямой между точками:

1) $A(12)$ и $B(28)$; 2) $C(-3{,}5)$ и $D(-12{,}9)$; 3) $M(-3{,}2)$ и $N(10)$? Назовите эти числа.

**1055°.** Сколько целых чисел можно отметить на координатной прямой между точками:

1) $A(2)$ и $B(2{,}5)$; 2) $C(-5)$ и $D(-12{,}9)$?

**1056°.** На координатной прямой отметьте все положительные целые числа, лежащие левее числа $7\frac{2}{5}$.

**1057°.** На координатной прямой отметьте все натуральные числа, лежащие левее числа 5, а также числа, противоположные им.

**1058°.** Запишите все целые числа, модуль которых меньше числа:
1) 3; 2) 4,5; 3) 1,25.

**1059.** Какие из чисел 6; –11; $\frac{12}{6}$; 0,8; –1004; $-1\frac{2}{9}$; $3\frac{1}{2}$; $\frac{9}{3}$; $-\frac{6}{2}$; $\frac{23}{8}$; $-\frac{15}{5}$ являются: 1) целыми; 2) дробными; 3) натуральными; 4) рациональными?

**1060.** Среди чисел, противоположных числам 15; –71; 0; – 1,1; 4,05; $\frac{1}{7}$, выберите:
1) натуральные числа;
2) целые числа;
3) целые неположительные числа;
4) рациональные числа.

***1061.*** Какие из чисел –3; 1230; $-\frac{35}{7}$; $\frac{7}{35}$; $\frac{35}{7}$; $-\frac{7}{35}$; –2,8 являются:
1) целыми, но не натуральными;
2) дробными, но не положительными;
3) рациональными, но не целыми?

**1062.** Модули каких целых чисел заключены между числами:
1) 12 и 15;
2) –2 и 2;
3) –10 и 1;
4) 19 и 22;
5) 58,6 и 59,1;
6) $\frac{131}{17}$ и $\frac{137}{17}$?

**1063.** Верно ли равенство:
1) $|a| = -a$, если $a$ — рациональное число;
2) $|a| = a$, если $a$ — натуральное число;
3) $|x| = -x$, если $x$ — целое число;
4) $|x| = -x$, если $x$ — натуральное число?

***1064.*** Верно ли равенство:
1) $|a| = a$, если $a$ — рациональное число;
2) $|x| = x$, если $x$ — целое число?

**1065.** Укажите такие целые значения $a$, при которых между числами $-a$ и $a$ заключено только одно целое число.

**1066*.** Существует ли такое значение $a$, при котором между числами $-2a$ и $a$ на координатной прямой: 1) лежит ровно сто целых чисел; 2) не лежит ни одного числа? Приведите пример.

**1067*.** Для каких натуральных чисел $x$ и $y$ верно равенство:

$$|x| + |y| = 6?$$

**1068*.** Для каких целых чисел $x$ и $y$ верно равенство:

$$|x| + |y| = 8?$$

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1069.** Может ли существовать класс, в котором половина учащихся изучает только испанский язык, четверть — только немецкий, седьмая часть — только французский язык, кроме того, есть ещё три ученика, изучающих только китайский язык?

**1070.** Может ли существовать класс, в котором треть учеников играет только в футбол, четверть — только в баскетбол, восьмая часть — только в теннис, кроме того, есть ещё пять учеников, которые не занимаются спортом?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1071.** Сравните значения числовых выражений:
1) 400 094 – 20 900 + 6 и 401 543 – 11 267 + 190;
2) 300 005 – 23 000 + 5 и 3 230 005 : 5 + 2.

**1072.** Сравните числа: 1) 1,713 и 1,709; 2) 0,25 и $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{7}$.

**1073.** Саша задумал три числа. Сумма этих чисел равна 61,5. Сумма первого и второго чисел равна 40,2, а сумма первого и третьего — 29,8. Какие числа задумал Саша?

# § 25. СРАВНЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Со сравнением рациональных чисел вы встречаетесь едва ли не ежедневно. Например, зимой, когда на улице мороз –15°, о температуре воздуха говорят, что она меньше нуля: –15° < 0°. В оттепель, когда воздух прогрелся до +5°, говорят, что температура стала больше нуля: +5° > 0°. Понятно, что температура –15° ниже (меньше), чем температура +5° (рис. 117): –15° < +5°. Вообще, любая отрицательная температура всегда меньше положительной.

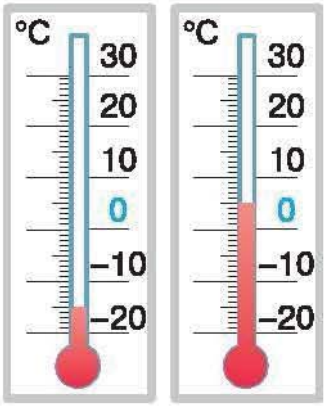


Рис. 117

Сравним числа 9, –4 и –2,5 с помощью координатной прямой. Для этого отметим на ней точки $A$, $B$ и $C$, соответствующие этим числам (рис. 118). Как видим, правее всех расположена точка $A$ (9). Значит, число 9 — наибольшее. Левее всех расположена точка $B(-4)$, поэтому число –4 — наименьшее. Можем записать данные числа в порядке возрастания: –4; –2,5; 9.

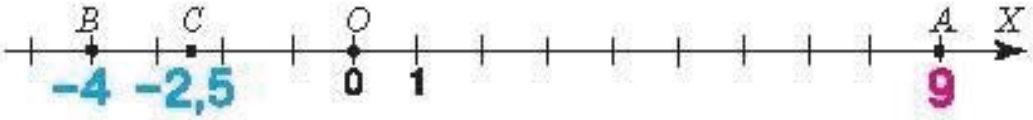



Рис. 118

**Запомните!**

1. **Сравнить два рациональных числа — значит установить, какое из них больше, а какое — меньше.**
2. **Из двух рациональных чисел бóльшим является то число, которому соответствует точка на координатной прямой, расположенная правее.**

Результат сравнения рациональных чисел записывают с помощью числовых неравенств. Например:

$$-4 < 9;\ 9 > -2{,}5;\ -4 < -2{,}5 < 9.$$

**Задача 1.** Какие целые числа больше –5 и меньше 6,8?

**Решение.** Отметим точки $A$ (–5) и $B$ (6,8) на координатной прямой (рис. 119). На ней искомые числа расположены между координатами точек $A$ и $B$. Это числа –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

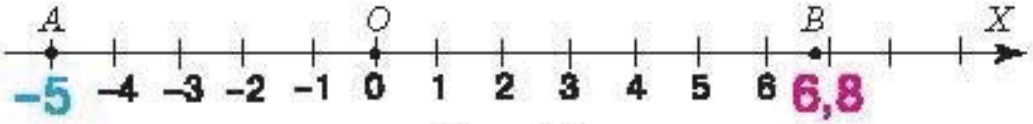



Рис. 119

Какую закономерность заметим, сравнивая с числом –5 отрицательные числа –4, –3, –2, –1? Числа от –5 до –1 увеличиваются, но их модуль уменьшается. Для положительных чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 закономерность иная — и числа увеличиваются, и их модули увеличиваются.

Но число 0 всегда больше любого отрицательного числа и меньше любого положительного числа.

Вообще, для сравнения чисел не обязательно строить координатную прямую.

**Запомните!**

**Правила сравнения рациональных чисел**

1. **Отрицательное число всегда меньше положительного числа.**
2. **Число 0 меньше положительного числа, но больше отрицательного числа.**
3. **Из двух положительных чисел больше то число, модуль которого больше.**
4. **Из двух отрицательных чисел больше то число, модуль которого меньше.**

Если число $a$ положительное, то записывают: $a > 0$.
Если число $a$ отрицательное, то записывают: $a < 0$.
Если число $a$ неположительное, то записывают: $a \leq 0$.
Если число $a$ неотрицательное, то записывают: $a \geq 0$.

? Верно ли, что любое рациональное число всегда больше противоположного ему числа? Нет. Например, для числа $-5$ противоположным является число 5, но $-5 < 5$.

**Обратите внимание:**

чтобы опровергнуть некоторое утверждение, достаточно одного примера.

**Узнайте больше**

Древнейшей математической деятельностью был счёт. Число 0 не использовали. Индейцы племени Майя первыми применяли специальный символ для обозначения нуля, но он имел не то толкование, к которому мы привыкли. Нуль у Майя означал начало.
Цифра нуль, которой мы сейчас пользуемся, пришла к нам из Индии. Нуль записывали кружочком. Индийские учёные осуществили революцию в математике, определив нуль не как отсутствие числа, а как число. Первая запись с использованием нуля датируется 876 годом.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что значит — сравнить два рациональных числа?
2. Как сравнить числа с помощью координатной прямой?
3. Как сравнить отрицательное и положительное числа?
4. Какие числа больше нуля? меньше нуля?
5. Какое из двух положительных чисел больше? меньше?
6. Какое из двух отрицательных чисел меньше? больше?
7. Как записать, что число является положительным? отрицательным? неположительным? неотрицательным?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1074′.** На координатной прямой отмечены числа 5 и –7 (рис. 120). Какое из них расположено правее? Какое из данных неравенств является верным: 1) $5 > -7$; 2) $5 < -7$?

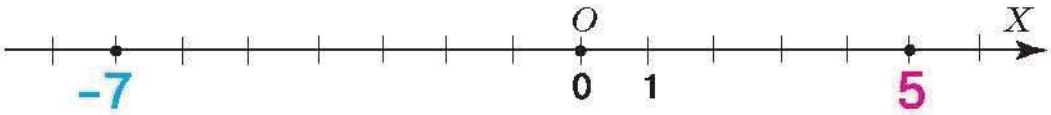



Рис. 120

**1075′.** На координатной прямой отмечены числа –3 и –6 (рис. 121). Какое из них расположено левее? Какое из данных неравенств является верным: 1) $-3 > -6$; 2) $-3 < -6$?

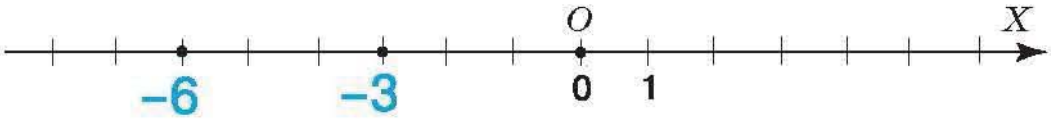



Рис. 121

**1076′.** Является ли верным утверждение:

1) отрицательное число всегда больше положительного;
2) положительное число всегда больше отрицательного;
3) число 0 больше положительного числа;
4) число 0 меньше отрицательного числа?

**1077°.** Какие из чисел 1; $\frac{12}{5}$; –89; $-\frac{2}{3}$; 0,54; –52,8; $-4\frac{2}{7}$; 245; –95; 0,128 расположены на координатной прямой справа от числа 0, а какие — слева?

**1078°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней три точки, координата каждой из которых — рациональное число, лежащее:

1) правее числа –2; 2) левее числа –2.

Запишите соответствующие неравенства.

**1079°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней три точки, координата каждой из которых — натуральное число, лежащее от числа 5,2: 1) справа; 2) слева. Запишите соответствующие неравенства.

**1080°.** Опираясь на координатную прямую, сравните числа:
1) –2 и 0; 2) 2,5 и 0; 3) –8 и 6; 4) 2 и –9; 5) 1 и 0; 6) –5 и 0,5.

**1081°.** Приведите пример целого числа, которое:
1) меньше числа –9; 2) меньше числа 23;
3) меньше числа –5 и больше числа –9.

**1082°.** Приведите пример натурального числа, которое: 1) больше числа 79; 2) меньше числа 58; 3) меньше числа 4 и больше числа –1.

**1083°.** Составьте неравенство для чисел:
1) 2 и –4; 2) –45 и 6; 3) –3,45 и 3,4; 4) 2,3 и –3,2; 5) $\frac{1}{2}$ и –0,2.

**1084°.** Составьте неравенство для чисел:
1) 77 и –99; 2) –0,004 и 0,00003; 3) $-\frac{5}{2}$ и $\frac{2}{5}$.

**1085°.** Сравните с нулём число:
1) 4,4; 2) – 3,1; 3) 438; 4) – 438; 5) 0,005; 6) $-\frac{2}{3}$.

Запишите соответствующее неравенство.

**1086°.** Сравните с нулём число: 1) 6,04; 2) – 0,0001; 3) $-1\frac{5}{7}$.

Запишите соответствующее неравенство.

**1087°.** Сравните числа:
1) –72 и –32; 4) –0,25 и $-\frac{1}{4}$; 7) –6,4 и $-\frac{32}{5}$;
2) –4,2 и –4,201; 5) –0,25 и $-\frac{1}{3}$; 8) –0,6 и $-\frac{2}{5}$;
3) –1,2 и $-\frac{6}{5}$; 6) –5,6 и $-\frac{32}{6}$; 9) $-\frac{7}{3}$ и $-\frac{3}{7}$.

**1088°.** Сравните числа:
1) –34,2 и –9,99; 2) –3,5 и $-\frac{7}{2}$; 3) $-\frac{1}{5}$ и $-\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{9}{2}$ и $-\frac{2}{9}$.

**1089°.** Сравните числа:
1) 5,6 и 5,01; 2) –5,6 и 5,01; 3) 5,6 и –5,01; 4) –5,6 и –5,01.

**1090°.** Расположите числа –10; 9; 45; – 6,7; –31,4; 0,08; 0; –12,5 в порядке:
1) возрастания их модулей; 2) их возрастания.

**1091°.** Расположите числа $-72$; $13$; $0{,}79$; $-\frac{1}{10}$; $-14$; $0$; $-1{,}07$ в порядке: 1) убывания их модулей; 2) их убывания.

**1092.** Запишите все натуральные значения $x$, при которых:
1) $2 \geq x$; 2) $2 > x$; 3) $-5 < x \leq 10$; 4) $x > 6$ и $x \leq 7$.

**1093.** Найдите все целые значения $x$, при которых:
1) $-0{,}5 \leq x \leq 0{,}6$; 2) $-56 < x \leq -41$; 3) $x > -1\frac{1}{3}$ и $x \leq \frac{3}{2}$.

**1094.** Запишите все натуральные числа, модуль которых не больше числа: 1) 8; 2) 4,3; 3) $2\frac{3}{5}$.

**1095.** Запишите все целые числа, модуль которых не больше числа:
1) 4,9; 2) 10.

**1096.** Приведите пример рационального числа, которое:
1) меньше 0,1 и больше 0,01;
2) меньше $-\frac{102}{7}$ и больше $-14\frac{5}{7}$.

**1097.** Найдите все целые числа, которые:
1) больше $-28{,}9$ и меньше $-21$;
2) меньше $1\frac{1}{5}$ и больше $-0{,}6$.

**1098.** Найдите все целые значения $x$, для которых:
1) $-12 \leq x \leq 4$ и $-4{,}5 \leq x \leq 8$; 2) $-5 < x \leq 10$ и $-6 < x < 0$.

**1099.** Отметьте на координатной прямой все целые значения $x$, при которых верным является неравенство:
1) $|x| < 7$; 2) $|x| \leq 7$; 3) $|x| < 7{,}2$.

**1100.** Найдите все натуральные значения $x$, при которых верным является неравенство $|x| < 10$.

**1101.** Отметьте на координатной прямой все целые значения $x$, при которых верным является неравенство:
1) $1\frac{1}{5} \leq x < 5{,}8$; 2) $1\frac{1}{5} \leq |x| < 5{,}8$.

**1102.** Расположите в порядке убывания числа:
$-2{,}6$; $-|0{,}72|$; $-62$; $|-4{,}2|$; $4{,}3$; $\frac{6}{5}$; $-0{,}2$; $\left|-2\frac{1}{5}\right|$; $-1{,}25$; $-\left|\frac{1}{3}\right|$; $|4{,}29|$.

**1103.** Расположите в порядке возрастания числа:
$0{,}75$; $-|-0{,}2|$; $-4{,}3$; $|-4{,}2|$; $4{,}3$; $\frac{1}{5}$; $-0{,}21$; $\left|-\frac{1}{4}\right|$; $-1{,}25$; $-|1{,}1|$; $|0|$.

**1104.** Расположите в порядке возрастания корни уравнений:

1) $-x = 4{,}2$; 3) $-x = -35$; 5) $-x = -\frac{1}{9}$;

2) $-x = -18{,}4$; 4) $-x = -10$; 6) $-x = 4\frac{2}{9}$.

***1105.*** Расположите в порядке убывания корни уравнений:

1) $-x = 2{,}7$; 3) $-x = -3{,}01$;
2) $-x = -2{,}4$; 4) $-x = 0$.

**1106.** Верно ли, что любое рациональное число всегда больше числа, обратного ему?

**1107*.** Найдите наименьшее целое значение $x$, для которого верным является неравенство:

1) $-1{,}3 \le |x| < 73{,}8$; 2) $0{,}5 < |x| \le 22{,}2$.

**1108*.** Что больше:

1) число или модуль данного числа;
2) число или противоположное ему число?

**1109*.** Отметьте на координатной прямой шесть чисел, для которых верным является неравенство:

1) $|x + 2| > 4$; 2) $|x + 5| > 10$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1110.** Запишите показатели уличного термометра за неделю. Расположите полученные данные в порядке возрастания.

**1111.** У Лены было 15 грн 85 к. Придя в магазин, она растерялась: «Что купить?» Помогите девочке посчитать, хватит ли у неё денег на:

1) 4 пачки мороженого по цене 3,85 грн;
2) 300 г конфет по цене 54 грн 70 к. за килограмм.

Какая из покупок будет стоить больше?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1112.** Какая из сумм меньше:
48 577 + 5877 + 3 или 9653 + 4988 + 5207?

**1113.** Вычислите: 1) $\left(\frac{16}{21}+\frac{2}{3}\right):1\frac{3}{7}$; 2) $\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{16}\right)\cdot\frac{24}{30}$.

**1114.** Вычислите: 1) 6,8 + 7,4 + 0,78 + 13 + 0,62;
2) 3,4 + 0,876 + 4,6 + 0,824 + 36.

# § 26. СЛОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Каждое рациональное число характеризует его модуль и знак. Поэтому для сложения двух рациональных чисел важно выяснить, каким будет модуль и знак суммы в зависимости от модулей и знаков слагаемых. Для положительных чисел эта связь очевидна, поскольку **сумма двух положительных чисел является числом положительным.**

? Как к отрицательному числу прибавить положительное число? Поразмышляем, опираясь на координатную прямую.

Пусть нужно сложить числа –4 и 5. На координатной прямой отметим точку, соответствующую числу –4, и отложим от неё вправо 5 единиц (рис. 122). Видим, что в результате получили точку с координатой 1. Значит:

$$-4 + 5 = 1.$$

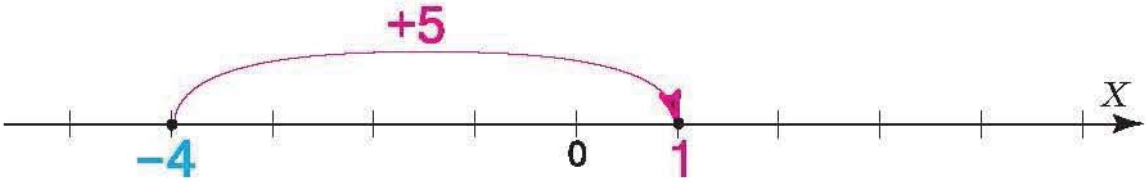



Рис. 122

Пусть нужно сложить числа –5 и 4. На координатной прямой отметим точку, соответствующую числу –5, и отложим от неё вправо 4 единицы (рис. 123). Видим, что в результате получили точку с координатой –1. Значит:

$$-5 + 4 = -1.$$

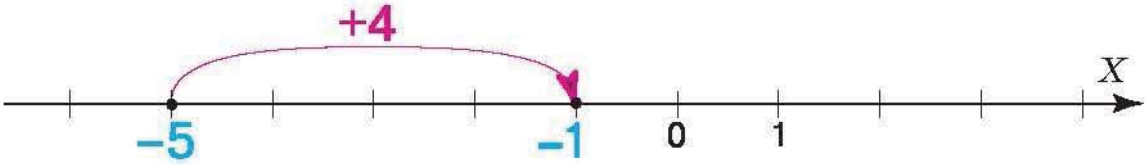



Рис. 123

Получается, что при сложении чисел –4 и 5 и чисел –5 и 4 модули слагаемых мы не прибавляли, а вычитали, причём из большего модуля вычитали меньший. А знак суммы получили такой же, как у слагаемого с большим модулем.

? Изменится ли сумма чисел с разными знаками, если их складывать в другом порядке — к положительному числу прибавлять отрицательное? Нет, сумма не изменится. Используя координатную прямую, попробуем поразмышлять по-другому.

Пусть к числу 4 нужно прибавить число –5. На координатной прямой отметим число 4. Число –5 противоположно числу 5, поэтому и откладывать его на координатной прямой нужно не вправо, а в противоположном направлении, то есть влево. Отложим от числа 4 влево 5 единиц. Получили число –1 (рис. 124). Значит:

$$4 + (-5) = -1.$$

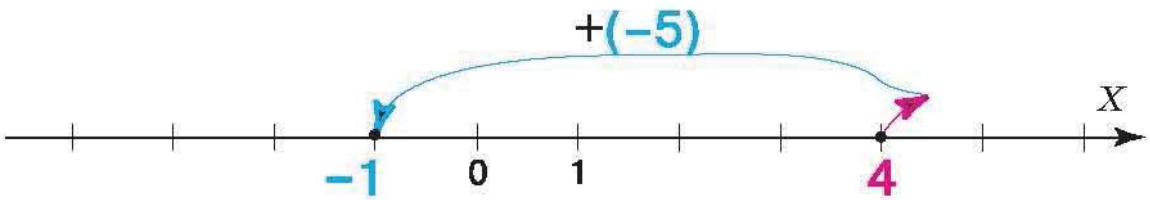



Рис. 124

Сравним этот результат и результат, полученный в предыдущем примере. Видим, что:

$$-5 + 4 = 4 + (-5) = -1.$$

**Запомните!**

**Правило сложения чисел с разными знаками**

**Чтобы найти сумму двух чисел с разными знаками, нужно:**

1) **найти модули слагаемых;**
2) **из большего модуля вычесть меньший модуль;**
3) **перед полученным числом поставить знак того из слагаемых, модуль которого больше.**

? Как сложить два отрицательных числа? Будем рассуждать аналогично последнему примеру.

Пусть к числу –4 нужно прибавить число –5. На координатной прямой отметим число –4. Отложим от него в направлении, противоположном направлению стрелки, то есть влево, 5 единиц. Получили число –9 (рис. 125). Значит:

$$-4 + (-5) = -9.$$

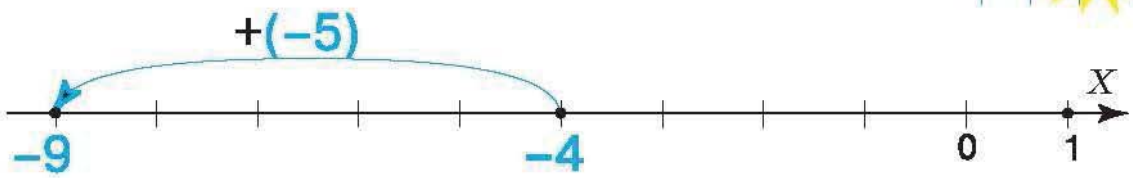



Рис. 125

**Запомните!**

**Правило сложения чисел с одинаковыми знаками**

**Чтобы найти сумму двух чисел с одинаковыми знаками, нужно:**

**1) найти модули слагаемых;**
**2) сложить модули слагаемых;**
**3) перед полученным числом поставить знак слагаемых.**

? В чём особенность сложения противоположных чисел? Поразмышляем. Посмотрите на рисунки 126 и 127. Вы видите, как складывали противоположные числа – 3 и 3. Когда к числу –3 прибавили число 3 (рис. 126) или к числу 3 прибавили число –3 (рис. 127), то получили число 0. Противоположные числа имеют равные модули, но разные знаки. Поэтому, по правилу сложения чисел с разными знаками, модуль суммы противоположных чисел –3 и 3 — это разность модулей этих чисел, а она равна 0. Можем записать:

$$-3 + 3 = |-3| - |3| = 3 - 3 = 0$$

или

$$3 + (-3) = |3| - |-3| = 3 - 3 = 0.$$

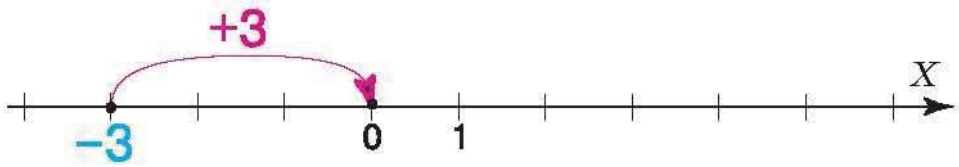



Рис. 126

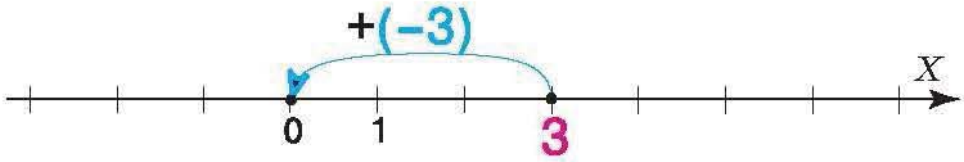



Рис. 127

**Обратите внимание:**

сумма двух противоположных чисел равна 0:

$$-a + a = 0 \text{ или } a + (-a) = 0.$$

**Задача 1.** Вычислите: 1) $-2{,}5 + 5{,}7$; 2) $-2{,}5 + (-5{,}7)$.

**Решение.**

1) $-2{,}5 + 5{,}7 = +(5{,}7 - 2{,}5) = 3{,}2$.

2) $-2{,}5 + (-5{,}7) = -(2{,}5 + 5{,}7) = -8{,}2$.

**Обратите внимание:**

изменение числа зависит от того, какое число к нему прибавляют:

— если прибавляют положительное число, то данное число увеличивается;

— если прибавляют отрицательное число, то данное число уменьшается.

? Справедливы ли переместительный и сочетательный законы сложения для рациональных чисел? Да. Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$:

$a + b = b + a$ — *переместительный закон сложения;*

$(a + b) + c = a + (b + c)$ — *сочетательный закон сложения.*

**Задача 2.** Найдите сумму $-2{,}8 + 3{,}2 + (-1{,}2) + 5{,}8$.

**Решение.** Задачу можно решить двумя способами.

**Способ 1.** Сгруппируем слагаемые с одинаковыми знаками и вычислим сумму:

$$-2{,}8 + 3{,}2 + (-1{,}2) + 5{,}8 =$$
$$= (-2{,}8 + (-1{,}2)) + (3{,}2 + 5{,}8) =$$
$$= -4 + 9 = 5.$$

**Способ 2.** Сгруппируем слагаемые с разными знаками и вычислим сумму:

$$-2{,}8 + 3{,}2 + (-1{,}2) + 5{,}8 =$$
$$= (-2{,}8 + 5{,}8) + (3{,}2 + (-1{,}2)) =$$
$$= 3 + 2 = 5.$$

Если одно из слагаемых равно 0, то сумма равна другому слагаемому:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

### Узнайте больше

Индийский математик Брахмагупта (VII в.) использовал следующие правила для сложения положительных и отрицательных чисел.

| Рассуждение | Современное правило сложения |
|---|---|
| Сумма имущества и имущества является имуществом | Сумма двух положительных чисел является числом положительным |
| Сумма долга и долга является долгом | Сумма двух отрицательных чисел является числом отрицательным |
| Сумма имущества и долга равна их разности | Сумма двух чисел с разными знаками равна разности их модулей и имеет знак большего по модулю слагаемого |
| Сумма имущества и такого же долга равна нулю | Сумма двух противоположных чисел равна нулю |

### ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Как сложить два числа с одинаковыми знаками?
2. Как сложить два числа с разными знаками?
3. Какой знак имеет сумма двух отрицательных чисел? двух положительных чисел?
4. Запишите переместительный закон сложения. Приведите пример.
5. Запишите сочетательный закон сложения. Приведите пример.
6. Чему равна сумма противоположных чисел?
7. Чему равна сумма, если одно из слагаемых равно нулю?

### РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1115'.** Нужно сложить числа –18 и 3.

1) Чему равен модуль числа –18: а) 18; б) –18?
2) Чему равен модуль числа 3: а) 3; б) –3?
3) Модули чисел нужно: а) сложить; б) вычесть?
4) Модуль какого числа больше: а) –18; б) 3?
5) Каким будет модуль суммы: а) 21; б) –21; в) 15; г) –15?
6) Каким будет знак суммы: а) «+»; б) «–»?
7) Назовите число, являющееся суммой данных чисел.

**1116′.** К числу 3 прибавили число – 6. Верно ли это показано на координатной прямой: 1) рис. 128; 2) рис. 129?

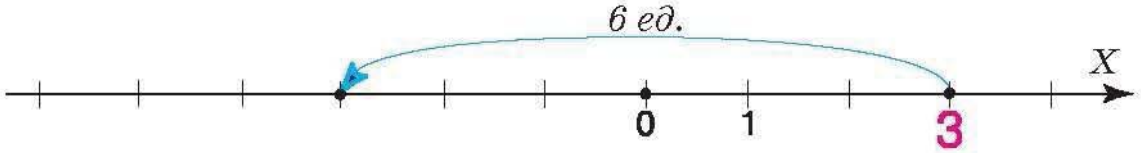



Рис. 128

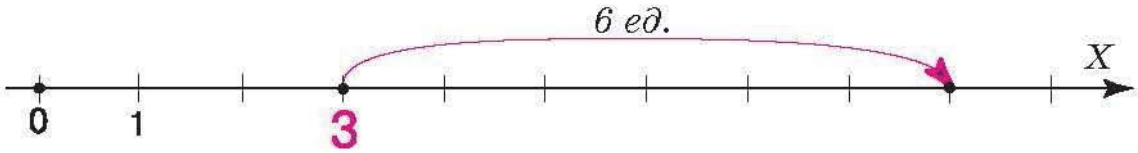



Рис. 129

**1117′.** Нужно сложить два числа –5 и –25.

1) Чему равен модуль числа –5: а) 5; б) –5?
2) Чему равен модуль числа –25: а) 25; б) –25?
3) Модули чисел нужно: а) сложить; б) вычесть?
4) Нужно ли определять, модуль какого числа больше?
5) Каким будет модуль суммы: а) 30; б) –20; в) 20; г) –30?
6) Каким будет знак суммы: а) «+» ; б) «–»?
7) Назовите число, являющееся суммой данных чисел.

**1118′.** Дима рассуждает так: поскольку $|-10| = 10$, $|-12| = 12$, то сумма $-10 + (-12)$ является положительной. Прав ли Дима?

**1119′.** Нужно сложить два числа 21 и –21.

1) Какими являются эти числа: а) равными; б) противоположными?
2) Сумма данных чисел равна: а) 42; б) –42; в) 0?

**1120′.** Верно ли утверждение:

1) число 56 увеличится, если к нему прибавить –45;
2) число 71 увеличится, если к нему прибавить 45;
3) число 4,1 уменьшится, если к нему прибавить –0,1;
4) число 23 уменьшится, если к нему прибавить –4,1?

**1121′.** Верно ли, что: 1) $-57 + 0 = 57$; 2) $0 + (-34) = -34$?

**1122°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней число –10. Покажите на координатной прямой, как увеличить данное число: 1) на 4; 2) на 6; 3) на 10. Какое число получили?

**1123°.** По данным таблицы 10 найдите сумму.

*Таблица 10*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Первое слагаемое | 10 | –20 | 11 | –9 | –20 |
| Второе слагаемое | –70 | 13 | –42 | 6 | 33 |
| Сумма | | | | | |

**1124°.** Найдите сумму:

1) –10 + 6;
2) –99 + 1;
3) –23 + 7;
4) –84 + 4;
5) –3 + 7,6;
6) 5,4 + (–8,9);
7) –0,5 + 7,09;
8) –6,02 + 4,08;
9) 6,89 + (–7,01);
10) 13,2 + (–64);
11) –2,6 + 9,35;
12) –5,18 + 8,4.

***1125°.*** Найдите сумму:

1) 10 + (–6);
2) 99 + (–1);
3) 23 + (–7);
4) –2,08 + 0,92;
5) 84,09 + (–4);
6) 5,6 + (–8,7).

**1126°.** По данным таблицы 11 найдите сумму.

*Таблица 11*

| Первое слагаемое | –10 | –20 | –11 | –9 | –20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Второе слагаемое | –70 | –13 | –42 | –6 | –33 |
| Сумма | | | | | |

**1127°.** Найдите сумму:

1) –44 + (–6);
2) –207 + (–97);
3) –12 + (–11);
4) –78 + (–13);
5) –5 + (–8,15);
6) –6,89 + (–68,9);
7) –0,02 + (–0,2);
8) –7,7 + (–8,7);
9) –0,89 + (–0,01).

***1128°.*** Найдите сумму:

1) –634 + (–43);
2) –100 + (–567);
3) –9 + (–4,231);
4) –2,39 + (–2,01);
5) –7,9 + (– 0,1);
6) –53,07 + (–46,93).

**1129°.** Вычислите:

1) –1 + (–5);
2) –1 + 5;
3) 1 + (–5);
4) 1 + 5;
5) 8,05 + 2,95;
6) –8,05 + (–2,95);
7) –8,05 + 2,95;
8) 8,05 + (–2,95).

***1130°.*** Вычислите:

1) 45 + 5,2;
2) –45 + (–5,2);
3) –45 + 5,2;
4) 45 + (–5,2).

**1131°.** Найдите значение суммы $a + c$, если:

1) $a = 10$, $c = -28$;
2) $a = -0{,}25$, $c = -0{,}75$.

Чему равна сумма $c + a$?

**1132°.** Найдите значение суммы $a + (b + c)$, если:

1) $a = -22$, $b = 2$, $c = -6$;
2) $a = 6$, $b = -6$, $c = -4$.

Чему равна сумма $(a + b) + c$?

***1133°.*** Используя переместительный и сочетательный законы, выполните сложение удобным способом:

1) –2 + (–3) + (–8) + (–7);
2) 13 + 26 + (–3) + (–16);
3) –119 + 19,7 + (–91);
4) 78,2 + (–105) + 11,8.

**1134°.** Выполните сложение удобным способом:

1) –13,6 + (–15,333) + (–6,4) + (–4,667);
2) –71,4 + 31,8 + 25,2 + (–38,6);
3) 25,3 + (– 45,13) + (–20,3) + (–60,87).

Какими законами сложения вы воспользовались?

***1135°.*** Вычислите:

1) 27,56 + 36 + (–28,56) + (–12);
2) –39,126 + 12,1 + 18 + 21,026;
3) 46 + (–13,03) + 111 + (–32,97);
4) –103,77 + 24,609 + (–6,33) + 85,391.

**1136°.** Найдите сумму:

1) –11 + 11;
2) –1452 + 1452;
3) $-1{,}5 + \frac{3}{2}$;
4) –2,75 + 46 + (–46) + 2,75.

***1137°.*** Найдите сумму: 1) 6,72 + (–6,72); 2) $\frac{1}{4}$ + (–0,25).

**1138°.** Вычислите: 1) –3,8 + 0 + 9; 2) $0 + \left(-\frac{1}{3}\right) + 3$.

***1139°.*** Вычислите:

1) –5,6 + 0 + 9; 2) –13,75 + 0 + 28,25; 3) –27,07 + 0 + 46,4.

**1140°.** Определите знак суммы чисел:

1) 25 и –97;
2) –49 и 22;
3) $23\frac{1}{4}$ и $-\frac{1}{3}$;
4) –58 и 101;
5) 3,5 и (–3,6);
6) $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$.

***1141°.*** Определите знак суммы чисел:

1) 23 437 и 0,97;
2) –89 и –87;
3) $-\frac{1}{4}$ и $-\frac{1}{3}$.

**1142°.** Сравните значения числовых выражений:

1) –153 000 + (–345) и 22 + 15 000;
2) –12 056 + 6078 и 6078 + (–1256);
3) –1,86 + (–0,385) и 0,5642 + 0,4231.

**1143°.** Решите уравнение:

1) $x - 3{,}9 = -8$;
2) $5x - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$;
3) $x - 0{,}89 = 6{,}9$.

***1144°.*** Решите уравнение:

1) $x - 5{,}6 = -2$;
2) $x - 1{,}51 = 0{,}89$;
3) $x - \frac{1}{5} = 0{,}2$.

**1145°.** Найдите сумму:

1) $a + (-a) + a$; 2) $b + (-b) + b + (-b) + (-b)$.

**1146°.** Увеличится ли число 6,7, если к нему прибавить число:

1) –67; 2) –6,7; 3) 0,01; 4) $\frac{1}{2}$?

***1147°.*** Уменьшится ли число –51, если к нему прибавить число:

1) –51; 2) 51; 3) –100; 4) 0,2?

**1148°.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

1) к сумме чисел 5,6 и $\frac{2}{5}$ прибавьте число –6,89;

2) к сумме чисел 1,2 и $6\frac{1}{5}$ прибавьте сумму чисел –6,4 и $-1\frac{8}{9}$.

***1149°.*** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

1) к сумме чисел 1 и $\frac{2}{3}$ прибавьте число $\frac{1}{3}$;

2) к сумме чисел 7,4 и $-2\frac{1}{5}$ прибавьте сумму чисел 3,2 и $-\frac{1}{2}$.

**1150°.** В 6 классе в течение года количество учеников изменялось: за осень на +4, за зиму — на –5, за весну — на +6. Как изменилось количество учеников за весь период?

***1151°.*** Считают, что город Рим основан в 753 г. до н.э. Каков нынешний «возраст» Рима?

**1152°.** Сколько прошло лет от середины 3-го года до н.э. до середины 3-го года н.э.? Покажите на координатной прямой.

**1153.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней точки $A(5)$ и $B(-6)$. Постройте точку $C$, координата которой равна сумме координат данных точек.

**1154.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней точку $A(5,2)$. Постройте точку, координата которой на 4,5 больше координаты точки $A$.

***1155.*** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней точки $A(-1,5)$ и $B(-6)$. Постройте точку $C$, координата которой равна сумме координат данных точек.

**1156.** Вычислите:

1) $-1\frac{1}{2} + (-2,5) + (-3,7)$; 2) $\frac{5}{11} + \left(-\frac{21}{33}\right) + \left(-\frac{10}{11}\right)$;

3) $-\frac{4}{5}+\frac{12}{17}+(-0,2)$;

4) $-\frac{5}{9}+\frac{1}{3}+2$;

5) $-0,109+86\frac{4}{9}+\left(-80\frac{891}{1000}\right)$;

6) $-\frac{10}{145}+\frac{63}{261}+\left(-\frac{4}{29}\right)$;

7) $15\frac{13}{15}+(-21,34)+14\frac{2}{15}+\left(-6\frac{33}{50}\right)$;

8) $10\frac{15}{19}+\left(-43\frac{8}{13}\right)+12\frac{4}{19}+\left(-56\frac{5}{13}\right)$.

**1157.** Вычислите:

1) $3\frac{1}{2}+\frac{13}{39}+(-3,5)$;

2) $\frac{1}{4}+\left(-\frac{3}{5}\right)+(-0,35)$;

3) $3,71+(-13,6)+\left(-\frac{71}{100}\right)$;

4) $-8+5\frac{3}{25}+\left(-\frac{3}{4}\right)$.

**1158.** Вычислите:

1) $|-2,5|+(-3,7)+(-|-7,5|)$;

2) $-7\frac{3}{5}+|-5,1|+|-|-2,9||$;

3) $-0,35+\left|-1\frac{7}{50}\right|+\left|-\left|-2\frac{71}{100}\right|\right|$;

4) $-2,5+(-3,7)+|-7,5|$;

5) $-7\frac{3}{5}+(-5,1)+|-2,9|$.

**1159.** Решите уравнение: 1) $|x-2|=12$; 2) $|x-5|=18$.

**1160.** Какие числа нужно вписать в пустые клеточки квадрата (рис. 130), чтобы суммы чисел каждой вертикали, горизонтали и диагонали были равны между собой?

| | | |
|---|---|---|
| | – 2 | |
| | 0 | |
| – 7 | 2 | |

Рис. 130

**1161.** Найдите сумму наибольшего целого четырёхзначного числа и наименьшего целого двузначного числа.

**1162.** Найдите сумму наибольшего целого отрицательного трёхзначного числа и наименьшего целого положительного двузначного числа.

**1163.** Найдите сумму:

1) $6a+(-5n)+(-5)+(-4a)+14m+9m+(-28)$;

2) $-c+(-5d)+2c+7d$.

**1164.** Представьте число –18 в виде суммы двух слагаемых с разными знаками так, чтобы: 1) оба слагаемых были целыми числами; 2) одно из слагаемых было десятичной дробью, меньшей единицы.

**1165.** Сравните значения выражений $|x+y|$ и $|x|+|y|$, если:
1) $x=-2$, $y=3$; 2) $x=-2$, $y=-3$; 3) $x=2$, $y=3$; 4) $x=-2$, $y=0$.

**1166.** Найдите сумму всех целых чисел, которые:

1) меньше числа 3 и больше числа $-3\frac{1}{3}$;

2) меньше числа $5\frac{1}{5}$ и больше числа $-8\frac{1}{4}$.

**1167*.** Даны 25 чисел. Сумма любых четырёх из них положительна. Покажите, что сумма всех чисел также положительна.

**1168*.** Найдите сумму всех целых трёхзначных чисел.

**1169*.** В таблице 3 строки и 4 столбца. Можно ли в ней разместить числа –1 и 1 так, чтобы все семь сумм чисел, стоящих в одной строке или одном столбце, были разными?

**1170*.** Решите уравнение: 1) $||x|-4|=1$; 2) $||x|-2|=3$.

**1171*.** На координатной прямой между точками $A$ (–6) и $B$ (3) отметьте чётное количество точек с целыми координатами, сумма которых равна нулю. Сколько решений имеет задача?

**1172*.** Каковы знаки чисел $x$ и $y$, если: $|x+y|=|x|+|y|$?

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1173.** Утром температура воздуха составляла 8 °С. В течение первой половины дня температура изменилась на +1,5 °С, а в течение второй — на –3,5 °С. Какая температура воздуха была вечером?

**1174.** За первый день уровень воды в реке изменился на –6 см, за второй — на +8 см, а за третий — на +5 см. На сколько сантиметров и как именно изменился уровень воды за три дня?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1175.** Выполните вычитание:
1) 134 км 87 м – 67 км 83 м; 3) 73 т 806 г – 115 кг 994 г;
2) 64 кг 344 г – 7 кг 786 г; 4) 15 ч 40 мин 50 с – 6 ч 19 мин.

**1176.** Вычислите:
1) 12,9 – 5,7 – 1,5; 3) 256,7 – 70,08 – 0,48;
2) $\frac{3}{8}-\frac{1}{6}+2\frac{1}{12}$; 4) $4\frac{1}{4}-3\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$.

**1177.** Сколько граммов соли нужно добавить к 90 г воды, чтобы получить 10 %-й раствор соли?

# § 27. ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы уже умеете вычитать положительные числа и можете найти разность, когда уменьшаемое больше вычитаемого или равно ему.

? Можно ли из меньшего числа вычесть большее? Да, если выполняем действия с рациональными числами. Поразмышляем, опираясь на координатную прямую.

Пусть нужно найти разность чисел 4 и 5. На координатной прямой отметим точку с координатой 4 и отложим от неё влево 5 единиц (рис. 131). Получили точку с координатой –1. Значит:

$$4 - 5 = -1.$$

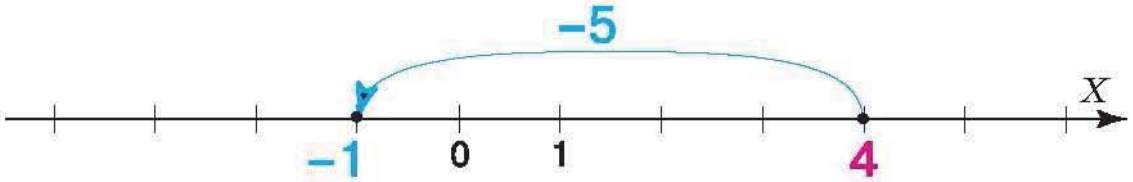



Рис. 131

**Обратите внимание:**

при вычитании рациональных чисел уменьшаемое может быть меньше вычитаемого.

? Можно ли находить разность рациональных чисел без помощи координатной прямой? Да. Для этого нужно знать правила вычитания рациональных чисел.

В предыдущем параграфе вы узнали, как выполнять сложение чисел с разными знаками. Действие вычитания числа $b$ из числа $a$ можно свести к действию сложения числа $a$ и числа, противоположного числу $b$, то есть $-b$. Чтобы убедиться в этом, сравним рисунки 131 и 132. На первом из них видим, как находили разность чисел 4 и 5, а на втором — сумму чисел 4 и –5. В обоих примерах получили число –1. Значит:

$$4 - 5 = 4 + (-5).$$

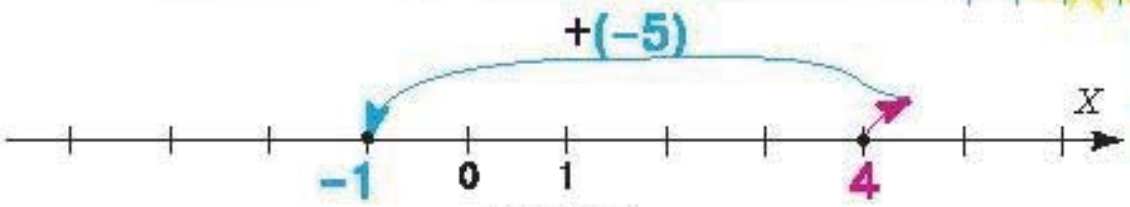



Рис. 132

**Запомните!**

**Правило замены вычитания сложением**

**Чтобы из одного числа вычесть другое, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому:**

$$a - b = a + (-b).$$

**Задача 1.** Вычислите: 1) 6,5 – 1,4; 2) 6,5 – (–1,4); 3) –6,5 – 1,4; 4) –6,5 – (–1,4); 5) –6,5 – 0.

**Решение.**

1) $6{,}5 - 1{,}4 = 6{,}5 + (-1{,}4) = 5{,}1.$

2) $6{,}5 - (-1{,}4) = 6{,}5 + 1{,}4 = 7{,}9.$

3) $-6{,}5 - 1{,}4 = -6{,}5 + (-1{,}4) = -7{,}9.$

4) $-6{,}5 - (-1{,}4) = -6{,}5 + 1{,}4 = -5{,}1.$

5) $-6{,}5 - 0 = -6{,}5 + 0 = -6{,}5.$

? Верно ли, что вследствие вычитания рациональных чисел уменьшаемое всегда уменьшается? Нет. В задаче 1 в примерах 1 и 3 уменьшаемое уменьшилось, поскольку вычитаемое — положительное число. В примерах 2 и 4, наоборот, уменьшаемое увеличилось, поскольку вычитаемое — отрицательное число. А в примере 5 уменьшаемое не изменилось, поскольку вычитаемое равно 0.

**Обратите внимание:**

1) в результате вычитания рациональных чисел уменьшаемое:
— уменьшается, если вычитаемое является положительным;
— увеличивается, если вычитаемое является отрицательным;
— не изменяется, если вычитаемое равно 0;

2) о вычитании рационального числа $a$ из числа $b$ говорят: число $b$ *изменили на* число $a$.

? Как найти разность нескольких чисел? Рассмотрим пример.

**Задача 2.** Вычислите разность $-2,8-(-3,2)-1,2-(-5,8)$.

**Решение.** Заменим действие вычитания действием сложения:

$$-2,8-(-3,2)-1,2-(-5,8)=$$
$$=-2,8+3,2+(-1,2)+5,8.$$

В полученной сумме можно сгруппировать слагаемые одним из двух способов так, как показано в задаче 2 параграфа 26. Используем первый из них. Тогда получим:

$$-2,8+3,2+(-1,2)+5,8=$$
$$=(-2,8+(-1,2))+(3,2+5,8)=$$
$$=-4+9=5.$$

Следовательно, $-2,8-(-3,2)-1,2-(-5,8)=5$.

**Узнайте больше**

Натуральные числа, а также положительные дробные числа возникли в древности при решении практических задач. Потребность ввести целые числа была обусловлена развитием математики, в частности, необходимостью решать уравнения. Поскольку вычитать натуральные числа было возможно лишь при условии, что уменьшаемое больше вычитаемого, то множество натуральных чисел требовало расширения. Целые числа и являются расширением множества натуральных чисел. В множестве целых чисел всегда можно выполнить вычитание. Теорию отрицательного числа наиболее содержательно разработал немецкий математик М. Штифель (1487—1567). Свою теорию он изложил в книге «Полная арифметика», которая увидела свет в 1544 г.

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Что значит вычесть из одного числа другое?
2. Может ли уменьшаемое быть меньше вычитаемого?
3. Как вычесть из данного числа другое, используя координатную прямую?
4. Сформулируйте правило замены вычитания сложением. Приведите пример.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1178′.** Из числа 2 вычли число 7. Верно ли это показано на координатной прямой: 1) рис. 133; 2) рис. 134?

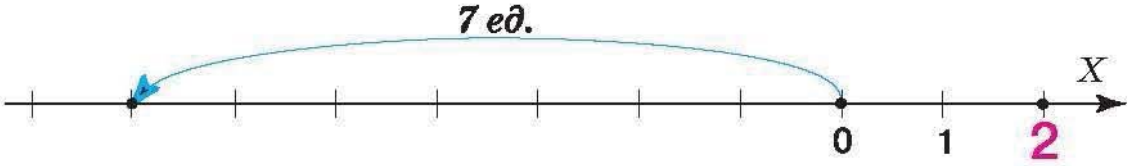



Рис. 133

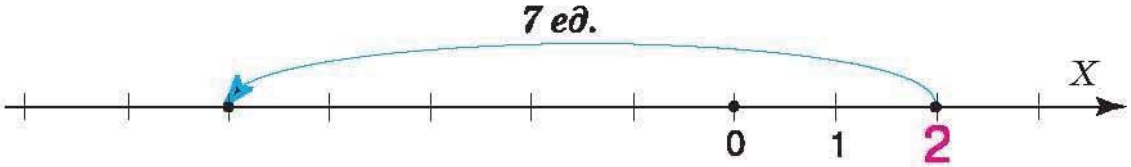



Рис. 134

**1179′.** Прав ли Юра, утверждая, что из меньшего рационального числа нельзя вычесть большее рациональное число?

**1180′.** Из числа –2 вычли число –5. Верно ли это показано на координатной прямой: 1) рис. 135; 2) рис. 136?

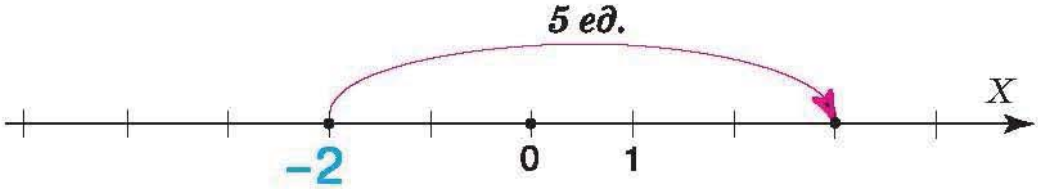



Рис. 135

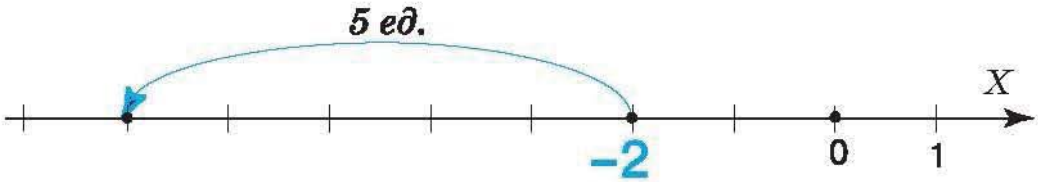



Рис. 136

**1181′.** Правильно ли Катя применила правило замены вычитания сложением: 1) $-12 - 34 = -12 + 34$; 2) $-12 - 34 = -12 + (-34)$?

**1182′.** Верно ли утверждение:

1) число 38 уменьшится, если из него вычесть 22;
2) число –74 увеличится, если из него вычесть 65?

**1183′.** Верно ли, что: 1) $-6{,}9 - 0 = 6{,}9$; 2) $0 - (-25) = -25$?

**1184°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней число 7. Покажите на координатной прямой, как уменьшить данное число: 1) на 2; 2) на 7; 3) на 13. Какое число получили?

**1185°.** Число 25 уменьшили: 1) на 5; 2) на 55; 3) на 7,5; 4) на 3,8. Какое число получили?

**1186°.** Прав ли Виталик, утверждая, что разностью меньшего и большего натуральных чисел является: 1) натуральное число; 2) целое число; 3) рациональное число?

**1187°.** Вычислите:

1) 37 – 62; 4) 51 – 51; 7) 0,99 – 2,54; 10) 37,5 – 42,5;
2) 96 – 32; 5) 1 – 4,9; 8) 4,89 – 9,43; 11) 0,01 – 0,1;
3) 87 – 62; 6) 0,1 – 5; 9) 4,9 – 5,4; 12) 1,89 – 0,39.

**1188°.** Вычислите:

1) 85 – 27; 2) 13 – 31; 3) 5,09 – 42,1; 4) 2,34 – 0,4.

**1189°.** Смолотили 9 т пшеницы и получили 8200 кг муки. Остальное составляли отруби. На сколько килограммов больше получили муки, чем отрубей?

**1190°.** Найдите значение выражения:

1) –12 – 64; 5) –1 – 6,23; 9) –5,04 – 0,04;
2) –46 – 33; 6) –0,04 – 8; 10) –93,7 – 4,7;
3) –12 – 23; 7) –0,09 – 0,9; 11) –0,02 – 0,1;
4) –91 – 91; 8) –0,9 – 0,09; 12) –54,5 – 65,5.

**1191°.** Найдите значение выражения:

1) –43 – 34; 2) –572 – 300; 3) –6,04 – 2,14.

**1192°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней число 3. Покажите на координатной прямой, как изменить данное число на: 1) –2; 2) –3; 3) –10. Какое число получили?

**1193°.** Вычислите:

1) –8 – (–70); 5) –745 – (–425); 9) –5,6 – (–1,1);
2) –53 – (–53); 6) –30 – (–282); 10) –0,05 – (–1);
3) –820 – (–20); 7) –5 – (–32,7); 11) –4,67 – (–2,07);
4) –419 – (–519); 8) –1,4 – (–22,9); 12) –348 – (–56).

**1194°.** Вычислите:

1) –56 – (–27); 3) –2,3 – (–23);
2) –103 – (–513); 4) –4,09 – (–3,003).

**1195°.** Начертите координатную прямую. Отметьте на ней число 6. Покажите на координатной прямой, как изменить данное число на: 1) – 4; 2) 6; 3) – 6. Какое число получили?

**1196°.** Вычислите:

1) –34 – (–51); 4) 34 – 51; 7) –2,3 – 2,9;
2) –34 – 51; 5) 2,3 – 2,9; 8) 2,3 – (–2,9);
3) 34 – (–51); 6) –2,3 – (–2,9); 9) 3,5 – (–3,2).

**1197°.** Вычислите:

1) $6 - 3{,}8$; 2) $-6 - (-3{,}8)$; 3) $-6 - 3{,}8$; 4) $6 - (-3{,}8)$.

**1198°.** По данным таблицы 12 найдите разность.

*Таблица 12*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Уменьшаемое | 56 | –34 | –71 | –9,45 | 12 | –45 |
| Вычитаемое | 25 | 26 | –14 | 4,05 | –7 | 11 |
| Разность | | | | | | |

**1199°.** По данным таблицы 13 найдите вычитаемое.

*Таблица 13*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Уменьшаемое | 39,6 | –179 | –15 | 19 | –51,8 | 45,7 |
| Вычитаемое | | | | | | |
| Разность | –13,2 | 54 | –6,5 | –6 | 21,5 | –4,3 |

**1200°.** Найдите разность данного числа и числа, противоположного ему: 1) 21; 2) –345; 3) –2500; 4) $\frac{4}{7}$.

**1201°.** Найдите значение разности $a - c$ и разности $c - a$, если:

1) $a = 12$, $c = -38$; 2) $a = -3{,}45$, $c = -5{,}55$.

Какую закономерность вы заметили?

**1202°.** Вычислите:

1) $0 - 37$; 2) $12 - 12$; 3) $0 - (-12)$; 4) $-11 - 0$.

**1203°.** Найдите значение разности $a - (b - c)$, если:

1) $a = -35$, $b = 14$, $c = 21$; 2) $a = -16$, $b = -7$, $c = -9$.

**1204°.** Как изменится число 6,7, если из него вычесть число:

1) –6; 3) 6,7; 5) $37 - 62$; 7) $0{,}99 - 2{,}54$;

2) –6,7; 4) $-\frac{1}{5}$; 6) $51 - 51$; 8) $37{,}5 - 42{,}5$?

**1205°.** Решите уравнение:

1) $4{,}2 - x = -2$; 2) $3\frac{1}{3} - x = -\frac{1}{3}$; 3) $34{,}31 - x = 11{,}86$.

**1206°.** Решите уравнение:

1) $0{,}09 - x = -1{,}2$; 2) $\frac{1}{6} - x = -\frac{1}{12}$; 3) $1\frac{1}{4} - x = 0{,}25$.

**1207°.** Высота горы Эверест составляет 8848 м, а самая глубокая точка Марианской впадины в Тихом океане находится на 19 842 м ниже вершины Эвереста. Какова глубина Марианской впадины?

**1208.** Вычислите:

1) $1000 - 5627 - 23112 - 0$;
2) $-4040 - 762 - 3030$;
3) $-25{,}1 - 7{,}2 - 4{,}9$;
4) $234 - 24{,}8 - 675{,}2$.

**1209.** Вычислите:

1) $\frac{3}{8} - \frac{1}{16} - 3\frac{1}{2}$;
2) $-2\frac{1}{6} - \frac{7}{12} - 3\frac{1}{2}$;
3) $2 - \frac{7}{10} - 1{,}3$;
4) $1{,}4 - \frac{1}{10} - \frac{2}{5}$.

***1210.*** Вычислите:

1) $4{,}25 - 9{,}05 - \frac{1}{5}$;
2) $\frac{5}{24} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$.

**1211.** Вычислите:

1) $2503 - (-831) - (-1169)$;
2) $-743 - (-395) - (-1043)$;
3) $-72{,}62 - (-51{,}15) - (-56{,}47)$;
4) $405{,}2 - (-2{,}91) - (-6{,}7)$.

**1212.** Выполните вычитание удобным способом:

1) $-19 - 11 - (-32{,}5)$;
2) $8{,}2 - (-12{,}8) - 5$;
3) $-23{,}5 - 36{,}5 - 24{,}2 - (-39{,}8)$;
4) $2{,}348 - (-5{,}652) - (-10{,}3) - (-35{,}7)$.
5) $-3{,}8 - (-5{,}3) - (-1{,}8) - (-4{,}7)$;
6) $\frac{5}{10} - \left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right)$;
7) $\left(2 - \left(-\frac{6}{100}\right)\right) - (-2{,}44)$;
8) $7{,}52 - \frac{3}{5} - (-2{,}08)$.

***1213.*** Вычислите:

1) $-5 - 15 - (-28) - 14$;
2) $2 - 29 - (-8) - 11$;
3) $27{,}56 - 36 - 27{,}56 - (-12)$;
4) $39{,}126 - 12{,}1 + 18 - 21{,}026$;
5) $-3 - (-2{,}2) - \left(-\frac{2}{15}\right)$;
6) $10\frac{2}{9} - \left(-4\frac{1}{9}\right) - 37 - \left(-5\frac{2}{3}\right)$.

**1214.** С помощью координатной прямой покажите, что расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ равно $|a - b|$.

**1215.** Найдите расстояние между точками $A$ и $B$, если:

1) $A$ (20) и $B$ (12);
2) $A$ (–2) и $B$ (15);
3) $A$ (–18,5) и $B$ (–4);
4) $A$ (4,9) и $B$ (0,5);
5) $A$ (–24) и $B$ (6);
6) $A$ (–2,5) и $B$ (–6).

**1216.** Решите уравнение:

1) $|x+5|=1$; 2) $|x+4|=3$; 3) $|x|+6=1$; 4) $|x|+12=8$.

**1217.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

1) из разности чисел 4,09 и $-\frac{1}{50}$ вычтите 4,1;

2) из разности чисел 0,0072 и –6,9928 вычтите сумму чисел 7,4 и $\frac{2}{5}$.

***1218.*** Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

1) из разности чисел 6,7 и $\frac{7}{10}$ вычтите 8,8;

2) из разности чисел 27,3 и –12 вычтите число, противоположное числу 18,7.

**1219.** Вычислите:

1) $3\frac{1}{2}+(-8{,}5)-(-4{,}42)$;

2) $-6{,}02+23{,}6-\left(-1\frac{31}{50}\right)$;

3) $-\frac{1}{5}-\frac{3}{10}+(-0{,}25)-\frac{1}{2}$;

4) $4-\frac{4}{15}-\left(-1\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$;

5) $0{,}25-|-3{,}6|+(-5)-\left|-\frac{1}{4}\right|$;

6) $12{,}4-|-63{,}4|-|-6{,}01|$.

**1220.** Найдите разность наибольшего целого двузначного и наименьшего целого четырёхзначного чисел.

***1221.*** Найдите разность наименьшего целого двузначного и наибольшего целого трёхзначного чисел.

**1222.** Оля задумала число, которое сначала изменила на –35, затем — на 90 и получила –140. Какое число задумала Оля?

***1223.*** Ваня задумал число, которое сначала изменил на –25,3, затем — на $145\frac{1}{2}$ и получил $-4\frac{1}{5}$. Какое число задумал Ваня?

**1224*.** В банке лежит 3500 грн. За первый месяц со счёта сняли 200 грн, за второй — в 2,5 раза больше. За третий — 20 % оставшейся суммы. Сколько денег осталось на счету?

**1225*.** Вычислите: $\left(\frac{1}{2}-1\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{99}\right)$.

**1226*.** Вместо каждой звёздочки поставьте «+» или «–» так, чтобы было верным равенство: 1*2*3*4*5*6*7*8*9 = – 21.

**1227*.** Вместо каждой звёздочки поставьте «+» или «–» так, чтобы было верным равенство: 2*4*6*8*10*12 = 2.

**1228*.** Витя написал на доске 1*2*3*4*5*6*7*8*9 = 21, поставив вместо каждой звёздочки или «+», или «–». Вика изменила некоторые знаки на противоположные и в результате вместо числа 21 записала число 20. Докажите, что кто-то из детей ошибся.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1229.** В понедельник температура составляла 15,5 °С. В течение каждого последующего дня температура снижалась на 1,5 °С. Определите, какая температура была в пятницу вечером.

**1230.** После засухи уровень воды в озере понизился на 15,5 см. Вследствие ливня уровень воды поднялся на 34,7 см, после чего составил 697 см. Определите уровень воды в озере до засухи.

**1231.** Количество забитых мячей записывали со знаком «+», а количество пропущенных — со знаком «–». Сколько мячей пропустила команда, если забила 12 голов, а сумма забитых и пропущенных мячей равна –3?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1232.** Вычислите: 1) $63 \cdot 78 + 78 \cdot 37$; 2) $136 \cdot 23 - 136 \cdot 13$.

**1233.** Вычислите:
1) $1{,}2 \cdot 3{,}5 - 0{,}25 \cdot 0{,}02$; 2) $1{,}01 \cdot 6{,}2 \cdot 100$; 3) $0{,}4 \cdot 1{,}8 \cdot 6{,}25$.

**1234.** Найдите значение выражения:
1) $\frac{5}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $1\frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{19} \cdot \frac{1}{11} \cdot 2\frac{8}{15}$; 3) $3\frac{4}{5} \cdot 345 \cdot 0 \cdot 7{,}89$.

**1235.** Произведение двух чисел равно 5,13. Один из множителей равен 0,3. Найдите второй множитель.

# § 28. УМНОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы знаете, что сложение нескольких равных положительных чисел можно заменить действием умножения. Например, $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 5 = 10$. Рассуждая аналогично, найдём произведение $-2 \cdot 5$:

$$-2 \cdot 5 = -2 + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10.$$

Полученное число –10 является противоположным числу $10 = 2 \cdot 5$. Но $2 = |-2|$, $5 = |5|$. Следовательно, произ-

ведение чисел – 2 и 5 равно произведению модулей этих чисел, взятому со знаком «–»:

$$-2 \cdot 5 = -(|-2| \cdot |5|) = -(2 \cdot 5) = -10.$$

? Как умножить числа 5 и –2? Поразмышляем.

Пусть число –2 — изменение температуры воздуха за час, а 5 — количество часов наблюдения. Тогда и произведение $-2 \cdot 5$, и произведение $5 \cdot (-2)$ показывает, на сколько градусов изменилась температура за 5 ч и в какую именно сторону — повышения или понижения. Ясно, что похолодало на 10 °С, то есть температура изменилась на –10 °С (рис. 137).

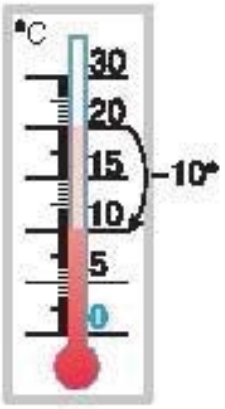


Рис. 137

Получили, что $5 \cdot (-2) = -2 \cdot 5 = -10$. Значит, произведение чисел 5 и –2 можно найти так же, как и произведение чисел –2 и 5:

$$5 \cdot (-2) = -(|5| \cdot |-2|) = -(5 \cdot 2) = -10.$$

**Запомните!**

**Правило умножения чисел с разными знаками**

**Произведение двух чисел с разными знаками — число отрицательное.**

**Чтобы умножить два числа с разными знаками, нужно умножить их модули и перед полученным произведением поставить знак «–».**

? Как умножить два отрицательных числа?

Рассмотрим задачу.

**Задача 1.** Температура воздуха каждый час изменялась на – 2 °С. Какой была температура 5 ч назад?

**Решение.** Если число 5 — это количество часов наблюдения, то число –5 — это время «5 ч назад». Значит, в задаче нужно найти произведение $(-2) \cdot (-5)$. Понятно, что 5 ч назад было теплее на 10 °С. То есть $-2 \cdot (-5) = 10$.

Получили, что произведение двух отрицательных чисел — число положительное. Например:

$$-2 \cdot (-5) = |-2| \cdot |-5| = 2 \cdot 5 = 10.$$

**Запомните!**

**Правило умножения двух отрицательных чисел**

**Произведение двух отрицательных чисел — число положительное.**

**Чтобы умножить два отрицательных числа, достаточно умножить их модули.**

Вообще, знак произведения двух рациональных чисел определяется знаками множителей.

? Можно ли по знаку произведения двух чисел определить, одинаковые или разные знаки у множителей? Да. Например, число 6 равно произведению чисел с одинаковыми знаками: 2 и 3 или –2 и –3. А вот число –6 равно произведению чисел с разными знаками: –2 и 3 или 2 и –3.

Свойства умножения на 0 рациональных чисел аналогичны таким же свойствам умножения положительных чисел. Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

В дальнейшем будем рассматривать рациональные числа, отличные от нуля, а случаи, связанные с числом 0, будем анализировать отдельно.

**Обратите внимание:**

— если произведение $ab$ положительно, то числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки, и наоборот;
— если произведение $ab$ отрицательно, то числа $a$ и $b$ имеют разные знаки, и наоборот;
— если произведение $ab$ равно нулю, то хотя бы одно из чисел, $a$ или $b$, равно нулю, и наоборот.

Если один из множителей равен 1, то произведение равно другому множителю:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Умножение числа на –1 имеет свои особенности. Если некоторое число умножить на –1, то в произведении получим противоположное ему число. Например: $5 \cdot (-1) = -5$. Рассуждая наоборот, получим, что любое

число можно представить в виде произведения $-1$ и числа, противоположного данному. Например, $-2 = -1 \cdot 2$, а $2 = -1 \cdot (-2)$ или $2 = -(-2)$. О такой записи говорят: *знак минус вынесли за скобки*. Итак:

$$a \cdot (-1) = -1 \cdot a = -a.$$

Для рациональных чисел справедливы переместительный и сочетательный законы умножения, а также распределительный закон умножения относительно сложения.

**Задача 2.** Найдите произведение: 1) $-0{,}2 \cdot (-564) \cdot 5$; 2) $-2 \cdot (-1{,}5 + 5)$.

**Решение.** 1. Переставим множители и сгруппируем их так, чтобы вычисления упростились:

$-0{,}2 \cdot (-564) \cdot 5 = -0{,}2 \cdot 5 \cdot (-564) = -1 \cdot (-564) = 564.$

2. Применим распределительный закон умножения, а также правила умножения отрицательных чисел и чисел с разными знаками:

$-2 \cdot (-1{,}5 + 5) = -2 \cdot (-1{,}5) + (-2) \cdot 5 = 3 - 10 = -7.$

**?** Можно ли, не вычисляя произведения нескольких рациональных чисел, определить знак этого произведения? Да. При этом нужно учесть, что положительные множители не влияют на знак произведения.

**Задача 3.** Положительным или отрицательным является произведение: 1) $-2 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot 5 \cdot 10$; 2) $-6 \cdot (-5) \cdot (-0{,}2) \cdot (-1) \cdot 7 \cdot 10 \cdot (-3)$?

**Решение.** 1. В данном произведении — четыре отрицательных множителя: $-2$, $-1$, $-5$, $-4$. Произведение первой пары этих чисел положительно, второй пары — тоже, поэтому произведение всех четырёх чисел — положительно. Следовательно:

$$-2 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot 5 \cdot 10 > 0.$$

2. В данном произведении 5 отрицательных множителей, поэтому:

$$-6 \cdot (-5) \cdot (-0{,}2) \cdot (-1) \cdot 7 \cdot 10 \cdot (-3) < 0.$$

**Обратите внимание:**

— произведение чётного количества отрицательных множителей — положительно;

— произведение нечётного количества отрицательных множителей — отрицательно.

## Узнайте больше

Индийские математики сформулировали правила умножения, деления, сложения, вычитания рациональных чисел. В таблице 14 вы видите, какими суждениями они пользовались при умножении рациональных чисел.

*Таблица 14*

| | |
|---|---|
| Друг моего друга — мой друг | $(+1)\cdot(+1)=+1$ |
| Враг моего друга — мой враг | $(-1)\cdot(+1)=(-1)$ |
| Враг моего врага — мой друг | $(-1)\cdot(-1)=+1$ |
| Друг моего врага — мой враг | $(+1)\cdot(-1)=(-1)$ |

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Назовите компоненты действия умножения.
2. Как умножить два положительных числа?
3. Сформулируйте правило умножения чисел с разными знаками.
4. Сформулируйте правило умножения двух отрицательных чисел.
5. Как определить знак произведения по знакам множителей?
6. Чему равно произведение отличного от нуля числа и числа 0? числа 1? числа –1?
7. Что можно сказать о множителях, если их произведение равно нулю?
8. Сформулируйте и запишите переместительный закон умножения.
9. Сформулируйте и запишите сочетательный закон умножения.
10. Сформулируйте и запишите распределительный закон умножения относительно сложения.

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1236′.** Даны два числа с разными знаками. Верно ли утверждение:
1) произведение данных чисел — число положительное;
2) произведение данных чисел — число отрицательное?

**1237′.** Даны два отрицательных числа. Верно ли утверждение:
1) произведение данных чисел — число отрицательное;
2) произведение данных чисел — число положительное?

**1238′.** Серёжа рассуждает так: если произведение $a \cdot b$ положительно, то числа $a$ и $b$ могут быть только положительными. Прав ли Серёжа?

**1239′.** Витя рассуждает так: если произведение $a \cdot b$ отрицательно, $a$ — положительное число, то число $b$ может быть только отрицательным. Прав ли Витя?

**1240′.** Верно ли утверждение: если произведение $a \cdot b$ равно нулю, то:
1) или $a$, или $b$ равно нулю;
2) одновременно $a$ и $b$ равны нулю;
3) $a$ и $b$ не равны нулю?

**1241′.** Верно ли, что: 1) $-5 \cdot 0 = 5$; 2) $0 \cdot (-3) = 0$?

**1242°.** Замените сумму произведением и вычислите:
1) $15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15$;
2) $-7 + (-7) + (-7) + (-7) + (-7)$.

***1243°.*** Замените сумму произведением и вычислите:
1) $1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2$;
2) $-5 + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5)$.

**1244°.** Найдите сумму восемнадцати слагаемых, каждое из которых равно:

1) 1; 2) $-2$; 3) $-\frac{5}{36}$.

**1245°.** Выполните умножение:

1) $10 \cdot (-4)$; 3) $-7 \cdot 0{,}3$; 5) $-\frac{3}{5} \cdot 5$; 7) $2{,}3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$;

2) $-25 \cdot 6$; 4) $-2{,}8 \cdot 0{,}6$; 6) $\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$; 8) $-1\frac{1}{9} \cdot \frac{9}{8}$.

***1246°.*** Вычислите:

1) $-4 \cdot 0{,}25$; 2) $5{,}6 \cdot (-0{,}5)$; 3) $-7{,}3 \cdot 20$; 4) $-5 \cdot 4\frac{3}{5}$.

**1247°.** По данным таблицы 15 найдите значение выражения.

*Таблица 15*

| $x$ | $-25$ | $-12$ | $-4$ | $-2$ | $-4{,}5$ | $-1{,}1$ | $-0{,}5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3x$ | | | | | | | |

**1248°.** Выполните умножение:
1) $-4 \cdot (-25)$; 3) $-0{,}04 \cdot (-2{,}5)$; 5) $-0{,}6 \cdot (-5)$;
2) $-12 \cdot (-100)$; 4) $-1{,}3 \cdot (-0{,}01)$; 6) $-0{,}01 \cdot (-130)$.

**1249°.** Вычислите:

1) $-2 \cdot (-44)$; 3) $-0{,}21 \cdot (-3)$;

2) $-0{,}8 \cdot (-5)$; 4) $-\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{7}{18}\right)$.

**1250°.** По данным таблицы 16 найдите значение выражения.

*Таблица 16*

| $x$ | –25 | –12 | –4 | –2 | –4,5 | –1,1 | –0,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-4x$ | | | | | | | |

**1251°.** Выполните умножение:

1) $10 \cdot (-4)$; 2) $-10 \cdot 4$; 3) $-10 \cdot (-4)$; 4) $10 \cdot 4$.

**1252°.** Вычислите:

1) $-3{,}65 \cdot 0$; 2) $-\frac{5}{9} \cdot 0$; 3) $0 \cdot \left(-4\frac{5}{7}\right)$; 4) $-0{,}6 \cdot 0$.

**1253°.** По данным таблицы 17 определите знак числа $b$.

*Таблица 17*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Знак числа $a$ | + | – | – | + |
| Знак числа $b$ | | | | |
| Знак числа $ab$ | – | + | – | + |

**1254°.** По данным таблицы 18 определите знак числа $b$.

*Таблица 18*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Число $a$ | –3 | –0,8 | 9 | –6 | 17 | –2 |
| Знак числа $b$ | | | | | | |
| Знак числа $ab$ | – | + | – | + | – | – |

**1255°.** Найдите $x$, если:

1) $2 \cdot x = 0$; 2) $-7 \cdot x = 0$; 3) $0{,}84 \cdot x = 0$; 4) $-\frac{3}{8} \cdot x = 0$.

**1256°.** Решите уравнение:

1) $-5 \cdot x = 0$; 2) $0{,}47 \cdot x = 0$; 3) $-\frac{3}{7} \cdot x = 0$.

**1257°.** Вычислите:

1) $-56 \cdot (-1)$; 3) $-1 \cdot 56$; 5) $0{,}92 \cdot 1$; 7) $-1 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$;

2) $1 \cdot 56$; 4) $0{,}92 \cdot (-1)$; 6) $-1 \cdot (-53{,}9)$; 8) $-1 \cdot (-1045) \cdot (-1)$.

**1258°.** Начертите в тетради и заполните таблицу 19.

*Таблица 19*

| $a$ | –32 | –8 | –1 | 0 | 1 | 5 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a \cdot 1$ | | | | | | | |
| $a \cdot (-1)$ | | | | | | | |
| $-1 \cdot a$ | | | | | | | |
| $a \cdot 0$ | | | | | | | |

**1259°.** Сравните значения выражений:

1) $-8 \cdot 2$ и $2 \cdot (-8)$; 2) $3 \cdot (-16)$ и $-16 \cdot 3$.

***1260°.*** Сравните значения выражений:

1) $-4 \cdot 9$ и $9 \cdot (-4)$; 2) $11 \cdot (-22)$ и $-22 \cdot 11$.

**1261°.** Вычислите удобным способом:

1) $-0{,}5 \cdot (-31) \cdot (-2)$;
2) $\frac{1}{5} \cdot (-0{,}12) \cdot (-10)$;
3) $2{,}5 \cdot (-32) \cdot (-0{,}4)$;
4) $-\frac{2}{7} \cdot (-3) \cdot 14$;
5) $11{,}8 \cdot (-3{,}324) \cdot 0$;
6) $-\frac{5}{13} \cdot (-27) \cdot \frac{13}{15}$;
7) $-25 \cdot 0{,}3 \cdot 4$;
8) $11 \cdot (-3) \cdot \left(-\frac{6}{55}\right)$.

***1262°.*** Вычислите:

1) $-0{,}2 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot (-5) \cdot 7$; 2) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}1 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-12)$.

**1263°.** Убедитесь в справедливости равенства $(a + b) \cdot c = ac + bc$, если:

1) $a = -3$, $b = -5$, $c = 8$; 2) $a = 4{,}5$, $b = -1{,}6$, $c = 2$.

**1264°.** Вычислите, опираясь на распределительный закон:

1) $\left(\frac{5}{7} + 2\right) \cdot (-7)$;
2) $\left(-4{,}9 - \frac{1}{2}\right) \cdot 2$;
3) $15 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)$;
4) $100 \cdot (-0{,}1 + 0{,}01 - 0{,}001)$;
5) $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot (-18)$;
6) $-24 \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$.

***1265°.*** Вычислите, опираясь на распределительный закон:

1) $(6{,}3 - 7) \cdot \frac{1}{7}$; 2) $\left(\frac{7}{15} + \frac{5}{9}\right) \cdot 45$; 3) $-1000 \cdot (0{,}3 - 0{,}031)$.

**1266°.** Определите знак произведения:

1) $-4 \cdot 1 \cdot (-11) \cdot (-34780)$;
2) $5 \cdot (-17) \cdot (-2) \cdot (-578) \cdot 121 \cdot (-15) \cdot (-7) \cdot (-2)$;
3) $-3{,}98 \cdot (-13) \cdot 3 \cdot (-0{,}4) \cdot (-94) \cdot 45{,}6$;
4) $7 \cdot \frac{4}{7} \cdot \left(-67\frac{1}{23}\right) \cdot (-0{,}34) \cdot 28$.

***1267°.*** Положительным или отрицательным является произведение:

1) $14 \cdot (-124) \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot (-9) \cdot 25 \cdot 48 \cdot (-888) \cdot (-43) \cdot 68$;
2) $-12{,}76 \cdot (-35) \cdot 19 \cdot (-0{,}0054) \cdot 7 \cdot 61 \cdot 358$?

***1268°.*** Сравните значения выражений:

1) $-8 \cdot (-2)$ и $8 \cdot 2$; 2) $30 \cdot (-10)$ и $-10 \cdot 30$; 3) $-15 \cdot (-6)$ и $-15 \cdot 6$.

**1269°.** Решите уравнение:

1) $x : (-8) = 0{,}6$; 2) $x : 12 = -2$; 3) $x : (-0{,}5) = -6$.

***1270°.*** Решите уравнение:

1) $x : (-10) = 3{,}4$; 2) $x : 3 = -9$; 3) $x : (-0{,}1) = -2$.

**1271.** Найдите сумму восемнадцати слагаемых, каждое из которых равно:

1) $-5 \cdot 4$; 2) $-1 + \frac{5}{6}$; 3) $-2{,}6 - 2\frac{1}{5}$.

**1272.** Вычислите:

1) $-12 \cdot 35 - 34 \cdot (-2)$; 3) $-\frac{1}{2} + 7 \cdot \left(-2\frac{9}{14}\right)$;

2) $-3{,}4 + 7 \cdot (-0{,}5)$; 4) $\frac{4}{3} \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) - \frac{21}{7}$.

***1273.*** Вычислите: 1) $9 \cdot 32 - 32$; 2) $-13 \cdot 14 + 5 \cdot (-10)$; 3) $-6 \cdot 15 - 4$.

**1274.** Даны числа: 0; 1; –2; 3; 4; 5; –6; 7; 8 и –9. Что больше: произведение этих чисел или их сумма?

***1275.*** Даны числа: 1; –2; 3; 4; 5; –6; 7; 8 и –9. Что больше: произведение этих чисел или их сумма?

**1276.** Вычислите:

1) $-\frac{5}{7} \cdot (-1{,}4) \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7}$;

2) $-\frac{3}{11} \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot 7\frac{1}{3} \cdot (-6) \cdot 40$;

3) $-5 \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$;

4) $\left(9{,}3-0{,}28\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\right)\cdot(-72{,}59)$;

5) $4{,}2\cdot\left(-\frac{1}{35}\right)+\frac{121}{169}\cdot\left(-1\frac{2}{11}\right)-(-3)\cdot\frac{1}{25}$;

6) $(-5)^2-2^2+(-0{,}28)\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)$;

7) $(5\cdot(-7)+4)\cdot|-0{,}9+5\cdot 0{,}15|$.

**1277.** Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $-2{,}5\cdot(-3{,}2)\cdot 4$ и $1{,}9\cdot(-9{,}5)\cdot 2$;

2) $5\frac{4}{7}\cdot\left(-2\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot 5\frac{7}{4}$ и $3\frac{4}{5}\cdot\left(-4\frac{5}{7}\right)\cdot 0\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$;

3) $-7{,}5\cdot(-4)\cdot(-2)\cdot(-18)\cdot 5$ и $-6\cdot(-15)\cdot(-1376)$;

4) $-49\cdot(-45)\cdot 0\cdot 318$ и $-1\cdot 23\cdot(-5)\cdot 629$.

**1278.** Найдите произведение всех натуральных чисел, которые больше числа – 9 и меньше числа 9.

***1279.*** Найдите произведение всех целых чисел, которые больше числа –4 и меньше числа 11.

**1280.** На сколько произведение чисел 3,7 и –5,6 меньше:
1) меньшего из них; 2) большего из них; 3) их суммы?

***1281.*** На сколько произведение чисел –3 и –4 больше:
1) большего из них; 2) меньшего из них; 3) их суммы?

**1282.** Вычислите удобным способом:

1) $-24\cdot\left(\frac{5}{12}-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$; 2) $\left(\frac{1}{10}-\left(-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{5}-\frac{1}{3}\right)\cdot 210$;

3) $153\cdot\left(-\frac{1}{9}+\frac{1}{17}-\frac{2}{51}\right)-18\cdot\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{6}\right)$.

**1283.** Запишите каждое из чисел –3; –1,7; 8; –0,64; 0,3 в виде произведения двух множителей, один из которых равен: 1) –1; 2) 1.

**1284.** Запишите в виде произведения двух одинаковых множителей число: 1) 1; 2) 25; 3) 64; 4) 121. Сколькими способами это можно сделать?

***1285.*** Запишите в виде произведения двух противоположных чисел число: 1) –9; 2) –36; 3) –81; 4) –100.

**1286.** Решите уравнение:

1) $-2\cdot(x-4)=0$; 3) $23{,}4\cdot|x|=0$; 5) $(8-x)\cdot|-0{,}72|=0$;
2) $12\cdot(7{,}8+x)=0$; 4) $|x-5|\cdot(-6)=0$; 6) $(x-234)\cdot(-234)=0$.

**1287.** Решите уравнение:

1) $41 \cdot (x - 41) = 0$; 2) $-77 \cdot (0{,}25 + x) = 0$; 3) $|-57| \cdot |x| = 0$.

**1288.** Положительным или отрицательным является число $d$, если:

1) $-3d < 0$; 2) $\frac{1}{4}d < 0$; 3) $4{,}3 \cdot (-d) > 0$; 4) $-3 \cdot (-d) > 0$?

**1289.** Положительным или отрицательным является произведение целых чисел, отличных от нуля, которые больше числа –100 и меньше числа 50?

**1290.** О числах $k$, $l$, $m$ и $n$ известно, что $kl < 0$, $lm > 0$, $mn < 0$. Определите знак произведения $kn$.

**1291.** Положительным или отрицательным является значение выражения: 1) $ab - 7c$, если $a$, $b$ и $c$ — отрицательные числа; 2) $5l - mn$, если $l$, $m$ и $n$ — отрицательные числа?

**1292*.** Найдите 20 % числа $x$, если:

1) $x = 96{,}4 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{1}{91}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$;

2) $x = -10{,}5 \cdot 2\frac{2}{15} + (-5{,}4) \cdot 3\frac{7}{9} - \frac{108}{285} \cdot \left(-\frac{19}{144}\right)$;

3) $x = 1{,}8 \cdot \left(-4\frac{2}{3}\right) + 6\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{6}{41}\right)$.

**1293*.** Что нужно вставить вместо звёздочек, чтобы получить верное равенство: 1) $(* - *) \cdot 11 = -88 - 66m$; 2) $(-15 + *) \cdot 4 = * - 4a$?

**1294*.** Решите уравнение:

1) $x(x - 3{,}7)(x + 9{,}2) = 0$;
2) $|x - 23| \cdot (x + 12{,}7) = 0$;
3) $(|x| - 0{,}3)(5 - x)(x - 16{,}5) = 0$;
4) $(|x| + 4)\, x\, (6{,}7 - x) = 0$.

**1295*.** Среди трёх разных чисел $a$, $b$ и $c$ число $a$ является наименьшим, а число $c$ — наибольшим. Определите знак числа $b$, если:

1) $abc < 0$ и $c > 0$; 2) $abc < 0$ и $ab < 0$; 3) $abc > 0$ и $a + c = 0$.

**1296*.** Вычислите:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}-1\right) \cdot \left(1+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}-1\right) \cdot \left(1+\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{7}-1\right) \cdot \left(1+\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{9}-1\right).$$

**1297*.** Решите уравнение:

1) $|x - 4| = 1$; 2) $3 \cdot |x + 1| = 6$; 3) $|x - 2| = 3$.

Отметьте на координатной прямой точки, координаты которых являются корнями уравнения. Найдите произведение корней уравнения. Найдите расстояние между отмеченными точками и координаты середины отрезка, соединяющего эти точки. Какую закономерность вы заметили?

**1298*.** На доске записаны десять плюсов и семнадцать минусов. Разрешается стереть одновременно любые два знака, записав вместо одинаковых знаков плюс, а вместо разных — минус. Какой знак останется на доске после двадцати шести таких операций?

### ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1299.** Друзья выехали на велосипедах из города со скоростью 10 км/ч и проехали с такой скоростью 2,5 ч. Затем они проехали $1\frac{1}{3}$ ч, увеличив скорость на 2 км/ч. Какое расстояние проехали друзья за всё время путешествия?

**1300.** Ширина комнаты — 3,75 м, а её длина — 5,2 м. Пол в этой комнате решили покрыть линолеумом. Его цена — 104 грн за квадратный метр. Сколько потребуется линолеума для этой комнаты и какова его стоимость?

**1301.** Мама попросила Олега купить 2 л молока, 1 батон и 1,5 кг печенья и дала ему 90 грн. В магазине молоко стоит 8,45 грн за литр, батон — 4,3 грн, а печенье — 25,8 грн за килограмм. Сколько денег осталось у Олега после того, как он совершил покупки?

### ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1302.** Вычислите: 1) $(72 : 9 + (680 - 34) : 17) : 23$;
2) $(11 + 64) : 25 \cdot 11 - 225 : 15$.

**1303.** Найдите значение выражения:

1) $12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{9}{16}$; 2) $\frac{6}{7} : \left(\frac{1}{14} - \frac{5}{6}\right)$.

**1304.** Выполните деление с остатком: 1) 3784 : 63; 2) 6731 : 62.

**1305.** Число 116 разделили на некоторое число и получили в неполном частном и остатке число 2. Найдите делитель.

## § 29. ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы знаете, что для положительных чисел действие деления можно свести к действию умножения на число, обратное делителю. Пусть нужно разделить число 20 на число $-\frac{5}{6}$. Это означает, что число 20 можно умножить

на число, обратное числу $-\frac{5}{6}$, то есть на число $-\frac{6}{5}$:

$$20:\left(-\frac{5}{6}\right)=20\cdot\left(-\frac{6}{5}\right).$$

Тогда, по правилу умножения чисел с разными знаками, получим: $20\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=-\left(|20|\cdot\left|-\frac{6}{5}\right|\right)=-\left(20\cdot\frac{6}{5}\right)=-24.$

Итак, $20:\left(-\frac{5}{6}\right)=-24.$

Видим, что частное чисел 20 и $-\frac{5}{6}$ равно частному их модулей, взятому со знаком «–»:

$$20:\left(-\frac{5}{6}\right)=-\left(|20|:\left|-\frac{5}{6}\right|\right)=-\left(20:\frac{5}{6}\right)=-24.$$

Аналогично, частное чисел –20 и $\frac{5}{6}$ равно частному их модулей, взятому со знаком «–»:

$$-20:\frac{5}{6}=-\left(|-20|:\left|\frac{5}{6}\right|\right)=-\left(20:\frac{5}{6}\right)=-24.$$

**Запомните!**

**Правило деления чисел с разными знаками**

**Частное двух чисел с разными знаками — число отрицательное.**

**Чтобы найти частное чисел с разными знаками, нужно разделить модуль делимого на модуль делителя и перед полученным частным поставить знак «–».**

? Как разделить одно отрицательное число на другое? Рассуждая аналогично предыдущему случаю, для чисел –20 и $-\frac{5}{6}$ получим: $-20:\left(-\frac{5}{6}\right)=+\left(|-20|:\left|-\frac{5}{6}\right|\right)=20:\frac{5}{6}=24.$

**Запомните!**

**Правило деления двух отрицательных чисел**

**Частное двух отрицательных чисел — число положительное.**

**Чтобы найти частное двух отрицательных чисел, достаточно разделить модуль делимого на модуль делителя.**

Вообще, знак частного рациональных чисел определяется знаками делимого и делителя. Например:

$$4 = 8 : 2 \quad \text{или} \quad 4 = -8 : (-2);$$
$$-4 = -8 : 2 \quad \text{или} \quad -4 = 8 : (-2).$$

Если число 0 разделить на любое рациональное число, отличное от нуля, то в частном получим 0:

$$0 : a = 0 \text{ для } a \neq 0.$$

Действие деления на 0 не имеет смысла и для рациональных чисел. Поэтому:

**на 0 делить нельзя!**

**Обратите внимание:**

— в частном $a : b$ число $b$ не может быть равным нулю;

— если частное $a : b$ положительно, то числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки, и наоборот;

— если частное $a : b$ отрицательно, то числа $a$ и $b$ имеют разные знаки, и наоборот;

— если частное $a : b$ равно нулю, то $a$ равно нулю, и наоборот.

Поскольку $a \cdot 1 = a$, то:

$$a : 1 = a \text{ для любого } a;$$
$$a : a = 1 \text{ для } a \neq 0.$$

Если число, отличное от нуля, разделить на $-1$, то в частном получим противоположное ему число. Например, $5 : (-1) = -5$.

Частное двух противоположных чисел, отличных от нуля, равно $-1$:

$$-a : a = a : (-a) = -1 \text{ для } a \neq 0.$$

## Узнайте больше

Название рациональных чисел происходит от латинского «ratio» — «отношение», поскольку эти числа с момента своего появления представляют с помощью отношения целого числа к натуральному числу.

Если разделить рациональное число на рациональное число, отличное от нуля, то частное всегда будет рациональным числом. А если разделить целое число на целое число, отличное от нуля, то в частном не всегда получим целое число. Например, частное чисел 2 и 3 не является целым числом.

Интересно, что исторически проблема деления чисел была решена значительно раньше, чем проблема, связанная с их вычитанием.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Как разделить два положительных числа? два отрицательных числа? два числа с разными знаками?
2. Какие знаки имеют два числа, если их частное положительно? отрицательно?
3. Что будет результатом деления, если делимое равно 0?
4. Что будет результатом деления, если делитель равен делимому?
5. Что будет результатом деления, если делитель равен 1? –1?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1306′.** Даны два числа с разными знаками. Верно ли утверждение:
1) частное данных чисел является числом положительным;
2) частное данных чисел является числом отрицательным?

**1307′.** Нужно разделить число –24 на 8.
1) Чему равен модуль числа –24: а) 24; б) –24?
2) Чему равен модуль числа 8: а) 8; б) –8?
3) Чему равно частное модулей: а) 3; б) $\frac{1}{3}$?
4) Каким будет знак частного: а) «+»; б) «–»?
5) Назовите число, являющееся частным данных чисел.

**1308′.** Даны два отрицательных числа. Верно ли утверждение:
1) частное данных чисел является числом положительным;
2) частное данных чисел является числом отрицательным?

**1309′.** Нужно разделить число –40 на –5.
1) Чему равен модуль числа –40: а) 40; б) –40?
2) Чему равен модуль числа –5: а) 5; б) –5?
3) Чему равно частное модулей: а) 8; б) $\frac{1}{8}$?
4) Каким будет знак частного: а) «+» ; б) «–»?
5) Назовите число, являющееся частным данных чисел.

**1310′.** Верно ли, что: 1) 5 : 5 = 0; 2) 0 : (–3) = –3; 3) 0 : 4 = 0?

**1311′.** Верно ли утверждение: если частное $a : b$ равно нулю, то: 1) или $a$, или $b$ равно нулю; 2) одновременно $a$ и $b$ равны нулю; 3) только $a$ равно нулю?

**1312′.** Верно ли, что:
1) 8 : 1 = 8; 3) –7 : 7 = – 1; 5) 6 : (–6) = 1;
2) –8 : 1 = 8; 4) 12 : 12 = 1; 6) –14 : 14 = –1?

**1313°.** Прав ли Виталик, утверждая, что частным двух натуральных чисел всегда является: 1) натуральное число; 2) целое число; 3) рациональное число?

**1314°.** Какой знак имеет частное:
1) 5 : (–2); 2) –4 : 2; 3) 14 : (–7); 4) 1,344 : (–0,5)?

**1315°.** Вычислите:
1) 63 : (–9); 6) 56 : (–8); 11) 0,84 : (–1,2);
2) –44 : 4; 7) –96 : 4; 12) –313,1 : 1,01;
3) –3 : 12; 8) 45 : (–15); 13) 0,82 : (–2);
4) –10 : 25; 9) 6 : (–12); 14) –16,9 : 13;
5) 544 : (–16); 10) 0,1 : (–2,5); 15) –2 : 0,002.

***1316°.*** Вычислите:
1) 196 : (–4); 3) –0,6 : 2; 5) 22,5 : (–0,25);
2) –42 : 6; 4) –12 : 6; 6) –14,4 : 0,32.

**1317°.** Является ли верным неравенство:
1) –2,3 : (–7) < 0; 2) –42 : (–5,4) > 0; 3) –2 : (–8) < 0?

**1318°.** Вычислите:
1) –48 : (–12); 4) –8 : (–56); 7) –8,1 : (–0,9);
2) –42 : (–6); 5) –459 : (–9); 8) –4,41 : (–2,1);
3) –65 : (–5); 6) –1,25 : (–0,5); 9) –0,404 : (–0,04).

**1319°.** Вычислите:
1) –124 : (–4); 2) –80: (–160); 3) –84,25 : (–2,5).

**1320°.** По данным таблицы 20 определите знак числа $b$.

*Таблица 20*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Знак числа $a$ | + | – | – | + |
| Знак числа $b$ | | | | |
| Знак частного $a : b$ | – | + | – | + |

***1321°.*** Сравните с нулём выражение:

1) $-3 : (-32) \cdot 65$;
2) $42 : (-4{,}4) \cdot (-2{,}9) : (-7{,}08)$;
3) $-36 : (-6)$;
4) $64 : (-0{,}8) \cdot (-9) : (-3{,}3)$.

**1322°.** По данным таблицы 21 определите знак выражения.

*Таблица 21*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Число $a$ | 90 | –42 | –6,8 | –1 |
| Число $b$ | –10 | 2,1 | 1 | –1,2 |
| Знак частного $a : b$ | | | | |
| Знак произведения $a \cdot b$ | | | | |
| Знак суммы $a + b$ | | | | |

**1323°.** Вычислите:

1) $-6 : 1$;
2) $-3{,}67 : 1$;
3) $0 : 6$;
4) $0 : (-5{,}98)$;
5) $51 : (-1)$;
6) $1 : \left(-4\frac{5}{7}\right) \cdot (-0{,}33) : (-1)$.

***1324°.*** Вычислите:

1) $-13 : 1$;
2) $-56 : (-1)$;
3) $187 : (-1)$;
4) $0 : 6$;
5) $8{,}92 : 1 : (-0{,}2) : (-1)$;
6) $1 : \frac{1}{2} : (-1) \cdot (-2{,}5)$.

**1325°.** Найдите $x$, если:

1) $x : 2 = 0$;
2) $x : (-34) = 0$;
3) $x : 0{,}09 = 0$;
4) $x : (-34) = 0$.

***1326°.*** Найдите $x$, если:

1) $x : 4 = 0$;
2) $x : (-0{,}4) = 0$;
3) $x : (-4) = 4$.

**1327°.** Вычислите:

1) $15 : (-15)$;
2) $-0{,}9 : 0{,}9$;
3) $1 : (-1)$;
4) $\frac{1}{8} : \left(-\frac{1}{8}\right)$.

**1328°.** Начертите в тетради и заполните таблицу 22.

*Таблица 22*

| $a$ | –32 | –8 | –1 | 1 | 5 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $1 : a$ | | | | | | |
| $a : 1$ | | | | | | |
| $a : (-1)$ | | | | | | |
| $-1 : a$ | | | | | | |
| $0 : a$ | | | | | | |
| $a : (-a)$ | | | | | | |

**1329°.** Вычислите:

1) –5,05 : (–5); 2) 5,05 : 5; 3) –5,05 : 5; 4) 5,05 : (–5).

***1330°.*** Вычислите:

1) –84 : (–2); 2) 84 : 2; 3) 84 : (–2); 4) –84 : 2.

**1331°.** Вычислите:

1) –0,6 : (–2) – 2 · (–3) : (–2,4) + (–2,3);
2) 6,4 – 2 · (–16) : (–0,1) : 400;
3) –7,7 : 11 + (–5,8) : (26 : (–13));
4) $56 : (-0{,}08) : \left(-\frac{7}{9}\right) : 3$.

***1332°.*** Вычислите:

1) $-1{,}2 : \frac{1}{3} \cdot (-2) : 4{,}5$;
2) 0,1 : (–10) + 81 : (–0,9) : (–3) · (–0,01);
3) 4,4 – 2,4 : (–0,24) + (–1212) : (–12).

**1333°.** Верно ли сравнили выражения:

1) $-5{,}6 : (-2{,}8) > 4\frac{1}{2}$; 2) $0{,}5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) < (-6{,}6) : \frac{5}{7}$?

**1334°.** Сравните значения выражений:

1) –8 : (–2) и 8 : 2; 3) –15 : (–6) и –15 : 6;
2) $30 : \left(-\frac{1}{2}\right)$ и –15 : 30; 4) $128 : (-2)$ и $-8 : \frac{1}{8}$.

***1335°.*** Сравните значения выражений:

1) –100 : (–2) и 100 : 2; 3) –6 · (–3) и –6 : (–3);
2) –7,2 : (–10) и 7,2 : 10; 4) 45 : (–9) и –9 : 45.

**1336°.** Решите уравнение:

1) $x : 3 = 0$; 2) $-1{,}2 : x = 4$; 3) $0{,}3 : x = 0{,}6$; 4) $-\frac{3}{8}x = 15$.

**1337°.** Решите уравнение:

1) $x : (-7,1) = 0$; 2) $-5 : x = 6$; 3) $0,42 : x = -0,01$.

**1338.** Вычислите:

1) $\frac{1}{2} : (-6)$; 3) $-2\frac{1}{5} : \frac{1}{5}$; 5) $8 : \left(-\frac{1}{8}\right)$;

2) $\frac{3}{4} : \left(-\frac{8}{13}\right)$; 4) $\frac{12}{77} : \left(-\frac{15}{33}\right)$; 6) $-\frac{2}{3} : 0,4$.

**1339.** Найдите значение выражения:

1) $-16 \cdot (14 + (-240) : 120) - 960 : (-24)$;

2) $-2450 : 35 - (-49) - 50702 : (-101)$.

**1340.** Найдите значение выражения:

1) $-67928 : 1213 - 625 : (-25)$;

2) $-512 : 256 + (-201) : 67 - 968 : (-22)$.

**1341.** Является ли значение выражения целым числом:

1) $1,2 : (-2,8) : 2\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{1}{3} : \frac{4}{3} : 4$; 3) $-\frac{1}{2} : 3,2 : 24$?

**1342.** Какой знак нужно поставить между выражениями:

1) $-8 \cdot 0,4 + 0,6 : \left(-\frac{1}{2}\right)$ и $4,2 : (-2,1) + 1$;

2) $1 - 0,3 : (-1,2)$ и $1\frac{1}{2} : (-2,5)$?

Запишите соответствующее неравенство.

**1343.** Вычислите:

1) $-\frac{2}{9} : (-18)$; 3) $\frac{1}{24} : \left(-\frac{7}{12}\right)$; 5) $-\frac{1}{12} : \left(-\frac{2}{15}\right)$;

2) $-\frac{1}{25} : (-0,2)$; 4) $-\frac{18}{25} : (-0,36)$; 6) $-7 : \left(-\frac{1}{14}\right)$.

**1344.** Найдите значение выражения:

1) $15 \cdot (-6) : (-120) - (-80) : (-1600)$;

2) $-175 : (-35) - 0 : 348 - 78309 : (-78309)$.

**1345.** Найдите значение выражения:

1) $-8679 : (-789) + (-2025) : (-45)$;

2) $-3564 : (-9) : (-11 \cdot 2 - 0 : (-34))$.

**1346.** Является ли значение выражения целым отрицательным числом:

1) $-0,05 : (-0,002)$; 2) $-\frac{5}{7} : \left(-\frac{7}{5}\right) : (-8)$?

**1347.** Какой знак нужно поставить между выражениями:

1) $-8{,}5 : \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-2\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{11}{20}\right)$ и $-5{,}2 : \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot 0{,}02$;

2) $0 : \left(-9\frac{4}{7}\right)$ и $-6\frac{1}{4} : (-2{,}5) + (-5{,}5) : (-1{,}1)$?

Запишите соответствующее неравенство.

**1348.** Вычислите:

1) $-5{,}805 : \left(-\frac{5}{8}\right) + 9{,}016 : (-7)$;

2) $-6{,}4 : \left(-2\frac{2}{15}\right) - (-5{,}2) : \left(-3\frac{7}{15}\right) + (-5{,}4) : \left(-\frac{3}{5}\right)$;

3) $-18{,}2 : \left(-8\frac{2}{3}\right) + \left(-8\frac{1}{2}\right) : (-1{,}7) + 3\frac{5}{9} : (-0{,}16) \cdot 4{,}14 : 23$.

**1349.** Решите уравнение:

1) $(x - 4) : 7 = 0$;
2) $(-1{,}1 + x) : 8{,}8 = 0$;
3) $(-1{,}8 + x) : |-0{,}24| = 0$;
4) $|x| : (-5) = 0$;
5) $|x - 5| : 0{,}3 = 0$.
6) $||x| - 111| : (-111) = 0$.

***1350.*** Решите уравнение:

1) $(x - 36) : 54 = 0$; 2) $(0{,}2 + x) : (-14) = 0$; 3) $|x| : |-10| = 0$.

**1351.** Положительным или отрицательным является число $a$, если:

1) $-5 : a < 0$; 2) $\frac{1}{12} : a < 0$; 3) $-0{,}3 : (-a) > 0$?

***1352.*** Вычислите:

1) $(-7{,}7 - 7{,}3) \cdot \left(-\frac{7}{25} : (-6{,}3) + (-2{,}6) : 1\frac{4}{5}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{5} + 5{,}6 : 1{,}4\right) : \left(-\frac{1}{7} \cdot (-2{,}1) + (-1{,}5) : (-0{,}75)\right)$;

3) $-3{,}2 : (-0{,}8) + (-1{,}4) : \frac{1}{2} : \left(1 - \frac{3}{10} : (-1{,}8)\right)$.

**1353.** С числами $-0{,}7$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{1}{10}$; $-2\frac{1}{3}$ выполните такие действия:

1) разделите произведение наибольшего и наименьшего из данных чисел на число $-2$;

2) произведение данного положительного числа и наибольшего из данных отрицательных чисел разделите на число, противоположное числу $-4$.

**1354.** Запишите каждое из чисел –4, –1,5, 0,6, 8,2 в виде частного, делитель которого равен: 1) –1; 2) 1; 3) 2; 4) 0,1; 5) –4.

**1355.** Число 4,6 разделили на $-\frac{3}{4}$, затем прибавили половину начального числа и получили $\frac{x}{3}$. Найдите значение $x$.

***1356.*** Число –3 разделили на $-\frac{1}{16}$, затем прибавили четвёртую часть числа 98 и получили $\frac{x}{5}$. Найдите значение $x$.

**1357.** Частное двух чисел равно –25. Найдите делитель, если делимое является наибольшим целым отрицательным двузначным числом.

**1358.** Число $5\frac{3}{4}$ два раза разделили на –2,5, а потом ещё два раза — на модуль числа, противоположного сумме чисел 2,04 и $-\frac{1}{25}$. Какое число получили?

***1359.*** Число –4,5 три раза разделили на –3, а потом квадрат полученного числа умножили на произведение чисел 10,8 и $-1\frac{2}{3}$. Какое число получили?

**1360.** Найдите сумму всех целых чисел, меньших числа 84,78 и больших числа –96 и которые делятся на 5.

**1361*.** Найдите значение выражения:

1) $6\frac{13}{22}+5\frac{5}{11}:(-4)-\frac{5}{132}:\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)^2:1\frac{7}{18}$;

2) $\left(-4\frac{10}{11}\cdot 2\frac{1}{5}\right)\cdot\left(2\frac{17}{25}:\left(-1\frac{19}{48}\right)\right):\left(-6:2\frac{5}{8}\right):\left(-7+5\frac{4}{29}\right):\left(\frac{4}{15}+\frac{9}{75}\right)$;

3) $\left(40:\left(-2\frac{2}{15}\right)-25\frac{5}{7}:\left(-1\frac{1}{35}\right)\right):\left(-21\frac{7}{9}:4\frac{2}{3}+1\right)\cdot\left(-3\frac{2}{3}\right)$;

4) $\left(\frac{11}{-9+2\frac{1}{3}}-\frac{1}{6}\cdot 12{,}5+1\frac{13}{30}\right):(-0{,}23)-0{,}005\cdot 1050$.

**1362*.** Найдите значение выражения:

1) $\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6-7\cdot8\cdot9}{7\cdot8\cdot9-1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}$; 2) $\frac{51\cdot52\cdot53\cdot54-50\cdot51\cdot52\cdot53}{52\cdot53\cdot54\cdot55-51\cdot52\cdot53\cdot54}$.

**1363*.** Алёна задумала целое число. Если к его половине прибавить его четвёртую часть, то получим –18. Какое число задумала Алёна?

**1364*.** Найдите частное, если делимое является произведением целых чисел от –12 до 45, а делитель — произведением всех чётных двузначных чисел.

**1365*.** Найдите частное, если делимое является произведением целых чисел от 5 до 55, а делитель — произведением противоположных им чисел.

**1366*.** Решите уравнение:

1) $x : (x - 2{,}6) = 0$;
2) $|x - 23| \cdot (x + 12{,}7) : x = 0$;
3) $(x - 3)(4 - x) : (x - 5) = 0$;
4) $(x + 0{,}4) \cdot x : (0{,}1 - x) = 0$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1367.** Автомобиль, двигаясь со скоростью 80 км/ч, проезжает весь путь за 4,5 ч. С какой скоростью нужно двигаться автомобилю, чтобы преодолеть этот путь за 4 ч?

**1368.** 2 кг клубники содержит 1200 мг витамина С. Суточная норма витамина С для четырёх детей составляет 240 мг. Сколько граммов клубники нужно съесть трём детям, чтобы обеспечить суточную норму витамина С?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1369.** Найдите: 1) 20 % от $|-120|$; 2) 10 % от 0,35.

**1370.** Сколько разных чисел можно составить из цифр 1, 2 и 0?

**1371.** Найдите НОК и НОД чисел:

1) 120 и 48; 2) 35 и 105.

**1372.** Сколько двузначных чисел делится на 6 без остатка?

**1373.** Какова последняя цифра в записи числа, равного значению выражения:

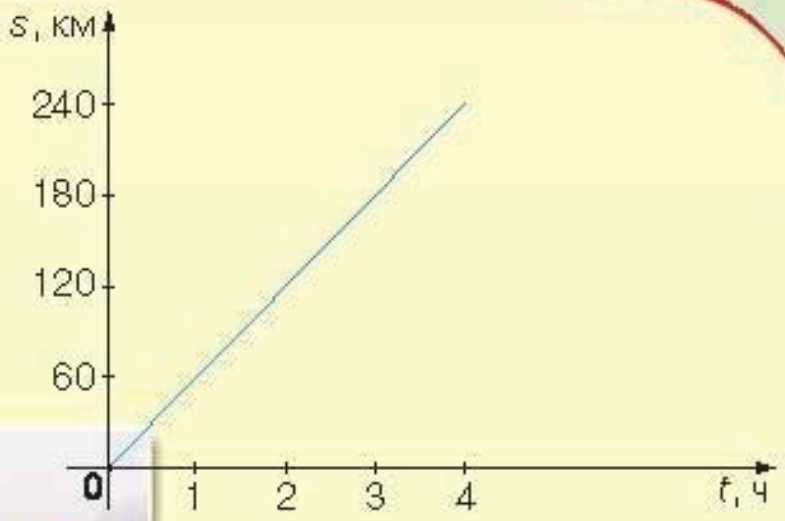
1) $(2^2)^2$; 2) $(3^3)^3$; 3) $(2^3)^2$; 4) $(3^2)^3$?

ГЛАВА 5

# ВЫРАЖЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ

**В главе узнаете:**

- о выражениях и их упрощении;
- каковы свойства равенств;
- как решать уравнения на основе свойств равенств;
- какие виды задач решают с помощью уравнений;
- что такое перпендикулярные прямые и как их строить;
- какие прямые называются параллельными и как их строить;
- что такое координатная плоскость;
- как определить координаты точки на плоскости;
- что такое график зависимости между величинами и как его построить;
- как применять изученный материал на практике



$$2 \cdot x = 120$$

# § 30. ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ УПРОЩЕНИЕ

Вы уже знаете, что такое буквенные выражения, и умеете их упрощать с помощью законов сложения и умножения. Например, $2a \cdot (-4b) = -8ab$. В полученном выражении число $-8$ называют *коэффициентом* выражения.

? Есть ли коэффициент в выражении $cd$? Да. Он равен 1, поскольку $cd = 1 \cdot cd$.

Вспомним, что преобразование выражения со скобками в выражение без скобок называется *раскрытием скобок*. Например: $5(2x + 4) = 10x + 20$.

Обратным действием в этом примере является *вынесение общего множителя за скобки*.

Слагаемые, содержащие одинаковые буквенные множители, называют *подобными слагаемыми*. С помощью вынесения общего множителя за скобки *сводят подобные слагаемые*:

$$5x + y + 4 - 2x + 6y - 9 =$$
$$= (5x - 2x) + (y + 6y) + (4 - 9) =$$
$$= (5 - 2) \cdot x + (1 + 6) \cdot y - 5 =$$
$$= 3x + 7y - 5.$$

**Запомните!**

**Правила раскрытия скобок**

1. **Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках сохраняют;**
2. **Если перед скобками стоит знак «–», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках изменяют на противоположные.**

**Задача 1.** Упростите выражение: 1) $4x + (-7x + 5)$; 2) $15y - (-8 + 7y)$.

**Решение.** 1. Перед скобками стоит знак «+», поэтому при раскрытии скобок знаки всех слагаемых сохраняются:

$$4x + (-7x + 5) = 4x - 7x + 5 = -3x + 5.$$

2. Перед скобками стоит знак «–», поэтому при раскрытии скобок знаки всех слагаемых изменяются на противоположные:

$$15y - (-8 + 7y) = 15y + 8 - 7y = 8y + 8.$$

Для раскрытия скобок используют распределительное свойство умножения: $a(b + c) = ab + ac$. Если $a > 0$, то знаки слагаемых $b$ и $c$ не изменяют. Если $a < 0$, то знаки слагаемых $b$ и $c$ изменяют на противоположные.

**Задача 2.** Упростите выражение: 1) $2(6y - 8) + 7y$; 2) $-5(2 - 5x) + 12$.

**Решение.** 1. Множитель 2 перед скобками является положительным, поэтому при раскрытии скобок знаки всех слагаемых сохраняем: $2(6y - 8) + 7y = 12y - 16 + 7y = 19y - 16$.

2. Множитель –5 перед скобками является отрицательным, поэтому при раскрытии скобок знаки всех слагаемых изменяем на противоположные: $-5(2 - 5x) + 12 = -10 + 25x + 12 = 2 + 25x$.

## Узнайте больше

1. Слово «сумма» происходит от латинского *summa*, что значит «итог», «общее количество».
2. Слово «плюс» происходит от латинского *plus*, что значит «больше», а слово «минус» — от латинского *minus*, что значит «меньше». Знаки «+» и «–» используют для обозначения действий сложения и вычитания. Эти знаки ввёл чешский учёный **И. Видман** в 1489 г. в книге «Быстрый и приятный счёт для всех торговцев» (рис. 138).

72
4 + 5 Wilt du das wyſ-
4——17 ſen oder deßgley-
3 + 30 chen/So ſumier
4——19 die zentner vnd
3 + 44 lb vnnd was auß
3 + 22 —iſt/das iſt mi-
zentner 3——11 lb nus d3 ſetz beſon-
3 + 50 der vnnd werden
4——16 4539 lb (So
3 + 44 du die zentner
3 + 29 zů lb gemachet
3 —12 haſt vnnd das /
3 + 9 + das iſt mer
darzů Addiereſt )vnd 75 minus. Nun
ſolt du für holz abſchlahen allweeg für
ainlegel 24 lb. Vnd das iſt 13 mal 24.
vnd macht 312 lb darzů addier das —
das iſt 75 lb vnd werden 387. Die ſub-
trahier von 4539. Vnd bleyben 4152
lb. Nun ſpuch 100 lb das iſt ein zentner
pro 4 ſt ½ wie kumen 4152 lb vnd kume
171 ſt 5 ß 4 heller. Vnd iſt recht gmacht
Pfeffer
A

Рис. 138

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие слагаемые называют подобными? Как приводят подобные слагаемые?
2. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит знак «+»?
3. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит знак «–»?
4. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит положительный множитель?
5. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит отрицательный множитель?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1374′.** Назовите коэффициент выражения:
1) $12a$; 2) $4b$; 3) $-5{,}6xy$; 4) $-c$.

**1375′.** Назовите слагаемые, отличающиеся только коэффициентом:
1) $10a + 7b - 2b + a$; 3) $5n + 5m - 4n + 4$;
2) $5c - 4d - 5c + 4d$; 4) $5x + 4y - x + y$.
Как называются такие слагаемые?

**1376′.** Являются ли подобными слагаемые в выражении:
1) $11a + 10a$; 3) $6n + 15n$; 5) $25p - 10p + 15p$;
2) $14c - 12$; 4) $12m + m$; 6) $8k + 10k - n$?

**1377′.** Нужно ли изменять знаки слагаемых в скобках, раскрывая скобки в выражении:
1) $4 + (a + 3b)$; 2) $-c + (5 - d)$; 3) $16 - (5m - 8n)$?

**1378°.** Упростите выражение и подчеркните коэффициент:
1) $-4a \cdot 6b$; 4) $x \cdot (-y) \cdot (-z)$;
2) $1{,}5c \cdot (-4d)$; 5) $-\frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{2} \cdot 12b$;
3) $-3n \cdot 5m \cdot (-2)$; 6) $-\frac{1}{2}x \cdot (-4y) \cdot (-z)$.

**1379°.** Упростите выражение и подчеркните коэффициент:
1) $5a \cdot (-6b)$; 3) $-0{,}2n \cdot (10m)$;
2) $-4c \cdot 5d \cdot (-4)$; 4) $15x \cdot \left(-\frac{1}{30}y\right)$.

**1380°.** Приведите подобные слагаемые:
1) $4a - 3a + 6a - 2a$; 4) $10 - 4d - 12 + 4d$;
2) $4b - 5b + 4 + 5b$; 5) $5a - 12b - 7a + 5b$;
3) $-7c + 5 - 3c + 2$; 6) $14n - 12m - 4n - 3m$.

**1381°.** Приведите подобные слагаемые:
1) $6a - 5a + 8a - 7a$; 3) $5c + 4 - 2c - 3c$;
2) $9b + 12 - 8 - 4b$; 4) $-7n + 8m - 13n - 3m$.

**1382°.** Вынесите общий множитель за скобки:
1) $1{,}2a + 1{,}2b$; 3) $-3n - 1{,}8m$; 5) $-5p + 2{,}5k - 0{,}5t$;
2) $0{,}5c + 5d$; 4) $1{,}2n - 1{,}8m$; 6) $-8p - 10k - 6t$.

**1383°.** Вынесите общий множитель за скобки:
1) $6a - 12b$; 3) $-1{,}8n - 3{,}6m$;
2) $-0{,}2c + 1{,}4d$; 4) $3p - 0{,}9k + 2{,}7t$.

**1384°.** Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

1) $5 + (4a - 4)$;
2) $17x - (4x - 5)$;
3) $(7b - 4) - (4b + 2)$;
4) $-(5c - d) + (4d + 5c)$;
5) $(n - m) - (-2m - 3n)$;
6) $(-5x + y) - (-2y + 4x) + (7x - 3y)$.

**1385°.** Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

1) $10a + (4 - 4a)$;
2) $-(4b - 10) + (4 - 5b)$;
3) $(c - 5d) - (-d + 5c)$;
4) $-(5n + m) + (-4n + 8m) - (2m - 5n)$.

**1386°.** Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $15 + (-12 + 4{,}5)$;
2) $23 - (5{,}3 - 4{,}7)$;
3) $(14{,}2 - 5) - (12{,}2 - 5)$;
4) $(-2{,}8 + 13) - (-5{,}6 + 2{,}8) + (2{,}8 - 13)$.

**1387°.** Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $(14 - 15{,}8) - (5{,}8 + 4)$;
2) $-(18 + 22{,}2) + (-12 + 22{,}2) - (5 - 12)$.

**1388°.** Раскройте скобки:

1) $0{,}5 \cdot (a + 4)$;
2) $-c \cdot (2{,}7 - 1{,}2d)$;
3) $1{,}6 \cdot (2n + m)$;
4) $(n - m) \cdot (-2{,}4p)$;
5) $3 \cdot (-1{,}5p + k - 0{,}2t)$;
6) $(4{,}2p - 3{,}5k - 6t) \cdot (-2a)$.

**1389°.** Раскройте скобки:

1) $2{,}2 \cdot (x - 4)$;
2) $-2 \cdot (1{,}2n - m)$;
3) $(4c - d) \cdot (-0{,}5y)$;
4) $6 \cdot (-p + 0{,}3k - 1{,}2t)$.

**1390.** Упростите выражение:

1) $1{,}5a \cdot 4b$;
2) $0{,}5c \cdot (-2d)$;
3) $-3n \cdot 0{,}8m \cdot 2$;
4) $2x \cdot (-y) \cdot (-0{,}25)$;
5) $\frac{1}{3}a \cdot \frac{2}{3}b \cdot (-9)$;
6) $-\frac{1}{8}x \cdot (-5y) \cdot 2{,}4z$.

**1391.** Упростите выражение:

1) $4{,}5a \cdot (-2b)$;
2) $-2c \cdot (-0{,}1d) \cdot 5$;
3) $-0{,}5n \cdot 6 \cdot (-5m) \cdot 1\frac{1}{3}$;
4) $-3x \cdot (-5{,}2y) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{13}z$.

**1392.** Приведите подобные слагаемые:

1) $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b - \frac{5}{6}a - 1\frac{1}{3}b$;
2) $\frac{2}{3}c + 0{,}5d + \frac{2}{6}c - 2\frac{1}{4}d$;
3) $-2{,}5m + 4n - \frac{1}{2}m - 1{,}4n$;
4) $-12p + \frac{1}{7}k - 5\frac{3}{14}k - 3\frac{1}{5}p$;
5) $\frac{4}{5}x - 1{,}8 + 5x - 2{,}8x$;
6) $5{,}6y + 10{,}4 - 2\frac{3}{5}y + 6{,}3 - 3y + 4{,}1$.

**1393.** Приведите подобные слагаемые:

1) $0,5a+\frac{2}{5}b-2\frac{1}{2}a-1,4b$;

2) $0,24c-0,25d+1,16c-2\frac{1}{4}d$;

3) $-4,5m+4m-2\frac{1}{2}m-1,4n$;

4) $-3\frac{4}{5}p+\frac{1}{5}-5\frac{2}{15}-3,2p$.

**1394.** Упростите выражение:

1) $2,8\cdot(0,5a+4)-2,5\cdot(2a-6)$;

2) $-12\cdot(8-2,5y)+4,5\cdot(-6y-3,2)$;

3) $(2,7c+1,8d)\cdot\frac{1}{9}+(2,8c-4,9d)\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)$;

4) $(-12,8m+24,8n)\cdot(-0,5)-(3,5n-4,05m)\cdot 2$.

**1395.** Упростите выражение:

1) $0,4\cdot(2+a)-1,5\cdot(a-6)$;

2) $15\cdot\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}y\right)-6\cdot\left(0,5y-\frac{1}{3}x\right)$.

**1396.** Найдите значение выражения:

1) $4\cdot(0,2a-3)-(5,8a-16)$, если $a=-5$;

2) $2\cdot(7-5b)+15b-3\cdot(2b+5)$, если $b=-0,8$;

3) $-3\cdot\left(\frac{2}{3}c-1\frac{1}{6}d\right)+8\cdot\left(2,5d-5\frac{1}{4}c\right)$, если $c=0,5$, $d=-2$;

4) $1,6\cdot\left(\frac{1}{8}m+2,5n\right)-\left(4,5n-1\frac{1}{2}m\right)\cdot(-2)-(-12m+14n)$, если $m=0,25$, $n=5,7$.

**1397.** Найдите значение выражения:

1) $-4\cdot(x-2)+2\cdot(6x-1)$, если $x=-0,25$;

2) $15\cdot\left(\frac{2}{5}a-\frac{1}{3}b\right)-18\cdot\left(-\frac{2}{9}b-\frac{1}{18}a\right)$, если $a=-12$, $b=0,5$.

**1398*.** Найдите ошибку в решении:

1) $5\cdot(a-2,4)-7\cdot(-a+1,2)=5a-12-7a+8,4=-2a-3,6$;

2) $-4\cdot(2,3a-b)+4,2\cdot(-b-3,5a)=-9,2a+4b+4,2b-$
$-14,7a=-5,5a+8,2b$.

**1399*.** Раскройте скобки и упростите выражение:

1) $2ab-3(b(4a-1)-b(6-10a))+7b$;

2) $20-5c\left(2d-\left(4-\frac{8}{c}\right)+2(3d-4)\right)$.

**1400*.** Расставьте скобки так, чтобы получить верное равенство:

1) $a - b - a + b = 2a$; 2) $a - 2b - 2a + b = 3a - 3b$.

**1401*.** Докажите, что для любых чисел $a$ и $b$, если $a > b$, то выполняется равенство:

1) $(a + b) + (a - b) = 2a$; 2) $(a + b) - (a - b) = 2b$.

Будет ли верным данное равенство, если: а) $a < b$; б) $a = b$?

**1402*.** Докажите, что для любого натурального числа $a$ среднее арифметическое его предыдущего и последующего за ним чисел равно числу $a$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1403.** Для приготовления фруктового десерта для трёх человек нужно: 2 яблока, 1 апельсин, 2 банана и 1 киви. Как составить буквенное выражение для определения количества фруктов, необходимых для приготовления десерта для $n$ гостей? Помогите Марине подсчитать, сколько фруктов нужно приобрести, если к ней в гости прийдут: 1) 5 друзей; 2) 8 друзей.

**1404.** Составьте буквенное выражение для определения времени, необходимого на выполнение домашнего задания по математике, если на решение задач затрачено $a$ мин, а на упрощение выражений — в 2 раза больше, чем на решение задач. Сколько времени выполнял домашнее задание Вася, если на решение задач он затратил 15 мин?

**1405.** Обед в школьной столовой состоит из салата, борща, голубцов и компота. Стоимость салата составляет 20 %, борща — 30 %, голубцов — 45 %, компота — 5 % общей стоимости обеда. Составьте выражение для нахождения стоимости обеда в школьной столовой. Сколько стоит весь обед, если цена салата —2 грн?

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1406.** Решите уравнение: 1) $\frac{1}{5} = \frac{-3}{9-2x}$; 2) $\frac{4}{1-2y} = \frac{5}{8}$.

**1407.** На мороженое Таня потратила $\frac{1}{7}$ всех имеющихся денег, а на конфеты — $\frac{1}{3}$ того, что осталось. Сколько денег осталось у Тани, если конфеты стоят 12 грн?

# § 31. УРАВНЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА УРАВНЕНИЙ

Вы уже знаете, что такое *уравнение, корень уравнения*. Вспомним основные формулировки.

**Запомните!**

***Уравнением*** **называется равенство, содержащее неизвестное, значение которого нужно найти.**

Неизвестное число в уравнении обозначают буквой $x$, или $y$, или $z$ и т.п. Например, запись $4x+7=15$ является уравнением, где $x$ — неизвестное и является искомым.

**Запомните!**

**Значение неизвестного, обращающее уравнение в верное числовое равенство, называется *корнем уравнения*.**

Так, корнем уравнения $4x+7=15$ является число 2, поскольку $4\cdot 2+7=15$.

Уравнение может иметь больше одного корня. Например, уравнение $0 \cdot x = 0$ имеет бесконечно много корней, так как любое число обращает уравнение в верное числовое равенство. С уравнениями, имеющими два, три или более корней, вы ознакомитесь позднее.

Уравнение может и не иметь корней. Например, уравнение $0 \cdot x = -12$ не имеет корней, так как не существует числа, которое в произведении с числом 0 даёт число $-12$.

**Запомните!**

***Решить уравнение*** **— значит найти все его корни или установить, что уравнение не имеет ни одного корня.**

В 5 классе вы находили корень уравнения как неизвестный компонент арифметического действия. При

решении более сложных уравнений опираются на свойства равенств. Рассмотрим основные из них.

Посмотрите на рисунок 139. Вы видите, что на левой чаше весов находится арбуз неизвестной массы, а на правой — гири массой 5 кг и 3 кг. Если на обе чаши весов положить по гире массой 3 кг, то весы останутся в равновесии (рис. 140). Понятно, что, сняв эти гири или поставив на весы одинаковые гири другой массы, снова получим равновесие на весах. Этот пример иллюстрирует следующее *свойство равенств*.

**Запомните!**

**Если к обеим частям равенства прибавить (из обеих частей равенства вычесть) одно и то же число, то равенство не изменится.**

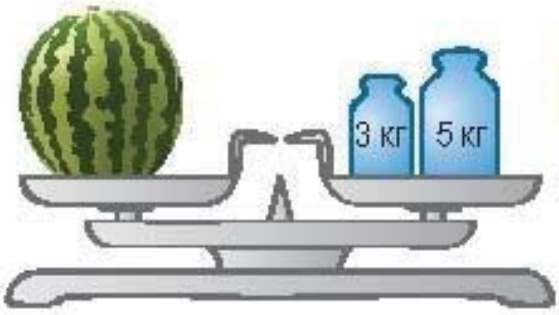



Рис. 139

Рис. 140

**Задача 1.** Решите уравнение: 1) $x - 12 = 20$.

**Решение.** К левой и правой частям уравнения прибавим число 12 и упростим полученное равенство:

$$x - 12 = 20,$$
$$x - 12 + 12 = 20 + 12,$$
$$x = 20 + 12,$$
$$x = 32.$$

Решая уравнение, в левой его части «уединили неизвестное». Такой же результат получим, если число 12 перенесём из левой части в правую, изменив при этом его знак.

**Запомните!**

**Слагаемое можно переносить из одной части уравнения в другую, изменяя знак этого слагаемого на противоположный.**

Можно ли переносить в другую часть уравнения слагаемое, содержащее неизвестное? Да.

Посмотрите на рисунок 141. Вы видите, что масса пакета муки равна 2 кг. Понятно, что масса трёх таких пакетов втрое больше (рис. 142). Этот пример иллюстрирует другое свойство равенств.

**Запомните!**

**Если обе части равенства умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то равенство не изменится.**

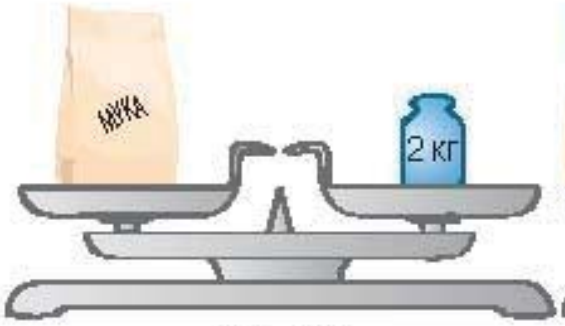



Рис. 141

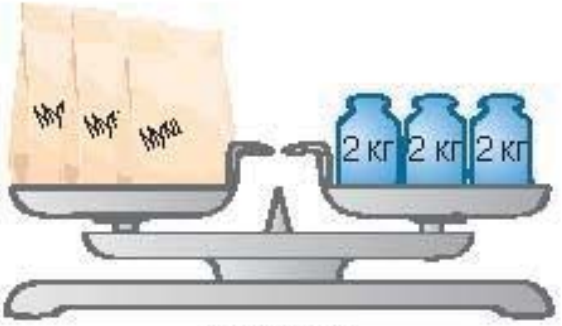



Рис. 142

Данное свойство используют для решения уравнений. Рассмотрим пример.

**Задача 2.** Решите уравнение $\frac{1}{3}x + 10 = x$.

**Решение.** Чтобы избавиться от дробного коэффициента, умножим на 3 обе части уравнения:

$$\frac{1}{3}x + 10 = x, \quad |\cdot 3$$

$$x + 30 = 3x,$$

$x - 3x = -30,$

$-2x = -30, \quad | : (-2)$

$x = 15.$

Ответ: 15.

**Запомните!**

**Основные свойства уравнений**

1. **Корни уравнения не изменятся, если к обеим частям уравнения прибавить (из обеих частей уравнения вычесть) одно и то же число.**
2. **Корни уравнения не изменятся, если обе части уравнения умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля.**

**Узнайте больше**

Считают, что язык алгебры — это уравнения. «Чтобы решить вопросы, относящиеся к числам или к абстрактным отношениям величин, нужно лишь перевести задачу с родного языка на язык алгебраический», — писал великий И. Ньютон (1643–1727) в своём учебнике по алгебре, названном «Общая арифметика».

**ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ**

1. Что такое уравнение? корень уравнения?
2. Что означает «решить уравнение»?
3. Сколько корней может иметь уравнение?
4. Сформулируйте основные свойства уравнений.

**РЕШИТЕ ЗАДАЧИ**

**1408′.** Какая из записей является уравнением:
1) $14 \cdot 4 = 56$; 2) $5x - 10 = 0$; 3) $y + 7 > 21$; 4) $15 = 4z + 1$?
Ответ объясните.

**1409′.** Петя утверждает, что корнем уравнения является число, подстановка которого в уравнение преобразует его в равенство. Прав ли Петя?

**1410′.** Сколько корней может иметь уравнение? Приведите пример уравнения, которое: 1) не имеет корней; 2) имеет бесконечно много корней.

**1411′.** На любое ли число можно умножить обе части уравнения при его решении? А разделить? Ответ объясните.

**1412°.** Является ли число 3 корнем уравнения:

1) $2x - 6 = 0$;
2) $5y + 15 = 0$;
3) $3x - 1 = 5$;
4) $4x = 9 + x$?

Ответ объясните.

**1413°.** Верно ли, что число 0 является корнем уравнения:

1) $-6x = 0$;
2) $0 : y = -25$;
3) $5x = 0$;
4) $1{,}2 : y = 0$?

**1414°.** Назовите шаги решения уравнения:

1) $2x + 10 = -3x$;
2) $-4y - 5 = 3$;
3) $5x + 4 = -2x - 10$;
4) $12 - 3y = 8 + y$.

Какие свойства уравнений вы при этом использовали?

**1415°.** Решите уравнение:

1) $9x - 16 = 2$;
2) $4 - 2y = 24$;
3) $6x = 32 - 2x$;
4) $-2y = 4y + 24$;
5) $3x - 8 = x$;
6) $-20 = 4y + 8$;
7) $5x + 4 = 3x - 12$;
8) $-y + 25 = 12y - 1$;
9) $10 = 4z - 2 - 2z$;
10) $-2 = 3x + 14 + x$;
11) $10y + 6 = 12y - 8$;
12) $11z - 3 = -3 - 12z$.

***1416°.*** Решите уравнение:

1) $5x - 16 = 14$;
2) $8y = 10 + 3y$;
3) $24x - 16 = 8 + 12x$;
4) $12 - y = 2y + 6$;
5) $3x + 3 = 27 - 5x$;
6) $-3y - 8 = 2y + 7$.

**1417°.** Найдите корень уравнения:

1) $0{,}8x + 1 = 1{,}7x + 0{,}1$;
2) $0{,}2y - 4 = 20 - 0{,}2y$;
3) $0{,}2 - z = 0{,}1 + 0{,}5z$;
4) $\frac{2}{3}x + 5 = 3 + \frac{7}{9}x$;
5) $\frac{1}{14}y - 1 = \frac{1}{4}y - \frac{1}{7}y$;
6) $4z - 4\frac{1}{6} = -3\frac{5}{18} - 1\frac{1}{3}z$;
7) $-2x + 4 = -\frac{1}{3}x - 21$;
8) $\frac{2}{3}y + 2 = \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}y - 3$.

**1418°.** Найдите корень уравнения:

1) $1,1 - 0,1z = -1,9 - 0,7z$;
2) $-0,2x + 4 = -2 + 0,1x$;
3) $\frac{1}{2}z - 7 = 1 - \frac{1}{6}z$;
4) $\frac{1}{5}y + 2,3 = \frac{7}{10}y - 3,2$.

**1419°.** Составьте уравнение, содержащее неизвестное в обеих частях, корнем которого является число: 1) 8; 2) 14.

**1420°.** Составьте уравнение, содержащее неизвестное в обеих частях, корнем которого является число: 1) 5; 2) 9.

**1421.** Решите уравнение:

1) $5(x - 4) = 3x - 10$;
2) $4y + 2 = 3(10 - y)$;
3) $7(x - 4) = 5(x + 4)$;
4) $3(y + 1) = 6(1 - y) + 6$;
5) $2(x - 3) - 3(4 - x) = 5$;
6) $7 + 4(3 - y) = 5(y + 2)$;
7) $12 - 5(x + 1) = 7 + 3x - 2x$;
8) $-0,2(3 - y) + 1,2 = -0,2(y - 1)$;
9) $1 - 4z - 3(1 - z) = -5(z + 2)$;
10) $(18 - x) - 7(2x - 4) = 5x + 20$;
11) $3(0,4y + 3) - 0,6y = 8$;
12) $2(2 + x) + (4x - 1) \cdot 3 = 10x - 7$.

**1422.** Решите уравнение:

1) $7(x + 2) = -14$;
2) $8y = 2(5 - y)$;
3) $2(3x - 4) = 4(x - 3)$;
4) $7(x + 3) - 2(x - 5) = 8$;
5) $5 + 3(2y - 1) = 2(y - 3)$;
6) $-x - 5,2 = 12 - 2(x + 0,6) - 10$.

**1423.** Найдите корень уравнения:

1) $0,6\left(0,5x + \frac{2}{3}\right) = 2,25 + 5,3x$;
2) $5 - y = 8 - \frac{1}{3}(4,5y - 5)$;
3) $\frac{1}{2}(x - 4) + 6x = 5 - 1\frac{1}{2}x$;
4) $3,2(1 - 2y) = 0,7(3y - 1,5)$;
5) $\frac{5}{12}(z - 3) = \frac{1}{6}(2z - 7) + 2$;
6) $\frac{5}{8}(x - 2) = \frac{2}{3}(x + 2) - (3 - x)$;
7) $\frac{1}{6}y - \left(0,5 + \frac{8}{9}y\right) = \frac{1}{9}y - \left(\frac{1}{3} + y\right)$;
8) $\frac{3}{5}(3 - 2z) = \frac{2}{5}(9 - z) - 0,3(z - 9)$.

**1424.** Найдите корень уравнения:

1) $1 - \frac{1}{2}(1 - y) = -0,2(y + 1)$;
2) $0,5\left(0,5x - \frac{5}{7}\right) = 3,5x + 1,5$;
3) $4 - 4,5y = 2y - \frac{2}{3}(8y - 10)$;
4) $3 - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}y + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}y + 1,5$.

**1425.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{y}{4} = \frac{2y}{5} - 2\frac{1}{10}$; 3) $\frac{5x}{6} + \frac{x}{3} = 14$; 4) $21 - \frac{2y}{5} = y$.

**1426.** Решите уравнение: 1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=\frac{1}{12}$; 2) $\frac{4y}{3}=8+2y$.

**1427.** Найдите корень уравнения:

1) $\frac{x+8}{3}=\frac{2-x}{2}$;

2) $\frac{3,75-x}{\frac{1}{2}}=\frac{x-2,5}{\frac{1}{3}}$;

3) $\frac{2,5+y}{0,5}=\frac{6+2y}{0,4}$;

4) $\frac{4-6y}{3}=\frac{\frac{1}{3}y-2}{\frac{1}{2}}$.

**1428.** Найдите корень уравнения: 1) $\frac{7+x}{2}=\frac{5+x}{4}$; 2) $\frac{1,5-4y}{\frac{1}{4}}=\frac{-8+8y}{2}$.

**1429*.** Какими могут быть значения $x$ и $y$, если:
1) $x+3y=11$ и $2x+3y=13$; 2) $x+y=18$ и $x-y=6$?

**1430*.** Решите уравнение:

1) $\frac{x+1}{4}-2x=\frac{5-3x}{2}-\left(x+\frac{x-3}{8}\right)$;

2) $\frac{3x+1}{2}+4=\frac{x+4}{3}-\left(3x-\frac{5x-1}{6}\right)$;

3) $4,5:\left(8\frac{1}{3}z+4\frac{1}{6}\right)=0,6:\left(1\frac{1}{3}z-2\right)$;

4) $66\frac{3}{5}:\left(5+3\frac{1}{5}:\frac{\frac{4}{5}-0,8x}{0,5}\right)-7\frac{3}{20}=\frac{1}{4}$.

**1431*.** Дано уравнение:

1) $x+2=a$;
2) $5x-a=10$;
3) $4(x+2)=a+8$;
4) $3(x-2)=2x-a$;
5) $12-5x=8(a+4x)$;
6) $7x-2(a-6)=5x-2$.

Найдите: а) $x$, если $a=3$; б) $a$, если $x=1$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1432.** Тарас демонстрирует друзьям математический фокус «Отгадай дату рождения». Он предлагает одному из них произвести такие действия (в уме): 1) день своего рождения умножить на 2; 2) к результату прибавить 5; 3) полученный результат умножить на 50; 4) прибавить номер месяца, в котором тот родился. Затем просит назвать число. После этого Тарас вычитает из

полученного числа 250. У него получается четырёхзначное или трёхзначное число: первые две или одна цифра — день рождения друга, а две последние — месяц его рождения. В чём секрет фокуса?

**1433.** Придумайте свой математический фокус.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1434.** Вычислите устно значение выражения $12b - 7b - 4b - 9b$, если: 1) $b = 0{,}8$; 2) $b = -20$.

**1435.** Длина садового участка прямоугольной формы равна 75 м, а ширина составляет 0,3 длины. Найдите длину забора, ограждающего этот участок.

# § 32. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В 5 классе с помощью уравнений вы решали задачи на нахождение суммы двух величин или их разности.

В 6 классе будем рассматривать особый вид задач — на *равенство двух величин*. В таких задачах тоже сравнивают две величины, например, количество книг на первой и второй полках. Значения же выражений с этими двумя величинами *приравнивают*.

**Задача.** На первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй. Если с первой полки переставить на вторую 12 книг, то на обеих полках их станет поровну. Сколько книг на каждой полке?

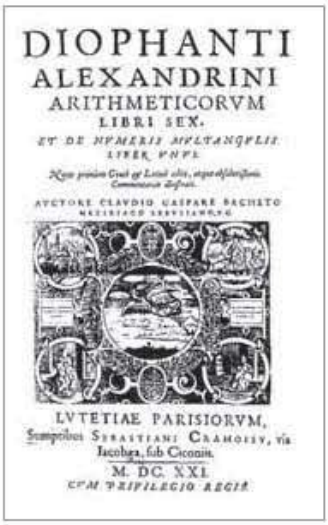
**Решение.** Составим краткую запись задачи в виде таблицы 23.

*Таблица 23*

| Полка | Количество книг | | Сравнение |
|---|---|---|---|
| | Имеется книг | Станет книг | |
| I | $3x$ | $3x - 12$ | = |
| II | $x$ | $x + 12$ | |

Пусть $x$ — количество книг на второй полке, тогда $3x$ — количество книг на первой полке. Если с первой полки переставить на вторую 12 книг, то на первой полке их станет $3x - 12$, а на второй — $x + 12$. По условию, это количество книг одинаково. Составим уравнение: $3x - 12 = x + 12$. Решим уравнение: $3x - x = 12 + 12$, $2x = 24$, $x = 12$. Тогда $3x = 3 \cdot 12 = 36$. Следовательно, на первой полке 36 книг, а на второй — 12 книг.

### Узнайте больше


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobea, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Первым произведением, содержащим исследование алгебраических вопросов, считают трактат «Арифметика» Диофанта (середина IV в.). Из 13 книг, составляющих полное собрание трудов Диофанта, до нас дошло только 6. В них предложено решение сложных алгебраических задач. Основная часть трактата — сборник задач (в первых шести книгах их 189) с решениями и удачно подобранными иллюстрациями к способам решения.

### ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие задачи относят к задачам на нахождение суммы двух величин? разности двух величин? Приведите примеры.
2. Какие задачи относят к задачам на равенство двух величин? Приведите примеры.
3. Как решить задачу с помощью уравнения?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1436′.** К задаче составили краткую запись:

1)

| Корзина | Количество яблок | Сравнение |
|---|---|---|
| I корзина | $x$ | на 12 ябл. < |
| II корзина | $4x$ | |

2)

| Корзина | Количество яблок | Сравнение |
|---|---|---|
| I корзина | $x + 9$ | = |
| II корзина | $4x$ | |

3)

| Корзина | Количество яблок | Сумма |
|---|---|---|
| I корзина | $x$ | 30 ябл. |
| II корзина | $4x$ | |

Относится ли данная задача к задачам: 1) на нахождение суммы двух величин; 2) на нахождение разности двух величин; 3) на равенство двух величин? Какое уравнение можно составить к данной задаче?

**1437′.** Составьте уравнение к задаче.

1) В первой корзине яблок в 3 раза больше, чем во второй. Сколько яблок в каждой корзине, если в обеих корзинах — 24 яблока?

2) В первой корзине яблок в 4 раза меньше, чем во второй. Сколько яблок в каждой корзине, если во второй — на 12 яблок больше, чем в первой?

3) В первой корзине яблок в 2 раза больше, чем во второй. После того, как из первой корзины переложили 8 яблок во вторую, в обеих корзинах яблок стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине изначально?

**1438′.** Ученики 6-Б класса решали алгебраическим способом задачу: «В первом бидоне молока в 5 раз больше, чем во втором. Если из первого бидона перелить во второй бидон 10 л, то молока в бидонах станет поровну. Сколько молока в каждом бидоне?» У Наташи получилось уравнение $5x - 10 = x + 10$, а у Сони — $5x - x = 10 \cdot 2$. Кто из девочек составил уравнение правильно? Ответ объясните.

**1439°.** Первое число в 3 раза больше второго. Найдите эти числа, если: 1) второе число на 24 меньше первого; 2) разность первого числа и числа 18 равна второму числу; 3) разность первого числа и числа 10 равна сумме второго числа и числа 6.

***1440°.*** Первое число в 4 раза больше второго. Найдите эти числа, если: 1) сумма второго числа и числа 12 равна первому числу; 2) разность первого числа и числа 11 равна сумме второго числа и числа 10.

**1441°.** Разность двух чисел равна 2,2. Найдите эти числа, если их сумма равна 22,2.

***1442°.*** Сумма двух чисел равна 33,5. Найдите эти числа, если их разность равна 3,5.

**1443°.** За 6 тетрадей и 4 ручки заплатили 27 грн. Сколько стоит тетрадь и сколько ручка, если тетрадь дешевле ручки на 50 к.?

**1444°.** За 2 кг печенья и 3 кг конфет заплатили 128 грн. Сколько стоит килограмм печенья и сколько — килограмм конфет, если конфеты дороже печенья на 11 грн?

**1445°.** Во фруктовом саду нужно посадить 18 деревьев. Первый работник может выполнить это задание за 6 ч. Какое время понадобится второму работнику для выполнения этого задания, если за час он садит на 1 дерево меньше, чем первый работник?

**1446°.** На фабрике нужно сшить 60 платьев. Первая мастерица может выполнить это задание за 30 дней. За сколько дней сможет выполнить это задание вторая мастерица, если за день она шьёт на 1 платье больше, чем первая?

**1447°.** Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми равно 325 км, и встретились через 2,5 ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого.

**1448°.** Расстояние между пунктами $A$ и $B$ равно 290 км. Одновременно навстречу друг другу из этих пунктов выехали два автомобиля и встретились через 2 ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 5 км/ч меньше, чем скорость другого.

**1449°.** Автомобили выехали одновременно из пункта $A$ в противоположных направлениях. Первый автомобиль ехал со скоростью на 10 км/ч больше, чем второй. Найдите скорость каждого автомобиля, если через 2 ч расстояние между ними составляло 300 км. На каком расстоянии друг от друга будут находиться автомобили через 4,5 ч после выезда?

**1450°.** Два автобуса одновременно в противоположных направлениях выехали из сёл, удалённых друг от друга на 30 км. Скорость первого автобуса на 10 км/ч меньше скорости второго. Найдите скорость каждого автобуса, если через 2 ч расстояние между ними составляло 250 км.

**1451.** Мама купила 6 кг конфет двух видов по цене 20 грн и 24 грн. Сколько килограммов конфет каждого вида купила мама, если покупка стоит 136 грн?

**1452.** Купили 15 тетрадей: в линейку по цене 2 грн, и в клеточку по цене 3 грн. Сколько купили тетрадей в линейку и сколько в клеточку, если за покупку заплатили 38 грн?

**1453.** Мотоциклист за 4 ч проезжает то же расстояние, что автомобилист за 2 ч. Найдите скорость мотоцикла и скорость ав-

томобиля, если известно, что скорость автомобиля на 40 км/ч больше скорости мотоцикла.

**1454.** Велосипедист за 2 часа проезжает то же расстояние, какое турист проходит за 6 ч. Найдите скорость велосипедиста и скорость туриста, если известно, что скорость велосипедиста на 8 км/ч больше, чем скорость туриста.

**1455.** На двух полках — 39 книг. Если с первой полки переставить на вторую 4 книги, то на первой полке книг станет в 2 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

**1456.** На двух полках — 30 книг. Если с первой полки переставить 2 книги на вторую, то на первой полке книг станет в 2 раза меньше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

**1457.** На контрольной работе по математике из всех учеников 6-А класса лишь 18 справились с задачей, 25 % учащихся допустили ошибки, а 15 % не решили задачу. Сколько учеников 6-А класса писали контрольную работу?

**1458.** На олимпиаде по математике 17 % учащихся правильно решили только 3 задачи, 35 % учащихся — 4 задачи, а остальные, 12 учеников, — все 5 задач. Сколько учеников принимали участие в олимпиаде по математике?

**1459.** Туристы путешествовали 3 дня. В первый день они прошли $\frac{7}{20}$ всего пути, во второй — $\frac{1}{2}$ оставшегося пути, а в третий — последние 32,5 км. Какой путь преодолели туристы за три дня?

**1460.** Автобус ехал из пункта $A$ в пункт $B$. В первый час он проехал $\frac{1}{3}$ всего пути, во второй — $\frac{3}{8}$ оставшегося пути, а в третий — последние 100 км. Найдите расстояние между пунктами $A$ и $B$.

**1461.** В школе три шестых класса. В 6-А классе учится 30 % общего количества шестиклассников, в 6-Б — на 6 учеников больше, чем в 6-А, а в 6-В классе — $\frac{1}{2}$ количества учеников 6-А и 6-Б классов вместе. Сколько всего шестиклассников в этой школе?

**1462.** В трёх шестых классах школы — 81 ученик. Количество учащихся 6-Б класса составляет 80 % количества учащихся 6-А класса, а количество учеников 6-В класса — 50 % всех учеников 6-А и 6-Б классов. Сколько учащихся в каждом классе?

**1463.** Тарас прочитал книгу за три дня. За первый день он прочитал 0,2 всей книги и ещё 6 страниц, за второй — 0,3 книги и ещё 8 страниц, а за третий — остальные 16 страниц. Сколько страниц в книге?

***1464.*** Лена прочитала книгу за три дня. За первый день она прочитала $\frac{1}{3}$ всей книги и ещё 4 страницы, за второй день — $\frac{4}{9}$ книги и ещё 2 страницы, а за третий день — остальные 8 страниц. Сколько страниц в книге?

**1465.** Саша прочитал книгу за четыре дня. За первый день он прочитал 0,2 всей книги и ещё 8 страниц, за второй — 0,3 остального и ещё 6 страниц, за третий — 0,5 того, что осталось и ещё 1 страницу, а за четвёртый день — последние 10 страниц. Сколько страниц в книге?

**1466.** Петя съел $\frac{1}{3}$ всех конфет и ещё 2 конфеты, Саша съел $\frac{1}{4}$ всех конфет и ещё 1 конфету, а Коля — половину того, что осталось. После этого осталась $\frac{1}{6}$ первоначального количества конфет. Сколько конфет было сначала?

**1467.** Найдите дробь, равную дроби $\frac{4}{7}$, если разность знаменателя и числителя этой дроби равна 21.

***1468.*** Найдите дробь, равную дроби $\frac{5}{8}$, если сумма его числителя и знаменателя равна 39.

**1469.** Если турист проедет расстояние между посёлками $A$ и $B$ на велосипеде, то он затратит на 2 ч 30 мин меньше, чем если пройдёт этот же путь пешком. Каково расстояние между посёлками $A$ и $B$, если на велосипеде турист едет со скоростью 12 км/ч, а пешком идёт со скоростью 4 км/ч?

**1470.** Автомобиль едет из пункта $A$ в пункт $B$. Если он будет двигаться со скоростью 60 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если со скоростью 80 км/ч, то прибудет на час раньше, чем нужно. Найдите расстояние между пунктами $A$ и $B$.

***1471.*** Два туриста двигались с одинаковой скоростью. Первый прошёл 8 км, а второй — 12 км. Первый турист находился в пути на 40 мин меньше, чем второй. Какое время находился в пути первый турист?

**1472.** Количество книг на первой полке вдвое меньше, чем на второй. Если с первой полки снять 9 книг, а на вторую — поставить 12, то на первой полке книг станет в 7 раз меньше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

**1473.** На четырёх полках — 180 книг. На первой полке книг в 2 раза больше, чем на второй, а количество книг на третьей полке составляет 60 % количества книг на второй и $\frac{2}{3}$ количества книг на четвёртой полке. Сколько книг на каждой полке?

***1474.*** Количество книг на первой полке втрое больше, чем на второй. Если с первой полки снять 8 книг, а на вторую поставить 2 книги, то на первой полке книг станет в 2 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

**1475*.** Два ученика купили себе по книге. Первый потратил на это $\frac{5}{9}$ своих денег, а второй — $\frac{2}{3}$ своих денег. До покупки у первого было на 12 грн меньше, чем у второго, а после покупки денег стало поровну. Сколько денег было у каждого мальчика сначала?

**1476*.** Юра взял книгу в библиотеке на 3 дня. За первый день он прочитал половину книги, за второй — треть оставшихся страниц, а за третий — вдвое меньше страниц, прочитанных за первые два дня. Успел ли Юра прочитать книгу за 3 дня?

**1477*.** *Старинная задача.* Некто имеет чай двух сортов: цейлонский по 5 монет за фунт и индийский по 8 монет за фунт. В каких долях нужно смешать эти два сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 монет за фунт?

**1478*.** Таня взяла из коробки сначала 4 конфеты, а затем четвёртую часть оставшихся конфет. После этого в коробке осталось $\frac{2}{3}$ начального количества конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?

**1479*.** Верёвка длиной 4,9 м разрезана на 3 части так, что длина второй части составляет 75 % длины первой, а длина третьей — 75 % длины первых двух частей вместе. Найдите длины всех трёх частей верёвки.

**1480*.** Сумма двух чисел равна $7\frac{1}{2}$, а удвоенное первое число равно утроенному второму. Найдите эти числа.

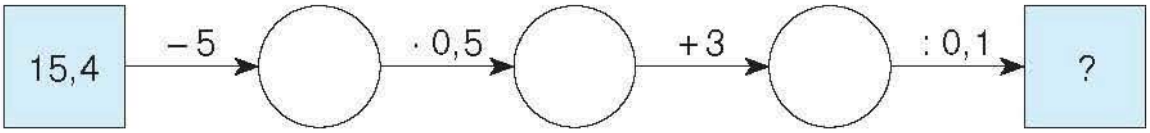
## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1481.** Составьте и решите задачу о своём возрасте и возрасте других членов вашей семьи.

**1482.** Составьте и решите задачу о количестве мальчиков и девочек в вашем классе.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1483.** Какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки?




**1484.** Найдите значение $y$, если $x - y = 5$ и $\frac{x}{2} = 3$.

# § 33. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вы знаете, что прямая — это геометрическая фигура. Две прямые могут по-разному размещаться на плоскости. В 6 классе вы узнаете о перпендикулярных и параллельных прямых.

### 1. Перпендикулярные прямые

Посмотрите на перекрёсток на рисунке 143. Вы видите, что дороги напоминают пересекающиеся прямые, которые образуют четыре прямых угла. В этом случае говорят, что прямые *пересекаются под прямым углом*. В тетради по математике клеточки образуются перпендикулярными прямыми.

Рис. 143

**Запомните!**

**Две прямые на плоскости называются *перпендикулярными*, если они пересекаются под прямым углом.**

На рисунке 144 изображены прямые $AB$ и $CD$, которые пересекаются в точке $O$ под прямым углом, то есть являются перпендикулярными.

Записывают: $AB \perp CD$, а на рисунке обозначают знаком прямого угла ┐ (см. рис. 144). Говорят: «Прямая $AB$ перпендикулярна к прямой $CD$».

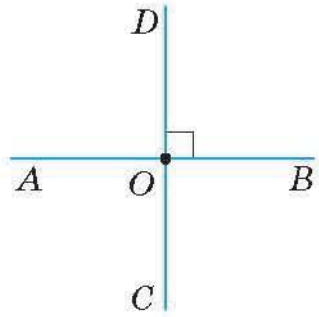


Рис. 144

Если прямая $AB$ перпендикулярна к прямой $CD$, то и прямая $CD$ перпендикулярна к прямой $AB$. Иначе говорят: прямые $AB$ и $CD$ — *взаимно перпендикулярны*.

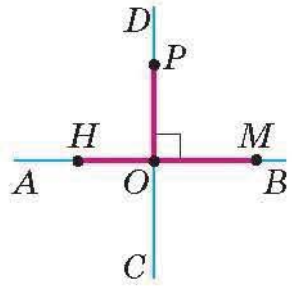


Рис. 145

Бывают ли перпендикулярными отрезки? лучи? Да, если они являются частями соответствующих перпендикулярных прямых (рис. 145–146).

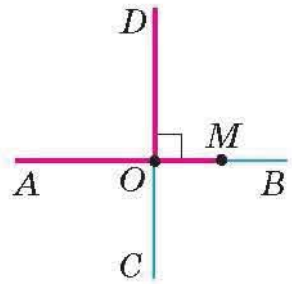


Рис. 146

Для построения перпендикулярных прямых используют транспортир или угольник. На рисунке 147 вы видите, как строили прямую $CD$, перпендикулярную к прямой $AB$, с помощью транспортира, а на рисунке рис. 148 — с помощью угольника.

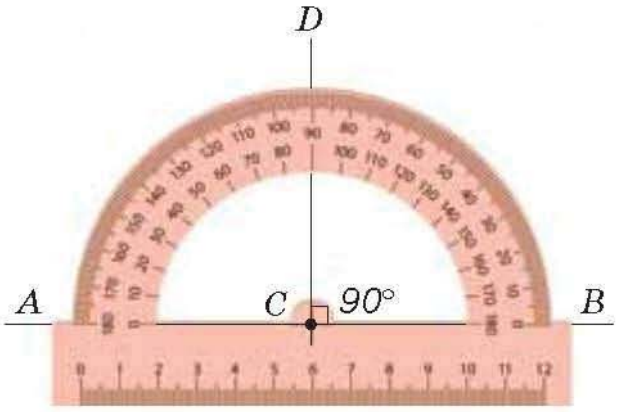


Рис. 147

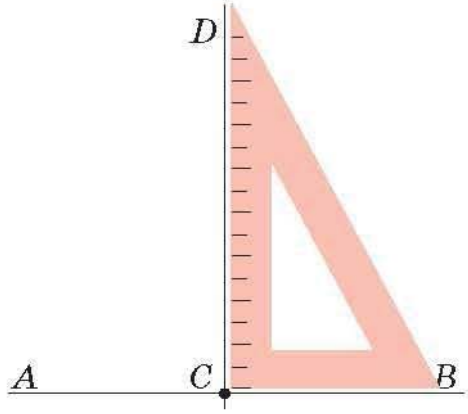


Рис. 148

## 2. Параллельные прямые

Рис. 149

Посмотрите на рисунок 149. Вы видите рельсы трамвайных путей, напоминающие прямые, которые лежат в одной плоскости и *не пересекаются*. Это пример *параллельных прямых*. Вокруг нас много других примеров параллельных прямых. Так, в тетради в клеточку горизонтальные линии параллельны. То же самое можно сказать и о вертикальных линиях. Противоположные края парты, противоположные стороны оконной рамы, троллейбусные штанги также параллельны.

**Запомните!**

**Две прямые на плоскости называются *параллельными*, если они не пересекаются.**

На рисунке 150 изображены параллельные прямые $AB$ и $CD$.

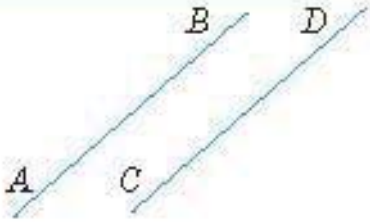



Рис. 150

Записывают: $AB \parallel CD$. Говорят: «Прямая $AB$ параллельна прямой $CD$».

Если прямая $AB$ параллельна прямой $CD$, то и прямая $CD$ параллельна прямой $AB$. Однако для параллельных прямых термин «взаимно параллельные» не используют.

Бывают ли параллельными лучи? отрезки? Да, если они — части соответствующих параллельных прямых.

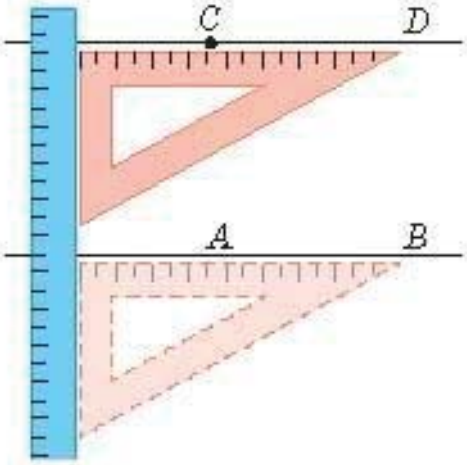



Рис. 151

На рисунке 151 вы видите, как с помощью линейки и

угольника через точку $C$ провели прямую $CD$, параллельную прямой $AB$.

### Узнайте больше

1. Название «перпендикулярный» происходит от латинского слова «*perpendicularis*», означающего «отвесный». Знак $\perp$ предложил Пьер Еригон (1580—1643) — французский математик и астроном.
2. Название «параллельный» происходит от греческого слова «*paralelos*» — «идущий рядом». Символ параллельности || известен с античных времён. Его использовали Герон и Папп Александрийский. Сначала символ был похож на нынешний знак равенства, но с появлением последнего, чтобы избежать путаницы, символ был повёрнут вертикально Уильямом Отредом в 1677 году.

### ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие прямые называются перпендикулярными? какие отрезки? лучи?
2. Как обозначают перпендикулярные прямые в записях? на рисунке?
3. Как построить прямую, перпендикулярную к данной прямой с помощью: 1) транспортира и линейки; 2) угольника?
4. Какие прямые называются параллельными? какие отрезки? лучи?
5. Как записать, что данные прямые параллельны?
6. Как построить прямую, параллельную данной прямой?

### РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1485′.** Прав ли Коля, утверждая, что при пересечении двух прямых всегда образуются равные углы?

**1486′.** По рисунку 152 определите перпендикулярные прямые: 1) «на глаз»; 2) с помощью угольника.

**1487′.** Таня изобразила в тетради два непересекающихся отрезка. Могут ли быть параллельными две прямые, частями которых являются данные отрезки?

**1488′.** По рисунку 153 определите параллельные прямые: 1) «на глаз»; 2) с помощью линейки и угольника.

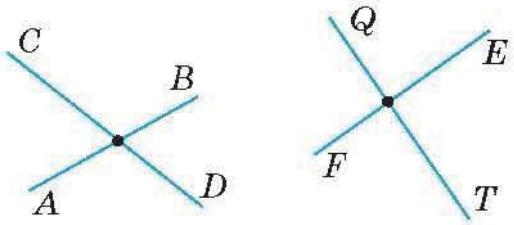



Рис. 152

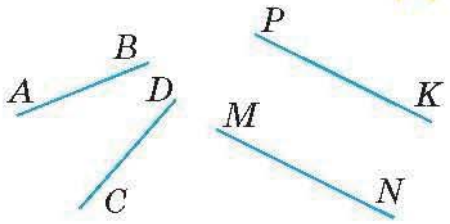



Рис. 153

**1489°.** На рисунке 154 изображён прямоугольник $ABCD$. Запишите все пары перпендикулярных отрезков.

Рис. 154

**1490°.** На рисунке 155 изображён квадрат $MNPK$. Запишите все пары перпендикулярных отрезков.

**1491°.** Постройте в тетради прямую $AB$ (рис. 156). Проведите по клеточкам три прямые, перпендикулярные к прямой $AB$.

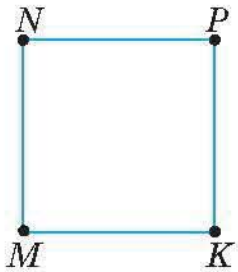



Рис. 155

**1492°.** Постройте в тетради прямую $CD$ (рис. 157). Проведите по клеточкам две прямые, перпендикулярные к прямой $CD$.

**1493°.** Проведите прямую $CD$. Постройте прямую $MN$, перпендикулярную к прямой $CD$, с помощью: 1) транспортира; 2) угольника.

**1494°.** Проведите прямую $AB$. Постройте прямую $KP$, перпендикулярную к прямой $AB$, с помощью: 1) транспортира; 2) угольника.

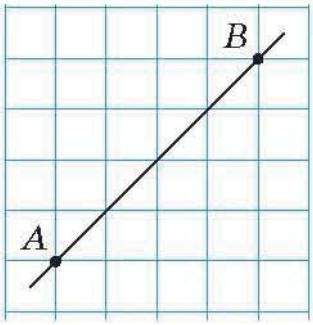



Рис. 156

**1495°.** На рисунке 155 изображён квадрат $MNPK$. Запишите все пары параллельных отрезков.

**1496°.** На рисунке 154 изображён прямоугольник $ABCD$. Запишите все пары параллельных отрезков.

**1497°.** Постройте в тетради прямую $CD$ (рис. 157). Проведите по клеточкам три прямые, параллельные прямой $CD$.

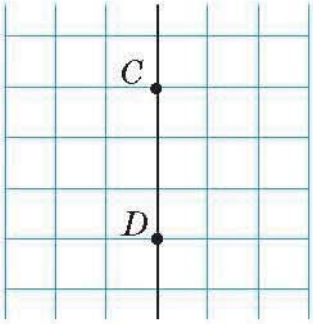



Рис. 157

**1498°.** Постройте в тетради прямую $AB$ (рис. 156). Проведите по клеточкам две прямые, параллельные прямой $AB$.

**1499°.** Проведите прямую $AB$. С помощью линейки и угольника постройте прямую $KP$, параллельную прямой $AB$.

**1500°.** Проведите прямую $CD$. С помощью линейки и угольника постройте прямую $MN$, параллельную прямой $CD$.

**1501.** Постройте в тетради прямые $AB$ и $CD$ (рис. 158). Через точку их пересечения проведите по клеточкам прямую $MN$, перпендикулярную к прямой $AB$.

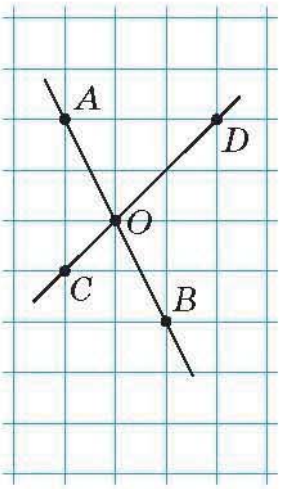


Рис. 158

**1502.** Постройте в тетради прямые $AB$ и $CD$ (рис. 158). Через точку их пересечения проведите по клеточкам прямую $MN$, перпендикулярную к прямой $CD$.

**1503.** Постройте угол $AOB$, равный 80°. Отметьте точку $C$ на стороне $OA$. Проведите через точку $C$ прямую: 1) перпендикулярную к стороне $OA$; 2) перпендикулярную к стороне $OB$.

**1504.** Постройте угол $COD$, равный 120°. Отметьте точку $A$ на стороне $OC$. Проведите через точку $A$ прямую: 1) перпендикулярную к стороне $OC$; 2) перпендикулярную к стороне $OD$.

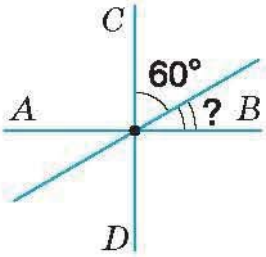


Рис. 159

**1505.** Прямые $AB$ и $CD$ на рисунке 159 — перпендикулярны. Найдите неизвестный угол.

**1506.** Прямые $MN$ и $PK$ на рисунке 160 — перпендикулярны. Найдите неизвестный угол.

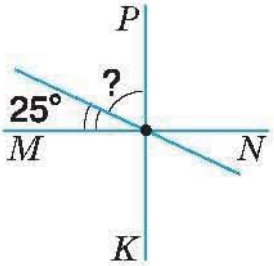


Рис. 160

**1507.** Постройте в тетради параллельные прямые $AB$ и $CD$ так, как показано на рисунке 161. Через точку $K$ проведите прямую $MN$, параллельную прямой $AB$. С помощью линейки и угольника проверьте, являются ли параллельными прямые $MN$ и $CD$.

**1508.** Постройте в тетради параллельные прямые $AB$ и $CD$ так, как показано на рисунке 161. Через точку $O$ проведите прямую $PL$, параллельную прямой $CD$. С помощью линейки и угольника проверьте, являются ли параллельными прямые $PL$ и $AB$.

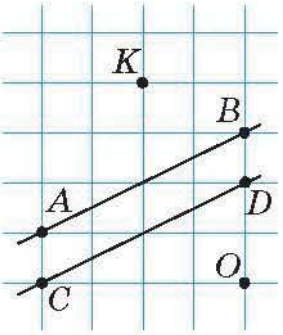


Рис. 161

**1509.** Начертите прямую $CD$ и отметьте точку $M$ вне прямой. Постройте прямую, параллельную прямой $CD$, которая: 1) проходит через точку $M$; 2) не проходит через точку $M$.

**1510.** Начертите прямую $AB$ и отметьте точку $C$ вне прямой. Постройте прямую, параллельную прямой $AB$, которая: 1) проходит через точку $C$; 2) не проходит через точку $C$.

**1511.** Постройте угол $COD$, равный 110°. Отметьте точку $A$ на стороне $OC$. Проведите через точку $A$ прямую, параллельную стороне $OD$.

**1512.** Постройте угол $AOB$, равный 80°. Отметьте точку $C$ на стороне $OB$. Проведите через точку $C$ прямую, параллельную стороне $OA$.

**1513*.** Постройте угол $AOB$, равный 90°. Отметьте точку $C$ внутри этого угла. Проведите через точку $C$ прямые, перпендикулярные к сторонам угла. Какая фигура получилась вследствие пересечения этих прямых и сторон угла?

**1514*.** Постройте перпендикулярные прямые $AB$ и $CD$. Постройте ещё две перпендикулярные прямые $MN$ и $PK$ так, чтобы $MN \parallel AB$, $PK \parallel CD$. Какая фигура получилась вследствие пересечения этих прямых?

**1515*.** Постройте четыре прямые так, чтобы: 1) они не пересекались; 2) образовалось 2 точки пересечения; 3) образовалось 4 точки пересечения; 4) образовалось 5 точек пересечения.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1516.** Приведите примеры предметов окружающей среды, напоминающих: 1) перпендикулярные прямые; 2) параллельные прямые.

**1517.** Улица Благовестная, на которой живёт Аня, проходит в направлении с юга на север. В каком направлении проходит улица Цветочная, на которой живёт Таня, если она параллельна улице Благовестной? В каком направлении проходит улица Молодёжная, на которой живёт Серёжа, если она перпендикулярна к улице Благовестной? Сделайте соответствующие рисунки возможного размещения этих улиц, считая верхний край тетрадного листа направлением на север.

**1518.** Во время прогулки Тарас и Петя сначала прошли от своего дома 200 м прямо по улице, на которой стоит их дом. Затем повернули налево под прямым углом и прошли 200 м, а затем повернули направо и прошли ещё 200 м. Определите, на какой

улице сейчас находятся мальчики: на той, что перпендикулярна к улице, на которой они живут, или параллельной ей?

### ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1519.** Решите уравнение:

1) $4{,}8 : 0{,}4 = 12 : (0{,}4 + 3x)$; 2) $-18 \cdot (x + 2{,}5) = 18{,}54$.

**1520.** Стороны прямоугольника относятся, как 2 : 4. Найдите их длину, если периметр прямоугольника равен 60 см.

## § 34. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Вы уже знаете, что такое *координатная прямая* (рис. 162). На ней точка O — начало отсчёта, стрелка показывает направление возрастания чисел, а цена деления составляет одну единицу.

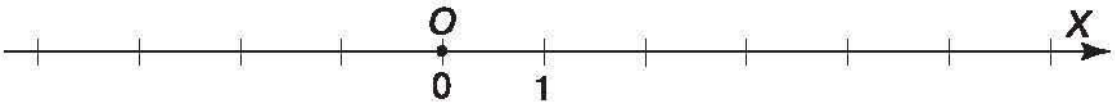



Рис. 162

Однако на практике часто приходится пользоваться ориентирами не только вдоль прямой, но и на плоскости.

Вы знаете, что в игре «Морской бой» положение корабля определяют с помощью «координат» из цифр и «координат» из букв (рис. 163). В зависимости от выбранной буквы передвигаются на определённое количество клеточек вправо или влево, а цифра указывает, на сколько клеточек нужно сместиться вверх или вниз. Это означает, что место корабля на поле боя определяют двумя «координатами».

Чтобы определить место в зале кинотеатра, также нужно знать две «координаты»: номер ряда и номер кресла в этом ряду (рис. 164). Причём порядок «координат» в такой паре является строго определённым. Действительно, например, пары чисел 3 и 12 и 12 и 3 направят нас в совершенно разные места зала: в 3-й ряд на 12-е место или в 12-й ряд на 3-е место. В отличие от предыдущего примера, для ориентирования в зале кинотеатра порядок координат не меняют,

Рис. 163

Рис. 164

поскольку неудобно сначала искать номер места в ряду, а лишь затем — сам ряд.

Итак, чтобы охарактеризовать размещение точки на плоскости, нужно задать две взаимно перпендикулярные координатные прямые с равными единичными отрезками и так, чтобы начала отсчёта на них совпадали (рис. 165). Одна из них задаёт направление вправо-влево, а вторая — вверх-вниз. Одну из этих прямых (как правило, горизонтальную) считают первой, а другую — второй. Такая пара координатных прямых образует *прямоугольную систему координат*.

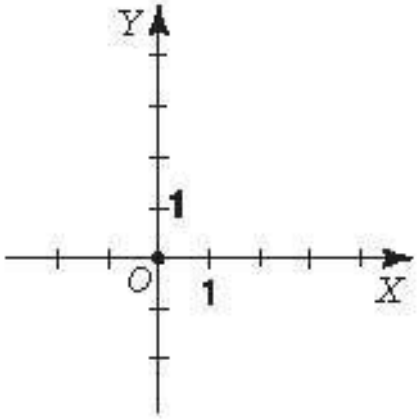



Рис. 165

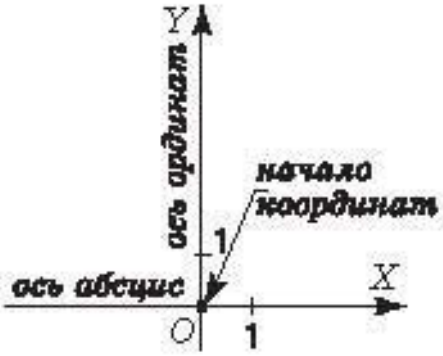



Рис. 166

Первую координатную прямую называют *осью абсцисс*. Её обозначают $OX$. Вторую координатную прямую называют *осью ординат*. Её обозначают $OY$. Общее начало отсчёта координатных прямых называют *началом координат* (рис. 166).

Плоскость с заданной на ней системой координат называют *координатной плоскостью*.

Каждой точке на плоскости можно поставить в соответствие пару чисел, взятых в определённом порядке, и наоборот, каждой паре чисел соответствует единственная точка координатной плоскости. Такая упорядоченная пара чисел называется *координатами точки* в данной системе координат. Координата по оси абсцисс называется *абсциссой точки*, а координата по оси ординат — *ординатой точки*.

Кратко записывают: $M(x; y)$, $A(3; 2)$. Читают: «Точка $M$ с координатами $x$ и $y$», «Точка $A$ с координатами 3 и 2» или «3 — абсцисса точки $A$, 2 — её ордината».

**Задача 1.** На координатной плоскости постройте точку: 1) $B(3; 2)$; 2) $A(5; 0)$.

**Решение.** Введём прямоугольную систему координат на плоскости (рис. 167).

1. У точки $B(3; 2)$ абсцисса равна 3, а ордината — 2. На оси абсцисс отметим точку, соответствующую числу 3, а на оси ординат — точку, соответствующую числу 2. Через точки, построенные на осях координат, проведём две прямые, параллельные осям (рис. 167). Точка пересечения построенных прямых — искомая точка $B(3; 2)$.
2. Поскольку ордината точки $A(5; 0)$ равна 0, то эта точка лежит на оси абсцисс и соответствует числу 5 на этой оси.

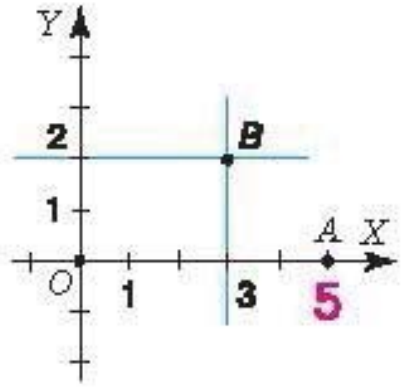


Рис. 167

**Обратите внимание:**

— точка лежит на оси абсцисс, если её ордината равна нулю, и наоборот;
— точка лежит на оси ординат, если её абсцисса равна нулю, и наоборот;
— начало координат — точка $O$, имеет координаты (0; 0).

Как определить координаты точки на координатной плоскости, например, точки $A$ на рисунке 168? Для этого нужно через данную точку провести прямые, парал-

лельные осям координат. Прямая, параллельная оси ординат, пересекает ось абсцисс в точке, соответствующей числу 5. Значит, первой координатой точки $A$ является число 5. Прямая, параллельная оси абсцисс, пересекает ось ординат в точке, соответствующей числу –4. Значит, второй координатой точки $A$ является число –4. Итак, точка $A$ имеет координаты 5 и –4, то есть $A$ (5; –4).

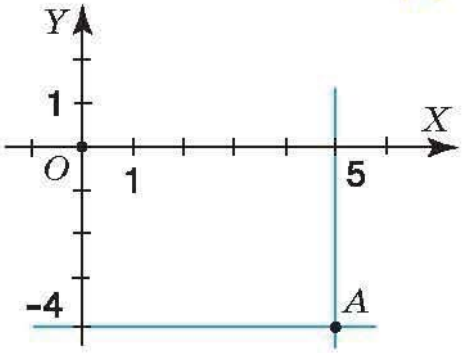


Рис. 168

Координатные оси разбивают координатную плоскость на четыре части. Их называют *координатными четвертями* и обозначают так: I четверть, II четверть, III четверть, IV четверть (рис. 169).

Точки I четверти имеют положительную абсциссу и положительную ординату. И наоборот, если абсцисса и ордината точки положительные, то она лежит в I четверти, как, например, точка $B$ (3; 2). Аналогично рассуждая, получим: точки II четверти имеют отрицательную абсциссу и положительную ординату, точки III четверти — отрицательную абсциссу и отрицательную ординату, а точки IV четверти — положительную абсциссу и отрицательную ординату.

На рисунке 170 показаны знаки координат точек, лежащих в соответствующих четвертях.

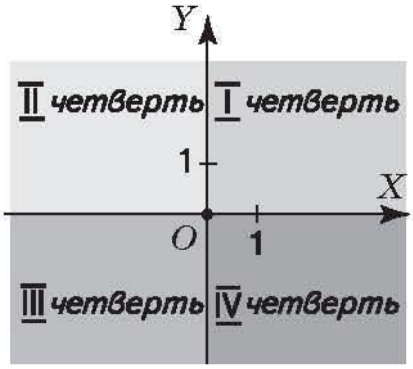


Рис. 169

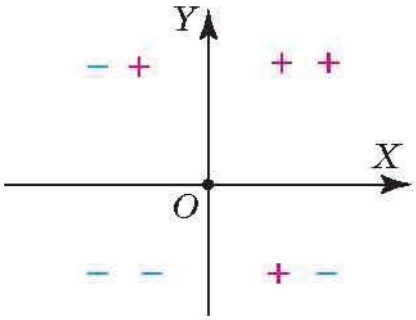


Рис. 170

## Узнайте больше

Положение любой точки на поверхности Земли задаётся такими двумя координатами: географической широтой и географической долготой.

Географические координаты ввёл древнегреческий учёный Гиппарх во II в. до н.э. Их применяют для определения положения точек земной поверхности относительно экватора и начального (нулевого) меридиана. Например, Киев имеет следующие географические координаты: 30°30′ восточной долготы, 50°27′ северной широты.

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, как построить прямоугольную систему координат на плоскости.
2. Какие названия имеют оси координат? точка их пересечения?
3. Что называется координатной плоскостью?
4. Как определить координаты точки в прямоугольной системе координат?
5. Какие координаты имеет начало отсчёта?
6. Какие особенности имеют координаты точек, лежащих на осях координат? Приведите примеры.
7. На сколько координатных четвертей разбивают плоскость координатные оси? Какие знаки имеют координаты точек в каждой из них?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1521′.** Сколько координатных прямых нужно задать, чтобы охарактеризовать размещение точки на плоскости:

1) одну; 2) две; 3) три?

**1522′.** Верно ли, что у прямоугольной системы координат на плоскости:

1) две оси координат;
2) оси координат не пересекаются;
3) оси координат взаимно перпендикулярны;
4) на осях координат заданы равные единичные отрезки;
5) первой считают ось ординат?

**1523′.** Верно ли, что абсцисса точки $A$ (–4; 9) равна:

1) 4; 2) 9; 3) –4; 4) –9?

**1524′.** Верно ли, что ордината точки $A$ (–4; 9) равна:

1) 4; 3) –4;
2) 9; 4) –9?

**1525′.** Какая точка лежит одновременно и на оси ординат, и на оси абсцисс?

**1526′.** Верно ли Денис определил координаты точки (рис. 171):

1) $M$ (3; 0);
2) $N$(0; –1);
3) $P$ (–2; 0);
4) $K$ (0; 4)?

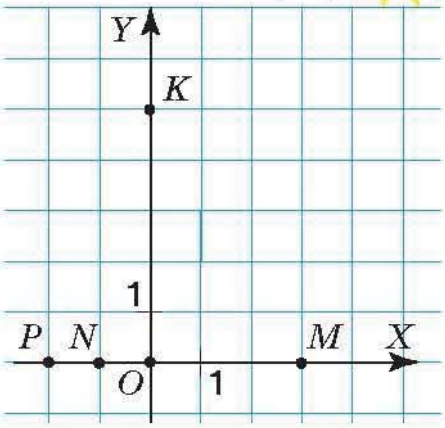


Рис. 171

**1527°.** Начертите в тетради таблицу 24 и запишите координаты точки $M$.

*Таблица 24*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Абсцисса точки $M$** | –2 | 12 | 69 |
| **Ордината точки $M$** | 5 | 4 | –51 |
| **Координаты точки $M$** | | | |

**1528°.** Начертите в тетради таблицу 25 и запишите абсциссу и ординату точки $M$.

*Таблица 25*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Координаты точки $M$** | (4; 5) | (0,2; –8,9) | (–45; –12) |
| **Абсцисса точки $M$** | | | |
| **Ордината точки $M$** | | | |

**1529°.** Начертите систему координат. На оси $OX$ отметьте точку с абсциссой: 1) 2; 2) –2; 3) 4,5; 4) –4,5. Назовите отмеченную точку. Какова её ордината? Запишите координаты этой точки.

***1530°.*** Начертите систему координат. На оси $OY$ отметьте точку с ординатой: 1) 2; 2) –2; 3) 4,5; 4) –4,5. Назовите отмеченную точку. Какова её абсцисса? Запишите координаты этой точки.

**1531°.** Какие из точек $A$ (–45; 0), $B$ (8; 1), $C$ (0; 30), $D$ (1; –1), $E$ (3,1; 0), $F$ (0; –3), $K$ (0; 0) лежат на оси: 1) абсцисс; 2) ординат?

**1532°.** Задайте прямоугольную систему координат на плоскости и постройте в ней точки:

1) $A$ (2; 4), $B$ (3; –2), $C$ (–2; 7), $D$ (2; 2);
2) $A$ (3; 5), $B$ (5; 3), $C$ (–3; –5), $D$ (–5; –3);
3) $A$ (–7; 7), $B$ (–4; 4), $C$ (–3; 3), $D$ (–5; 5).

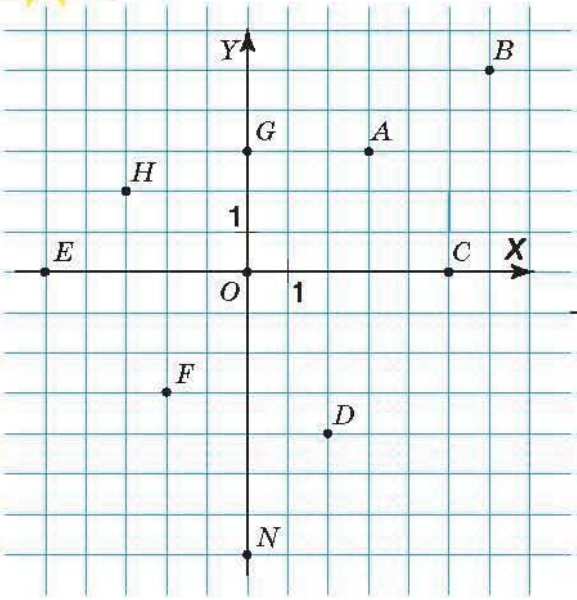



Рис. 172

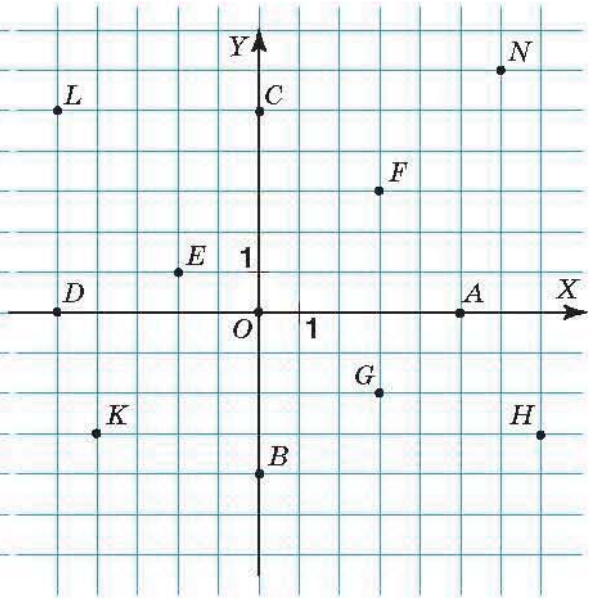



Рис. 173

**1533°.** Задайте прямоугольную систему координат на плоскости и постройте в ней точки:

1) $A$ (1; 1), $B$ (1; –1), $C$ (–1; –1), $D$ (–1; 1);
2) $A$ (1; 2), $B$ (1; –2), $C$ (–2; –1), $D$ (–2; 1).

**1534°.** Начертите систему координат. За единичный отрезок примите 3 клеточки тетради. Постройте точки $A\left(-2;\ \frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{2}{3};\ 1\right)$.

**1535°.** Начертите систему координат. За единичный отрезок примите 5 клеточек тетради. Постройте точки $A(-1;\ -0{,}2)$, $B\left(-\frac{2}{5};\ 0\right)$, $C\left(-1\frac{1}{5};\ -\frac{3}{5}\right)$.

**1536°.** Каковы координаты точек, изображённых на рисунке 172?

**1537°.** Каковы координаты точек, изображённых на рисунке 173?

**1538°.** Не выполняя построений, выясните, в какой координатной четверти расположена точка: $A$ (–15; 20), $B$ (3,9; –4,2), $C$ (218; 30), $D$ (–19; –47), $E$ (–71; 8), $F$ (2; 23), $K$ (3; –12), $L$ (–401; –477).

**1539°.** Начертите в тетради и заполните таблицу 26.

*Таблица 26*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Знак абсциссы точки** | | | | |
| **Знак ординаты точки** | | | | |
| **Четверть, в которой лежит точка** | IV | II | III | I |

**1540°.** Постройте точки и соедините их последовательно:

1) а) (–1; 2), (7; 2), (7; –5), (–1; –5), (–1; 2); б) (0; 1), (2; 1), (2; –2), (0; –2), (0;1); в) (4; 1), (6; 1), (6; –2), (4; –2), (4; 1); г) (–1; 2), (3; 5), (7; 2); д) (7; –2), (8; –1), (9; –2), (9; –5), (7; –5); е) (9; –2), (10; –1), (11; –2), (11; –5), (9; –5); ж) (–10; –5), (–7; –2), (–9; –2), (–6; 1), (–8; 1), (–6; 3), (–4; 1), (–6; 1), (–3; –2), (–5; –2), (–2; –5), (–10; –5);

2) а) (–1; –4), (–1; 6), (1; 9), (3; 6), (3; –4), (–1; –4); б) (–1; –3), (–3; –5), (–3; –7), (–2; –6), (–1; –4); в) (3; –3), (5; –5), (5; –7), (4; – 6), (3; –4); г) (1; –4), (0; –6), (2; –6), (1; –4); д) (0; 5), (1; 6), (2; 5), (1; 4), (0; 5);

3) а) (4; 13), (8; 15), (9; 17), (10; 10), (16; 10), (18; 12), (16; 0), (14; 0), (15; 6), (11; 6), (12; 0), (10; 0), (8; 12), (5; 11), (4; 13); б) (8; 14); в) (4,5; 11,5), (7; 13).

**1541.** Запишите координаты точек, расположенных на координатных осях и удалённых от начала координат на:

1) 2 единицы; 2) 7 единиц; 3) 45 единиц.

***1542.*** Запишите координаты точек, расположенных на координатных осях и находящихся от начала координат на расстоянии:

1) 3 единицы; 2) 2,5 единицы.

**1543.** Запишите координаты точки $B$, если с точкой $A$ (3; 4) она имеет: 1) равные абсциссы, но противоположные ординаты; 2) равные ординаты, но противоположные абсциссы; 3) противоположные и абсциссы, и ординаты; 4) равные и абсциссы, и ординаты.

***1544.*** Дана точка $A$ (3; 4). Запишите координаты точки $B$, у которой абсцисса и ордината:

1) соответственно равны ординате и абсциссе точки $A$;
2) вдвое больше абсциссы и ординаты точки $A$;
3) на 3 меньше абсциссы и ординаты точки $A$.

**1545.** Запишите координаты точек, расположенных на оси $OX$ и находящихся от точки $A$(–6; 0) на расстоянии:

1) 3 единицы; 2) 2,5 единицы.

***1546.*** Запишите координаты точек, расположенных на оси $OY$ и находящихся от точки $A$ (0; 5) на расстоянии:

1) 1,5 единицы; 2) 10 единиц.

**1547.** Через точку $A$ (3; 2) проведите прямую, параллельную оси:

1) абсцисс; 2) ординат. Выясните, лежат ли на этой прямой точки $B$ (–3; 2), $C$ (2; 3), $D$ (3; –2).

**1548.** По трём точкам $A$ (0; 0), $B$ (2; 0), $D$ (0; 3) постройте прямоугольник $ABCD$. Каковы координаты точки $C$? Вычислите площадь и периметр прямоугольника.

**1549.** По трём точкам $A$ (0; 0), $B$ (2; 0), $D$ (0; 2) постройте квадрат $ABCD$. Каковы координаты точки $C$? Вычислите площадь и периметр квадрата.

**1550.** Постройте прямую $AB$, если $A$ (–2; 2), $B$ (4; –4). Определите координаты ещё трёх точек этой прямой.

**1551.** Найдите площадь квадрата, зная координаты двух соседних его вершин: 1) (3; 5), (8; 5); 2) (4; –3), (1; –3).

**1552.** Дана вершина $A$(0; 4) квадрата $ABCD$. Абсцисса вершины $B$ равна абсциссе точки $A$, а ордината точки $B$ в 1,5 раза больше ординаты точки $A$. Найдите координаты вершин квадрата и постройте его. Сколько решений имеет задача? Вычислите площадь и периметр квадрата.

**1553.** В какой четверти может лежать точка $M$ ($x$; $y$), если:
1) $x < 1$, $y \geq 2$; 2) $x = -4$, $y \geq 2{,}6$?

**1554*.** Постройте множество точек $M$ ($x$; $y$), если $-3 \leq x \leq 1$, $|y| \leq 2$, а $x$ и $y$: 1) целые числа; 2) натуральные числа; 3) рациональные числа.

**1555*.** Постройте точки с координатами ($x$; $y$), если $|x| \leq 6$, $|y| \leq 7$ и: 1) ордината каждой точки равна её абсциссе; 2) модуль абсциссы каждой точки равен её ординате; 3) абсцисса каждой точки вдвое больше её ординаты.

**1556*.** Постройте точки с целыми координатами ($x$; $y$), для которых выполняется условие: 1) $xy < 0$; 2) $xy = 0$; 3) $|xy| \leq 0$.

**1557*.** Постройте точки с целыми координатами ($x$; $y$), для которых выполняется условие $|x| + |y| \leq 2$.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1558.** Нарисуйте план зала кинотеатра. Определите, где будут сидеть дети, если в билетах указано: 2-й ряд 6-е место, 3-й ряд 7-е место, 12-й ряд 4-е место.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1559.** Найдите значение выражения:

1) $-\frac{8}{19} + \left(-\frac{13}{38}\right) - \frac{30}{19}$; 2) $\left(\frac{5}{9} - \frac{21}{33}\right) + \left(-\frac{4}{11}\right)$.

**1560.** Вычислите: 1) $109{,}04 \cdot (-0{,}05)$; 2) $(-45{,}3 - 6{,}29) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$.

**1561.** Умножьте сумму чисел –3,5 и 7,4 на:
1) меньшее из них; 2) большее из них; 3) их разность.

**1562.** Умножьте разность чисел –9,3 и 6,8 на:
1) меньшее из них; 2) большее из них; 3) их сумму.

# § 35. ГРАФИКИ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ

Вы знаете, что стоимость товара зависит от его количества: чем большее количество товара покупают, тем большей будет его стоимость. Например, если цена одного килограмма конфет составляет 35 грн, то за 2 кг нужно заплатить 70 грн, за 3 кг — 105 грн и т.п. Вы знаете, что такое соответствие можно наглядно отобразить на диаграмме (рис. 174). Однако по диаграмме трудно определить, сколько стоит 2,5 кг конфет или другое их количество. Изобразим данные о стоимости конфет не в виде столбиков, а вертикальными отрезками в системе координат (рис. 175). Поскольку величины «масса конфет» и «стоимость покупки» являются прямо пропорциональными, то верхние концы столбиков диаграммы можно соединить отрезками. Получим линию, показывающую, как изменяется стоимость покупки в зависимости от массы конфет. Такую линию называют *графиком зависимости* величины «стоимость покупки» от величины «масса конфет».

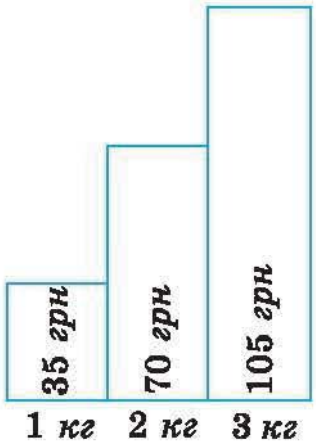


Рис. 174

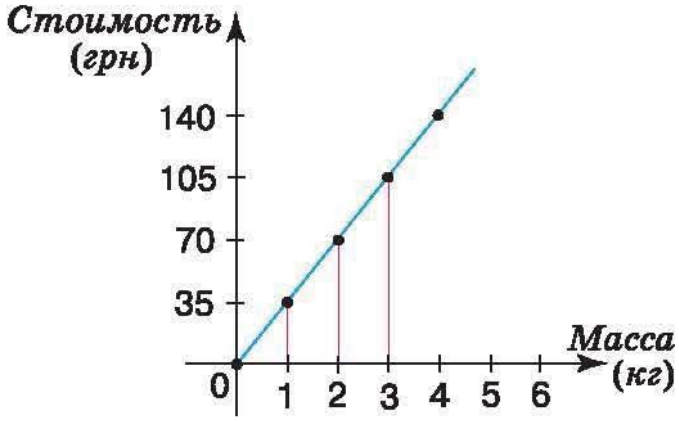


Рис. 175

**Обратите внимание:**

все точки графика зависимости прямо пропорциональных величин лежат на одной прямой.

Вы знаете, что расстояние и время на его преодоление являются прямо пропорциональными величинами. Поэтому все точки *графика движения* лежат на одной прямой.

**Задача 1.** Поезд Харьков — Львов выходит из Харькова около 19 ч и прибывает во Львов около 13 ч. Скорость поезда — 50 км/ч. На маршруте он делает 5 остановок через каждые 3 часа (рис. 176).

1) В котором часу новых суток поезд делает первую остановку? Какая это станция?

2) Что показывает число –5 на оси абсцисс? А число –2?

3) На каких расстояниях от первой остановки поезд останавливается на других станциях?

4) Что показывает число –300 на оси ординат? А число –150?

5) Каковы координаты конечных точек маршрута?

**Решение.**

1. Начало новых суток поезд встречает недалеко от станции Лубны, а первую остановку делает в 1 ч именно на этой станции.

2. Поскольку движение поезда началось в предыдущие сутки, то по оси абсцисс время его отправления из Харькова можно выразить отрицательным числом –5, так как с 19 ч предыдущих суток до начала новых суток должно пройти именно 5 ч. Аналогично, времени остановки поезда в Полтаве на оси абсцисс соответствует отрицательное число –2.

3. Остановки запланированы через каждые 3 ч. Поскольку скорость поезда — 50 км/ч, то за 3 ч он преодолевает 150 км. Значит, поезд останавливается на таких расстояниях от Полтавы: 150 км; 300 км; 450 км; 600 км; 750 км.

4. С помощью отрицательных чисел –300 и –150 на оси ординат показано, что в 19 ч предыдущих суток поезд находился на расстоянии 300 км, не доезжая до станции Лубны, а в 22 ч предыдущих суток — на расстоянии 150 км, не доезжая до этой станции.

5. Конечные точки маршрута поезда имеют координаты (–5; –300); (13; 600).

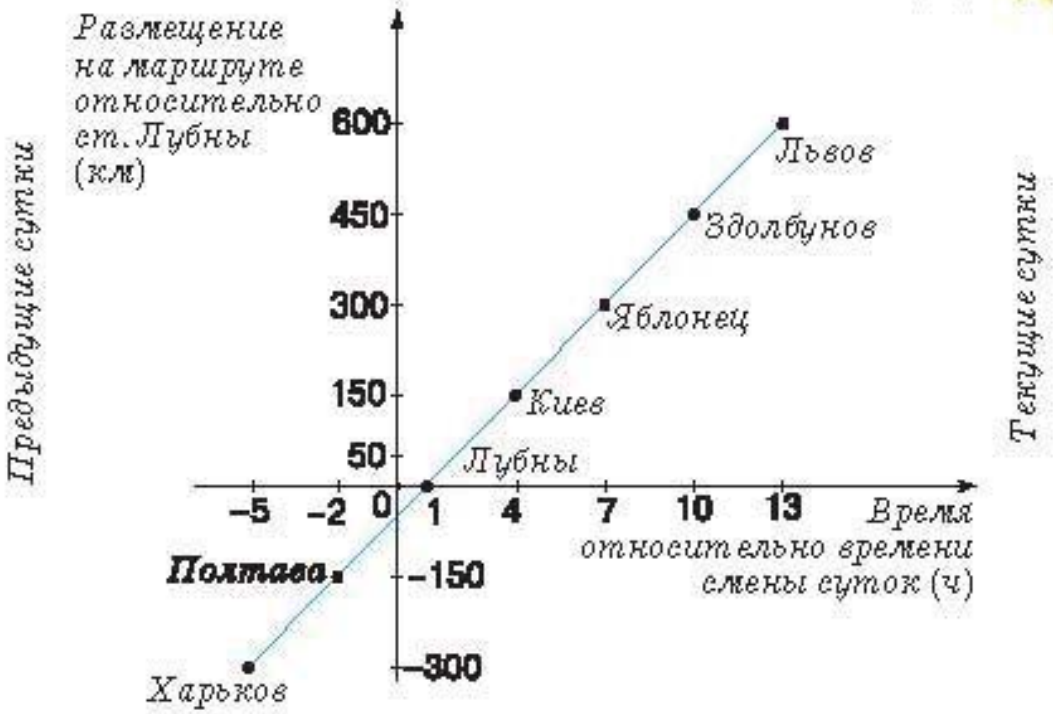



Рис. 176

? Обязательно ли выбирать конечные точки маршрута для построения графика движения? Нет. График можно построить по любым двум его точкам. Но концы маршрута нужно отметить обязательно.

**Обратите внимание**

графиком движения является прямая (или её часть), поэтому такой график можно построить по любым двум его точкам.

**Узнайте больше**

С помощью графиков можно решать целый класс задач. Рассмотрим задачу.

**Задача 2.** Из пунктов $A$ и $B$, расстояние между которыми 420 км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Красный автомобиль выехал в 6 ч из пункта $A$ и прибыл в пункт $B$ в 15 ч. Синий автомобиль выехал в 5 ч из пункта $B$ и прибыл в пункт $A$ в 11 ч. В котором часу встретятся автомобили?

**Решение.** Построим в прямоугольной системе координат графики движения автомобилей (рис. 177). Красный отрезок —

график движения красного автомобиля, синий — синего автомобиля. Точке пересечения этих отрезков соответствует время — 9 ч. Значит, автомобили встретятся в 9 ч.

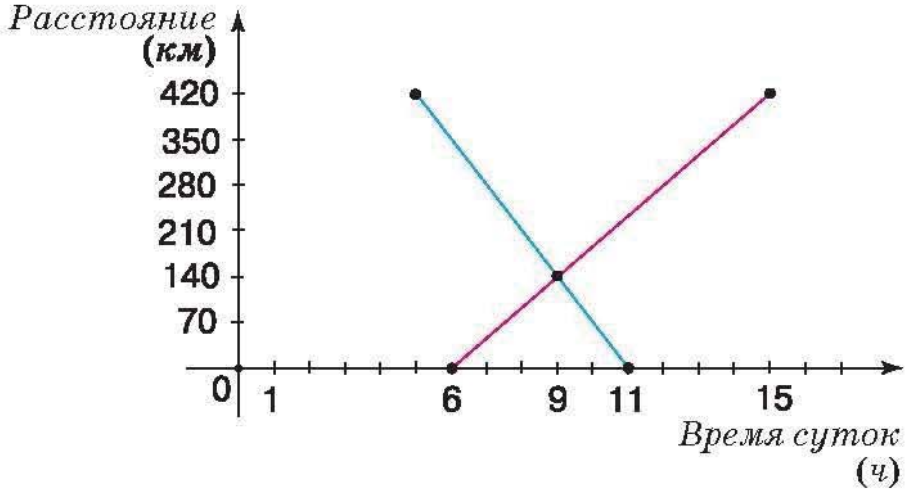



Рис. 177

## ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, что такое график зависимости.
2. Как построить график зависимости стоимости покупки от количества купленного товара? Что показывают абсциссы на этом графике? А ординаты?
3. Какой линией является график движения поезда?

## РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

**1563′.** По рисунку 175 определите, какова стоимость покупки, если куплено конфет: 1) 2 кг; 2) 3 кг; 3) 4 кг.

**1564′.** По рисунку 175 определите, какую массу конфет куплено, если за покупку заплатили: 1) 70 грн; 2) 140 грн; 3) 105 грн.

**1565′.** По рисунку 176 определите, в котором часу поезд находился на станции Яблонец.

**1566°.** На рисунке 178 изображён график изменения скорости автомобиля.

Верно ли, что автомобиль:

1) увеличивал скорость на протяжении первых четырёх часов;

2) не изменял скорость на протяжении трёх часов;

3) в 3 ч ехал со скоростью 40 км/ч;

4) остановился в 4 ч?

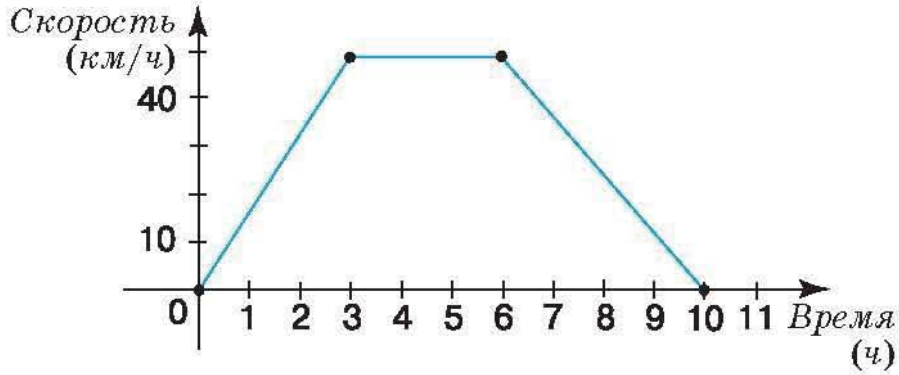



Рис. 178

**1567°.** На рисунке 179 изображён график изменения температуры в течение семи часов.

Правильно ли заполнили таблицу 27?

*Таблица 27*

| **Время (ч)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Температура (°C)** | 21 | – 22 | 20 | 18 | 17 | 19 | 22 |

**1568°.** В таблице 28 показан рост ребёнка в первый год жизни. Постройте график зависимости роста ребёнка от его возраста.

*Таблица 28*

| **Возраст (месяцы)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Рост (см)** | 54 | 57 | 60 | 62 | 64 | 66 | 67 | 68 | 70 | 71 | 73 | 74 |

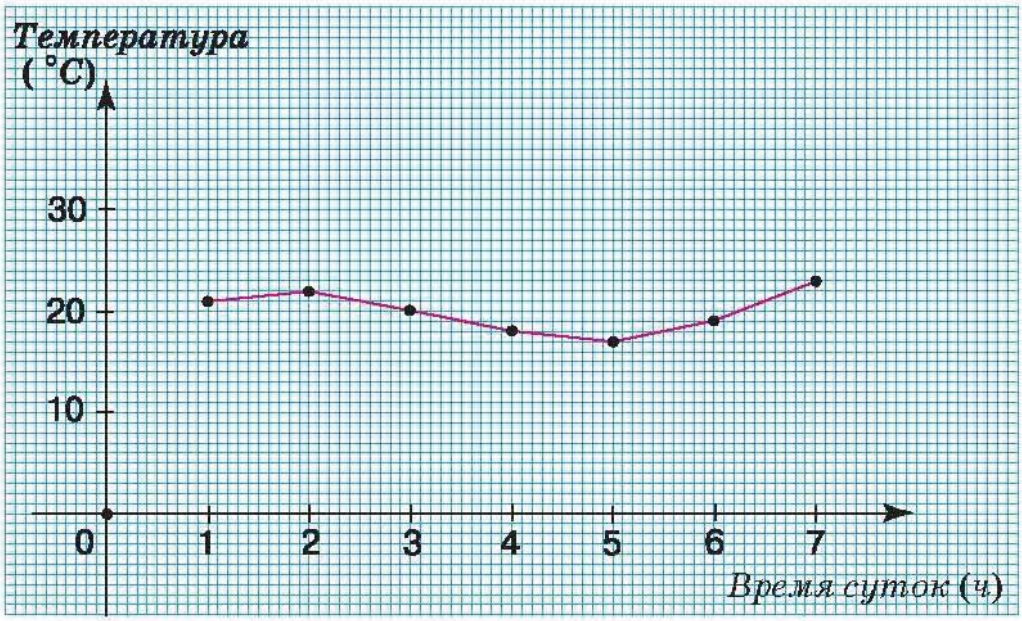



Рис. 179

Определите:

1) в каком месяце рост ребёнка составлял: 57 см, 64 см, 74 см;

2) каким был рост ребёнка: в 2 месяца, 6 месяцев, 10 месяцев;

3) в какой период рост ребёнка был от 60 см до 70 см.

**1569°.** На рисунке 180 изображён график движения велосипедиста.

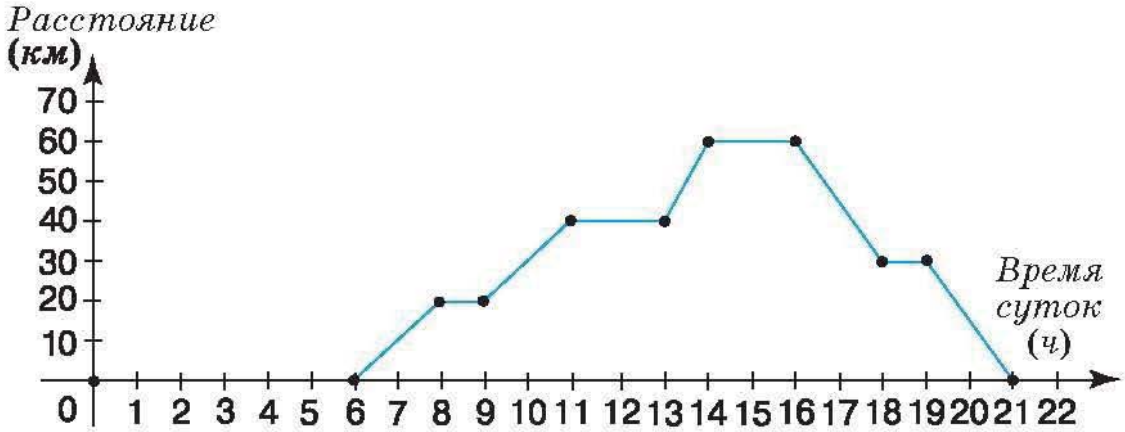



Рис. 180

Определите:

1) на каком расстоянии от начальной точки движения находился велосипедист: в 8 ч; в 13 ч; в 15 ч;

2) сколько раз велосипедист делал передышку;

3) в котором часу велосипедист остановился впервые и сколько времени он отдыхал;

4) сколько километров проехал велосипедист за первые 2 ч движения; с 9 ч до 11 ч;

5) в котором часу велосипедист завершил путешествие.

**1570°.** Начертите в тетради и заполните таблицу 29. Постройте график зависимости периметра квадрата от его стороны.

*Таблица* 29

| **Сторона квадрата (см)** | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| **Периметр квадрата (см)** | | | |

Определите:

1) чему равен периметр квадрата, если его сторона равна 2 см; 4 см;

2) на сколько изменится периметр квадрата, если его сторону увеличить с 2 см до 4 см.

***1571°.*** Стороны прямоугольника равны $a$ и $b$. Начертите в тетради и заполните таблицу 30, если $b = 2$ см.

*Таблица 30*

| **Сторона $a$ (см)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Периметр прямоугольника (см)** | | | | | |
| **Площадь прямоугольника (см²)** | | | | | |

Постройте график зависимости: 1) периметра прямоугольника от его стороны; 2) площади прямоугольника от его стороны.

**1572.** На рисунке 181 изображён график зависимости между сторонами $a$ и $b$ прямоугольника с площадью 4 см².

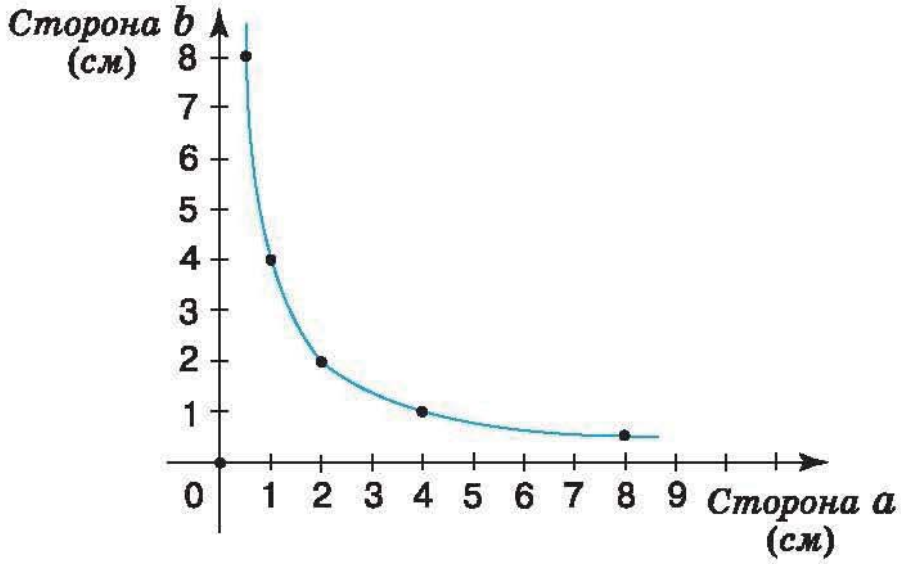



Рис. 181

Определите:

1) чему равна сторона $a$, если сторона $b$ равна: 1 см, 2 см;

2) чему равна сторона $b$, если сторона $a$ равна: 4 см, 8 см;

3) на сколько изменилась сторона $a$, если сторона $b$ увеличилась с 2 см до 4 см.

**1573.** На рисунке 182 изображён график изменения температуры воздуха в течение недели. Определите:

1) в какой день температура воздуха была самой высокой;

2) какой была самая высокая температура;

3) в какие дни температура воздуха была самой низкой;

4) в течение скольких дней температура не изменялась;

5) в какие дни температура была ниже нуля;

6) какой была температура во вторник, в среду;

7) в какой день температура была выше: в четверг или субботу.

Начертите в тетради и заполните таблицу 31.

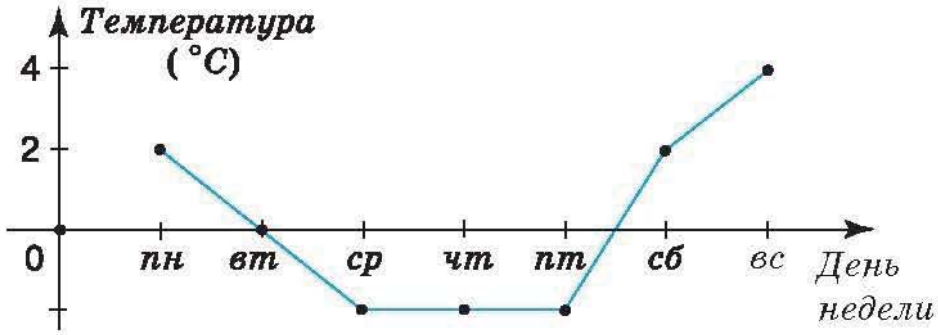



Рис. 182

*Таблица 31*

| Время (день недели) | Понедельник | Вторник | Среда | Четверг | Пятница | Суббота | Воскресенье |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Температура воздуха (°C) | | | | | | | |

**1574.** Утром в понедельник температура воздуха составляла 8 °C. Во вторник температура понизилась на 3 °C, в среду — на 2 °C, а с четверга по субботу — повышалась на 1 °C ежедневно. Какая температура воздуха была в воскресенье утром? Постройте график изменения температуры в течение недели.

**1575.** На рисунке 183 изображены графики изменения скоростей Андрея и Серёжи.

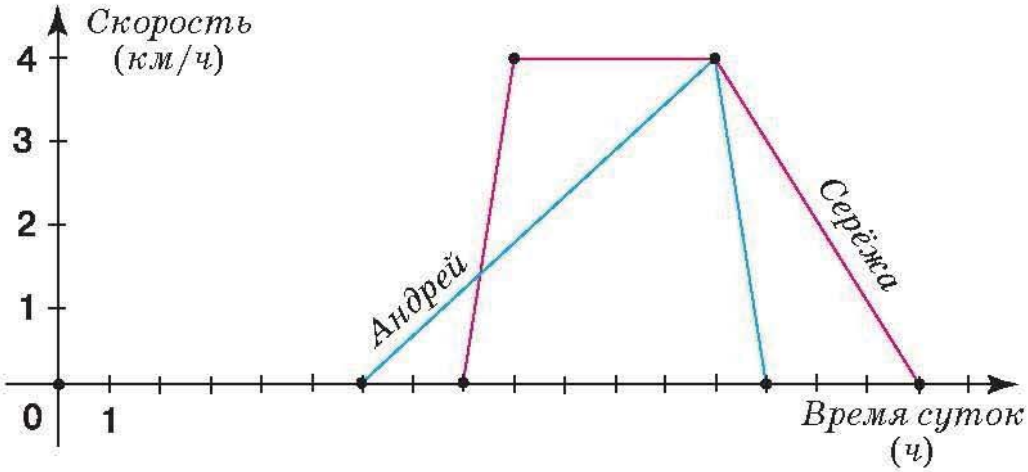



Рис. 183

Определите:

1) у кого из мальчиков скорость была большей в 10 ч;
2) в котором часу скорость Андрея была равна 3 км/ч;
3) какова скорость Серёжи: в 9 ч, в 13 ч;
4) в котором часу Серёжа остановился;

5) кто из мальчиков затратил на путешествие больше времени и на сколько;

6) останавливались ли мальчики передохнуть;

7) сколько километров прошёл Серёжа с 10 ч до 12 ч.

**1576*.** Из пункта $A$ в пункт $B$, расстояние между которыми составляет 60 км, в 13 ч выехал первый велосипедист, а через два часа в том же направлении выехал второй велосипедист. В котором часу каждый из велосипедистов прибудет в пункт $B$, если второй догнал первого в 17 ч на расстоянии 40 км от пункта $A$? Решите задачу графически.

**1577*.** Из пункта $A$ в пункт $B$, расстояние между которыми составляет 300 км, в 8 ч выехал автобус. Через час в том же направлении выехал автомобиль. В котором часу автомобиль догнал автобус, если в пункт $B$ автобус приехал в 13 ч, а автомобиль — в 12 ч? Решите задачу графически.

**1578*.** Дима пробегает 2 круга по беговой дорожке за такое же время, за которое Катя пробегает 3 круга. Катя пробежала 6 кругов. Сколько кругов за это время пробежал Дима? Постройте график зависимости данных величин.

**1579*.** За 3 кг мандаринов заплатили в 2 раза больше, чем за 5 кг яблок. Постройте график зависимости стоимости мандаринов от их массы, если 1 кг яблок стоит на 14 грн меньше, чем 1 кг мандаринов.

## ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

**1580.** Постройте график изменения температуры за неделю. Определите, в какой день температура была: 1) наивысшей; 2) наинизшей.

**1581.** Постройте график зависимости вашего роста от возраста за некоторый промежуток времени.

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

**1582.** Вычислите:

1) $\left(|48|:|-6|+\left|-\frac{3}{7}\right|\cdot\frac{21}{9}\right):\left(-\left|-\frac{3}{2}\right|\right)$; 2) $\left(|-54|\cdot\left(-\frac{1}{9}\right)+2{,}25\cdot|-0{,}8|:\left|-\frac{1}{10}\right|\right):\left|-\frac{6}{5}\right|$.

**1583.** Вычислите:

1) $3{,}71+(-13{,}6)+\left(-\frac{71}{100}\right)$; 2) $-0{,}109+86\frac{1}{4}+\left(-80\frac{891}{1000}\right)$.

## ГЛАВА 1

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

**1°.** Какую цифру нужно вставить вместо звёздочки, чтобы число 1754* делилось на 10?

**А.** 1. **Б.** 0. **В.** 5. **Г.** 2.

**2°.** Какую цифру нужно приписать слева к числу 56, чтобы оно делилось на 9?

**А.** 5. **Б.** 1. **В.** 3. **Г.** 7.

**3°.** Найдите НОК чисел 32 и 36.

**А.** 144. **Б.** 288. **В.** 4. **Г.** 1152.

**4.** Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 36 белых гвоздик и 126 розовых гвоздик?

**А.** 9. **Б.** 18. **В.** 36. **Г.** 4.

**5*.** Найдите наименьшее четырёхзначное число, которое содержит цифру 7 и делится и на 2, и на 3, и на 5.

**А.** 1710. **Б.** 1470. **В.** 1740. **Г.** 1170.

## ГЛАВА 2

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

### № 1

**1°.** Какая из дробей $\frac{5}{15}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{63}$, $\frac{11}{23}$ является несократимой?

**А.** $\frac{9}{63}$. **Б.** $\frac{11}{23}$. **В.** $\frac{5}{15}$. **Г.** $\frac{7}{42}$.

**2°.** Вычислите: $\frac{11}{12}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$.

**А.** $1\frac{3}{4}$. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** $\frac{1}{3}$.

**3°.** Какое из чисел $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{11}{27}$, $\frac{1}{3}$ — наибольшее?

**А.** $\frac{1}{3}$. **Б.** $\frac{5}{18}$. **В.** $\frac{2}{9}$. **Г.** $\frac{11}{27}$.

**4.** Сократите дробь $\frac{15y}{35xy^2}$ $(x \neq 0;\ y \neq 0)$.

**А.** $\frac{5}{7y}$. **Б.** $\frac{3}{7xy}$. **В.** $\frac{3x}{7y^2}$. **Г.** $\frac{1}{3xy^2}$.

**5*.** Одна сторона треугольника равна $\frac{4}{5}$ м. Она на $\frac{7}{10}$ м больше второй стороны и на $\frac{1}{20}$ меньше третьей стороны. Найдите периметр треугольника.

**А.** $2\frac{1}{20}$ см. **Б.** $1\frac{3}{5}$ см. **В.** $3\frac{1}{20}$ см. **Г.** $1\frac{3}{4}$ см.

## № 2

**1°.** Вычислите: $\frac{5}{12}:\frac{55}{72}$.

**А.** $\frac{6}{11}$. **Б.** $1\frac{5}{6}$. **В.** $\frac{5}{72}$. **Г.** $\frac{12}{55}$.

**2°.** Вычислите: $\frac{5}{6}\cdot 1{,}2$.

**А.** $\frac{5}{72}$. **Б.** 1. **В.** $\frac{5}{12}$. **Г.** 10.

**3°.** Найдите значение выражения: $\frac{5}{18}\cdot\frac{3}{35}\cdot 2$.

**А.** $\frac{6}{7}$. **Б.** $\frac{5}{42}$. **В.** $\frac{1}{84}$. **Г.** $\frac{1}{21}$.

**4.** Найдите площадь квадрата с периметром $2\frac{6}{7}$ см.

**А.** $11\frac{3}{7}$ см$^2$. **Б.** $\frac{5}{7}$ см$^2$. **В.** $\frac{25}{49}$ см$^2$. **Г.** $8\frac{8}{49}$ см$^2$.

**5*.** Найдите корень уравнения $\frac{5}{16}\left(x-\frac{5}{18}\right)=\frac{7}{24}$. Какому из неравенств удовлетворяет полученный корень?

**А.** $0{,}36 < x < 0{,}37$.
**Б.** $0{,}74 < x < 0{,}75$.
**В.** $0{,}29 < x < 0{,}3$.
**Г.** $1{,}21 < x < 1{,}22$.

## ГЛАВА 3

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10 – 15 мин.

### № 1

**1°.** Найдите значение отношения 0,18 : 3,6.

**А.** 0,2. **Б.** 0,5. **В.** 0,05. **Г.** 5.

**2°.** Найдите неизвестный член пропорции $6{,}4 : x = 4 : 0{,}5$.

**А.** 8. **Б.** 0,8. **В.** 5,12. **Г.** 0,2.

**3°.** Сколько стоят 9 кг конфет, если за 4 кг таких конфет заплатили 110 грн?

**А.** 27,5 грн. **Б.** 220 грн. **В.** 247,5 грн. **Г.** 275 грн.

**4.** Масштаб карты 1 : 600 000. Определите расстояние на местности, если на карте оно изображено отрезком 3 см.

**А.** 18 км. **Б.** 1,8 км. **В.** 180 м. **Г.** 18 м.

**5*.** За сколько дней выполнят задание 8 работников, если 4 работника могут выполнить это задание за 6 дней?

**А.** 3. **Б.** 4. **В.** 5. **Г.** 6.

### № 2

**1°.** Вычислите длину окружности, радиус которой равен 7 см.

**А.** 14 см. **Б.** 21,98 см. **В.** 43,96 см. **Г.** 439,6 см.

**2°.** Бросают игральный кубик. Вычислите вероятность события «выпадет 4 очка».

**А.** $\frac{1}{3}$. **Б.** $\frac{2}{3}$. **В.** $\frac{1}{6}$. **Г.** $\frac{1}{2}$.

**3°.** Вычислите площадь круга, диаметр которого равен 8 см.

**А.** 25,12 см$^2$. **Б.** 200,96 см$^2$. **В.** 50,24 см. **Г.** 50,24 см$^2$.

**4.** Число 12 увеличили на 25 %, а затем ещё на 15 %. Какое число получили?

**А.** 172,5. **Б.** 17,25. **В.** 168. **Г.** 16,8.

**5*.** В городском парке посадили деревья. Из них хвойные деревья составляют 60 %. Сколько деревьев посадили в парке, если хвойных деревьев посадили на 25 больше, чем лиственных?

**А.** 500. **Б.** 450. **В.** 250. **Г.** 125.

## ГЛАВА 4

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

### № 1

**1°.** Сколько среди чисел 4; 12; $-\frac{6}{3}$; 0; 18; $-2\frac{1}{3}$; –19; 111; –2,4; –91; –14 отрицательных целых чисел?

**А.** 6. **Б.** 4. **В.** 3. **Г.** 8.

**2°.** Найдите число, противоположное числу 0,5.

**А.** 0,5. **Б.** $-\frac{1}{2}$. **В.** $-\frac{1}{5}$. **Г.** –1,5.

**3°.** Расставьте числа 0,6; $-\frac{3}{4}$; –1,9 в порядке возрастания.

**А.** 0,6; $-\frac{3}{4}$; – 1,9. **Б.** $-\frac{3}{4}$; – 1,9; 0,6.

**В.** 0,6; –1,9; $-\frac{3}{4}$. **Г.** –1,9; $-\frac{3}{4}$; 0,6.

**4.** Вычислите: $|-9| \cdot |-2| - |-36| : 6$.

**А.** 24. **Б.** –12. **В.** –24. **Г.** 12.

**5*.** Найдите расстояние между точками $A$ и $B$, если $A$ — середина отрезка с концами в точках $C(-2)$ и $D(4)$, а $B$ — середина отрезка с концами в точках $M(-3)$ и $N(-5)$.

**А.** 5 ед. **Б.** 6 ед. **В.** 3 ед. **Г.** 2 ед.

## № 2

**1°.** Вычислите: $-2{,}8 + 0{,}2$.

**А.** $-3$. **Б.** $-2{,}6$. **В.** $3$. **Г.** $2{,}6$.

**2°.** Вычислите: $-15 - 17$.

**А.** $-32$. **Б.** $32$. **В.** $2$. **Г.** $-33$.

**3°.** Решите уравнение: $x - 1{,}5 = -3{,}4$.

**А.** $1{,}9$. **Б.** $-4{,}9$. **В.** $4{,}9$. **Г.** $-1{,}9$.

**4.** Вычислите: $\frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{9}\right) + \left(-5\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{9} - 0{,}2$.

**А.** $-6$. **Б.** $-4\frac{2}{3}$. **В.** $-5\frac{4}{45}$. **Г.** $6$.

**5*.** Из суммы чисел $5{,}6$ и $-1\frac{1}{8}$ вычли некоторое число. В результате получили $-0{,}605$. Найдите это число.

**А.** $3{,}98$. **Б.** $5{,}08$. **В.** $-3{,}88$. **Г.** $-4\frac{1}{8}$.

## № 3

**1°.** Какое из неравенств является верным?

**А.** $-2 \cdot (-5) < 0$. **В.** $2 \cdot 5 < 0$.
**Б.** $2 \cdot (-5) < 0$. **Г.** $-2 \cdot 5 > 0$.

**2°.** Вычислите: $-50 \cdot (-0{,}001) \cdot 27{,}28 \cdot (-2)$.

**А.** $-2{,}728$. **Б.** $54{,}56$. **В.** $27{,}28$. **Г.** $-272{,}8$.

**3°.** Решите уравнение: $-8 \cdot x = 6{,}4$.

**А.** $0{,}8$. **Б.** $-8$. **В.** $-0{,}8$. **Г.** $-71{,}2$.

**4.** Вычислите: $-0{,}2 \cdot (-100 : 4)$.

**А.** $-4$. **Б.** $-5$. **В.** $12{,}5$. **Г.** $5$.

**5*.** Вычислите: $-\frac{5}{11} : \left(-\frac{13}{33}\right) \cdot 78 : \left(-\frac{17}{15} + 3\frac{2}{5}\right) : \left(-\frac{45}{34}\right)$.

**А.** $0$. **Б.** $-15$. **В.** $-30$. **Г.** $15$.

# ГЛАВА 5

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

## № 1

**1°.** Упростите выражение: $6 \cdot (a + 0{,}5) - 4 \cdot (a - 2{,}8)$.

**А.** $6a + 4{,}2$. **Б.** $2a - 8{,}2$. **В.** $2a - 14{,}2$. **Г.** $2a + 14{,}2$.

**2°.** Решите уравнение: $2{,}5x + 12 = 2x - 13$.

**А.** 5. **Б.** –5. **В.** 50. **Г.** –50.

**3°.** Сумма двух чисел равна 30. Одно из чисел в 1,5 раза больше другого. Найдите эти числа.

**А.** 16 и 14. **Б.** 18 и 12. **В.** 15,75 и 14,25. **Г.** 20 и 10.

**4.** Решите уравнение $2 \cdot (y - 3{,}5) = 7 + 3{,}6 \cdot (2y - 1)$.

**А.** 2. **Б.** –2. **В.** 0,5. **Г.** –0,5.

**5*.** На двух полках стояло 18 книг. После того как с первой полки переставили на вторую 2 книги, на первой полке книг стало в 2 раза больше, чем на второй. Сколько книг было на каждой полке сначала?

**А.** 12 и 6. **Б.** 14 и 4. **В.** 10 и 8. **Г.** 15 и 3.

## № 2

**1°.** Какая прямая на рисунке 1 перпендикулярна к прямой $AB$?

**А.** $KM$. **Б.** $OK$. **В.** $CB$. **Г.** $CD$.

**2°.** Чему равен $\angle AOC$ на рисунке 1?

**А.** 90°. **Б.** 60°. **В.** 30°. **Г.** 180°.

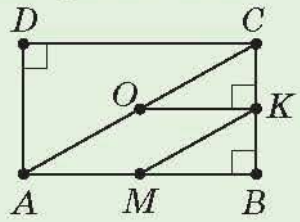


Рис. 1

**3°.** Какой пример всегда иллюстрирует параллельные прямые?

**А.** Стороны треугольника.
**Б.** Стороны прямоугольника.
**В.** Противоположные стороны квадрата.
**Г.** Два карандаша.

**4.** Три вершины квадрата $ABCD$ имеют координаты: $A(-2; 4)$, $B(5; 4)$ и $C(5; -3)$. Найдите координаты вершины $D$.

**А.** (5; 3). **Б.** (2; –3). **В.** (–2; –4). **Г.** (–2; –3).

**5*.** Отрезок $AB$ разделён точкой $C$ в отношении 5 : 1, считая от точки $A$. Найдите координаты точки $C$, если $A(1; -6)$ и $B(-5; -6)$.

**А.** (–4; –6). **Б.** (–3; –6). **В.** (0; –6). **Г.** (–1; –6).

# ОТВЕТЫ

## ГЛАВА 1

### § 1

**10.** 1) 12; 16; 20; 3) 12; 18. **11.** 1) 18; 24; 30; 3) 30. **12.** 1) 4; 3) 7. **15.** 1) 11; 13; 23. **16.** 1) 29; 37. **17.** 1) 7; 13; 19; 31; 37; 43. **18.** 1) 4. **21.** 1) Да, 3 коробки; 3) да, 6 коробок. **22.** 1) Да, по 18 человек; 3) нет. **23.** 3) 16; 32; 48; 64; 80; 96; 4) 22; 44; 66; 88. **24.** 3) 12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 4) 15; 30; 45; 60; 75; 90. **25.** 105; 140; 175; 210; 245; 280; 315; 350; 385. **26.** 24; 48; 72; 96. **27.** 1) Нет; 2) нет; 3) да. **28.** Например, 4; 9; 25; 49. **29.** Например, 6; 10; 14; 21. **30.** 13 и 11. **31.** 1) Да, 45 монет; 3) да, 9 монет. **32.** 15 лет, 33 года, 55 лет. **33.** 1) $6\frac{10}{11}$; 2) $\frac{20}{21}$. **34.** На 50 %.

### § 2

**41.** 1) 4; 2) 6. **44.** 1) 6. **47.** 1) 5. **50.** 1) 6; 3) 2. **52.** 3) 30; 40; 50. **56.** 2) 110; 355; 180; 650; 780; 4) 110; 180; 650; 780. **57.** 1) 252; 160; 210; 336; 520; 890; 3) 160; 210; 520; 890. **58.** 2) 330 или 335; 3) 330. **59.** 2) 1230 или 1235; 3) 1230. **60.** 2) 1350 или 1355; 3) 1350. **61.** 1) Нет; 3) нет. **62.** 1) Да; 3) да. **64.** 3) 10; 4) 11. **65.** 1) Да. Например, 76 и 66; 2) да. Например, 67 и 77; 3) нет; 4) нет. **66.** 1) Нет; 3) да. **67.** Нет. **68.** Да. **69.** Да. **70.** 1) 15; 25; 35; 45; 50; 55; 65; 75; 85; 95; 2) 50; 3) 50; 4) 51; 53; 57; 59. **71.** 1) 40; 45; 2) 40; 3) 40; 4) 41; 43; 47; 49. **72.** 1) 160; 3) 290. **73.** 1) 960; 3) 985. **74.** 1) 2000; 2025; 2050; 2200; 2225; 2250; 2500; 2550; 5000; 5025; 5050; 5200; 5225; 5250; 5500; 5525; 5550. **77.** Да, по 5 конфет. **78.** 1) 380,6; 3) 909,9. **79.** 7500 см$^3$.

### § 3

**83.** 1) 2. **84.** 72; 81; 90; 99; 108; 117. **85.** 90; 99; 108; 117; 126. **86.** 24; 39; 48; 63. **87.** 1) 2. **88.** 42; 45;48; 51; 54; 57; 60. **89.** 78; 81; 84; 87; 90; 93; 96; 99; 102. **94.** 1) 270; 2) 270; 570; 870. **95.** 1) 1314; 2) 1311; 1314; 1317. **96.** 1) 7128; 2) 1128; 4128; 7128. **97.** 1) 1521; 2) 1221; 1521; 1821. **98.** 1) 5049; 2) 5019; 5049; 5079. **99.** 1) Нет; 2) да. **100.** 1) Да; 2) да. **101.** 1) Да; 2) нет; 3) да. **102.** 1) 11; 3) 33. **103.** 1) Да. Например, 2223. **104.** 1) 999; 2) 999. **105.** 1) 1008; 2) 1002. **106.** 1) 333; 666; 999; 2) 111; 222; 333; 444; 555; 666; 777; 888; 999; 3) 555. **107.** 1) 10 737; 11 637; 12 537; 13 437; 14 327; 15 237; 16 137; 17 037; 17 937; 18 837; 19 737. **108.** 1) 80 550; 81 540; 82 530; 83 520; 84 510; 85 500; 85 590; 86 580; 87 570; 88 560; 89 550. **111.** 369; 639; 909. **112.** 67. **113.** 1) 3330; 2) 1110; 3000; 3300; 3330. **114.** 3 варианта: 285 228; 585 228; 885 228. **115.** 1005 и 9990. **116.** Да, по 274 грн. **117.** Нет. **119.** На 36,48 меньше и на 28,6 больше. **120.** 15,3 км.

### § 4

**129.** 3; 5; 7; 15; 21; 35; 105. **130.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) да. **134.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **135.** 1) 14; 2) 17; 3) 16; 4) 25. **136.** 1) 12; 2) 13; 3) 35; 4) 48.

**137.** 1) 15; 3) 52. **138.** 1) 5; 3) 34. **139.** 1) 6; 3) 12. **140.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет; 4) да. **142.** 11; 13; 17; 19. **143.** 21; 22; 23; 24; 26; 27; 28; 29. **144.** 6; 10; 14; 15; 21; 35. **145.** 1) 12; 3) 125. **146.** 1) 54; 3) 31. **147.** 15 наборов. **148.** 135 букетов. **151.** 1) 5; 2) 4; 3) 2; 4) 14. **152.** 1) 4; 2) 5; 3) 4; 4) 22. **153.** 27 подарков. **154.** 48 букетов. **155.** 117. **156.** 966. **157.** 1) 54; 2) 45. **158.** 6 квадратов со стороной 26 см. **160.** 1) 19,8; 2) 29. **161.** 0,858 кг золота и 1,742 кг серебра.

**§ 5**

**169.** 1) 210; 2) 180; 3) 630. **170.** 1) 36; 2) 90; 3) 42. **171.** 1) 168; 2) 96; 3) 72. **172.** 1) 75; 2) 225; 3) 288; 4) 864. **173.** 1) 192; 2) 99; 3) 112. **174.** 1) 315; 2) 300; 3) 336. **175.** Взаимно простые числа. **176.** 60 яблок. **177.** 36 пирожков. **178.** 72 года. **179.** 1) 1728; 2) 570; 3) 500; 4) 968; 5) 840; 6) 1296; 7) 1125; 8) 555. **180.** 1) 486; 2) 768; 3) 756; 4) 6600. **181.** 1) 72; 2) 96; 3) 1452; 4) 420; 5) 288; 6) 900; 7) 84; 8) 3289. **182.** 1) 330; 2) 720; 3) 350; 4) 3553. **183.** 1) 288; 2) 315. **185.** 1023. **186.** 980. **187.** 18 и 81; 27 и 72; 36 и 63; 45 и 54. **188.** 90 м. **189.** 89 см. **190.** 4; 8; 24.

## ГЛАВА 2

**§ 6**

**197.** 1) 6; 2) 4; 3) 3; 4) 7. **198.** 1) 5; 2) 6. **201.** 1) Нет; 2) да; 3) нет; 4) нет. **202.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **203.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) да. **204.** 1) 5; 2) 7; 3) 4; 4) 11. **205.** 1) 5; 2) 11; 3) 7; 4) 13. **208.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{7}{15}$; 3) $\frac{4}{11}$; 4) $\frac{6}{7}$. **209.** 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{5}{27}$. **212.** 1) $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{1}{20}$; 3) $\frac{6}{25}$; 4) $\frac{1}{8}$. **213.** 0,1; 0,11; 0,3; 0,9; 0,36. **214.** 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15. **215.** 1; 5; 7; 11; 13; 17. **220.** 1) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{5}{6}$; 5) $\frac{3}{11}$. **221.** 1) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{5}{9}$. **222.** 1) $\frac{7}{5}$; 3) $\frac{33}{10}$. **223.** 1) $\frac{3}{200}$ кг; 3) $\frac{1}{4}$ кг. **224.** 1) $10\frac{2}{3}$ мин; 3) $7\frac{1}{12}$ мин. **225.** 1) $6\frac{1}{6}$ ч; 3) $9\frac{1}{5}$ ч. **226.** 1) $\frac{b}{2}$; 3) $\frac{3y}{5}$. **227.** 1) $\frac{ac}{3}$; 3) $\frac{x}{2}$. **228.** 1) 3; 2) 5; 3) 19; 4) 1. **229.** 1) 4; 2) 2; 3) 5; 4) 5. **230.** $\frac{35}{70}$. **231.** $\frac{64}{72}$. **232.** Нет. **233.** $\frac{2}{5}$. **234.** 1) Несократимая; 2) $\frac{9}{25}$; 3) несократимая; 4) $\frac{7}{101}$. **236.** 1) $\frac{3}{4}$ ч; 2) $\frac{3}{2}$ ч; 3) 3 ч; 4) $\frac{9}{2}$ ч. **237.** $\frac{3}{2}$ кг. **238.** 1) 6; 2) 10. **239.** 9 см и 27 см.

## § 7

**244.** 1) 3; 2) 6; 3) 12; 4) 15. **245.** 1) $\frac{10}{12}$; 3) $\frac{20}{24}$. **248.** 1) 34; 3) 20; 5) 15; 7) 77; 9) 24; 11) 24; 13) 36; 15) 45; 17) 75; 19) 72; 21) 120; 23) 210; 25) 648; 27) 336. **249.** 1) 36; 3) 10; 5) 20; 7) 112; 9) 105; 11) 90; 13) 108; 15) 420. **250.** 1) <; 3) >; 5) >. **251.** 1) <; 3) <. **254.** 1) $\frac{25}{120}$ и $\frac{33}{120}$; 3) $\frac{85}{500}$ и $\frac{22}{500}$; 5) $\frac{60}{405}$ и $\frac{33}{405}$; 7) $\frac{25}{945}$ и $\frac{33}{945}$; 9) $\frac{21}{270}$ и $\frac{22}{270}$; 11) $\frac{185}{750}$ и $\frac{22}{750}$. **255.** 1) $\frac{104}{192}$ и $\frac{33}{192}$; 3) $\frac{585}{1500}$ и $\frac{66}{1500}$; 5) $\frac{240}{1620}$ и $\frac{207}{1620}$; 7) $\frac{35}{1323}$ и $\frac{45}{1323}$. **256.** $\frac{5}{12}$. **257.** $\frac{13}{18}$, $\frac{14}{18}$. **260.** 1) $\frac{40}{150}$, $\frac{105}{150}$, $\frac{44}{150}$; 3) $\frac{460}{960}$, $\frac{255}{960}$, $\frac{156}{960}$. **261.** 1) $\frac{24}{54}$, $\frac{9}{54}$, $\frac{44}{54}$; 3) $\frac{92}{96}$, $\frac{17}{96}$, $\frac{78}{96}$. **262.** 1) <; 3) <. **263.** 1) >; 3) <. **264.** Со второй. **265.** Зелёного. **267.** 1) <; 2) >; 3) >. **268.** 1) <; 2) <; 3) >. **269.** Второе. **270.** $\frac{1001}{1002}$. **274.** Одинаково. **275.** 1) 4; 2) 1, 4 или 7; 3) 0 или 5. **276.** 90 см$^2$.

## § 8

**281.** 1) $\frac{7}{10}$; 3) $\frac{5}{6}$; 5) $\frac{9}{14}$; 7) $\frac{10}{27}$. **282.** 1) $\frac{7}{12}$; 3) $1\frac{1}{9}$. **283.** 1) <; 3) <. **284.** 1) <; 2) =. **287.** $1\frac{4}{21}$. **288.** $\frac{67}{100}$. **289.** 1) 17; 3) 51. **290.** 1) 3; 3) 31. **291.** 1) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{1}{72}$; 5) $\frac{5}{16}$; 7) $\frac{1}{27}$. **292.** 1) $\frac{5}{21}$; 3) $\frac{11}{78}$. **293.** 1) >; 3) >. **294.** 1) =; 2) <. **297.** $\frac{36}{55}$. **298.** $1\frac{7}{130}$. **299.** $1\frac{11}{20}$. **300.** 1) $\frac{5}{7}$; 3) $1\frac{53}{65}$. **301.** 1) $\frac{11}{12}$; 2) $1\frac{59}{144}$. **302.** $\frac{4}{27}$ т. **303.** $2\frac{81}{100}$ м. **304.** На $4\frac{4}{15}$ грн. **305.** Второе, на $\frac{11}{12}$. **306.** 1) $1\frac{11}{12}$; 3) $1\frac{29}{48}$. **307.** 1) $2\frac{5}{14}$; 3) $1\frac{17}{24}$. **310.** 1) $1\frac{1}{90}$. **311.** 1) $1\frac{55}{72}$. **312.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{8}{105}$. **313.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{97}{225}$. **314.** 1) $2\frac{1}{28}$; 3) $3\frac{7}{22}$. **315.** 1) $2\frac{13}{42}$; 3) $3\frac{2}{55}$. **316.** 1) 25; 3) 7; 5) $\frac{11}{15}$. **317.** 1) 17; 3) $\frac{29}{40}$. **318.** $\frac{43}{78}$. **319.** $\frac{151}{192}$. **321.** $1\frac{71}{78}$. **322.** $1\frac{53}{132}$. **323.** На $\frac{1}{64}$. **324.** 1) $\frac{a+1}{a}$; 2) $\frac{a+1}{a}$. **325.** 21 грн 75 к. и 15 грн 75 к. **327.** 1) 0,96; 3) 1,08. **328.** 35 см.

## § 9

**334.** 1) $\frac{10}{21}$; 3) $\frac{10}{63}$; 5) $\frac{2}{7}$; 7) $\frac{1}{11}$. **335.** 1) $\frac{9}{56}$; 3) $\frac{3}{5}$. **336.** 1) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{4}{7}$; 5) $\frac{7}{15}$; 7) $\frac{5}{14}$. **337.** 1) $\frac{7}{44}$; 3) $\frac{14}{17}$. **338.** 1) $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{2}{9}$; 5) $\frac{1}{4}$; 7) $\frac{1}{4}$. **339.** 1) $\frac{3}{11}$; 3) $\frac{1}{5}$. **340.** 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{5}{21}$; 7) $\frac{1}{2}$. **341.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{2}{7}$. **343.** 1) 1; 2) 4; 3) 5. **344.** 1) 1; 2) 5; 3) 8. **345.** 1) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{6}$. **346.** 1) $\frac{7}{15}$; 3) $\frac{7}{30}$. **347.** 1) $\frac{4}{21}$; 3) $\frac{4}{15}$. **348.** 1) $\frac{3}{34}$; 3) $\frac{1}{30}$; 5) $\frac{1}{14}$. **349.** 1) $\frac{16}{29}$; 3) $\frac{1}{6}$. **350.** $\frac{1}{10}$. **351.** $\frac{5}{11}$. **352.** 1) 1; 3) $1\frac{2}{3}$; 5) $\frac{5}{43}$; 7) 0. **353.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{16}{41}$. **354.** 1) 2 кг; 3) 60 кг. **355.** $3\frac{2}{5}$ см. **356.** $1\frac{3}{4}$ см. **357.** 1) $1\frac{1}{2}$; 3) 10; 5) $1\frac{3}{4}$. **358.** 1) $\frac{5}{41}$; 3) $10\frac{5}{9}$. **359.** 1) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{5}$; 5) $\frac{3}{5}$; 7) $1\frac{1}{5}$. **360.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{2}{3}$. **361.** 1) 2; 3) $1\frac{1}{2}$. **362.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{4}$. **363.** 1. **364.** $\frac{4}{7}$. **365.** $2\frac{1}{3}$ см$^2$. **366.** $1\frac{1}{3}$ см$^2$. **368.** 1) 1; 3) 1; 5) 1; 7) 1; 9) 1; 11) 1. **369.** 1) 1; 3) 1. **370.** 1) 5; 3) 0,3. **371.** 1) 11; 3) 1,3. **372.** 1) $1\frac{3}{5}$; 3) $\frac{7}{32}$; 5) $\frac{10}{17}$; 7) $\frac{10}{59}$. **373.** 1) $3\frac{2}{3}$; 3) $\frac{5}{6}$. **374.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **377.** 1) 18; 3) $13\frac{2}{3}$. **378.** 1) 9 см$^2$; 3) $15\frac{3}{7}$ см$^2$. **379.** 1) 9 см$^2$; 3) $16\frac{1}{2}$ см$^2$. **380.** 1) $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{9}{16}$. **381.** 1) $1\frac{1}{15}$; 2) 1. **382.** 1) $\frac{1}{42}$; 3) $5\frac{1}{2}$. **383.** 1) $\frac{11}{15}$; 2) 1,2. **384.** 1) 10; 2) $1\frac{1}{36}$. **385.** $6\frac{19}{51}$ см, 1 см$^2$. **386.** $11\frac{1}{5}$ м. **387.** $23\frac{19}{20}$ м. **389.** 160 грн 10 к. **390.** 130 страниц. **391.** 41 км. **392.** 1) $1\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{8}{135}$. **393.** $\frac{11}{20}$. **395.** 33. **398.** 8 см и 2 см. **399.** $\frac{6}{7}$ и $\frac{7}{6}$. **400.** $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{4}$. **401.** $28\frac{7}{20}$ м$^2$. **402.** Да. **403.** 27 м. **404.** 1548 грн. **405.** 180 г. **406.** 120 яблок. **407.** 25 букетов.

## § 10

**413.** 1) 3; 3) 3; 5) $1\frac{2}{3}$; 7) $1\frac{1}{2}$; 9) $\frac{3}{4}$; 11) $1\frac{2}{3}$. **414.** 1) 2; 3) $1\frac{1}{2}$. **416.** 1) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{3}$. **417.** 1) 3; 3) $1\frac{1}{2}$. **418.** 1) 8; 2) 34. **419.** 1) $\frac{4}{7}$; 3) $\frac{3}{4}$. **420.** 1) $\frac{2}{11}$; 3) $\frac{4}{5}$.

**421.** $\frac{5}{6}$. **422.** 1) $1\frac{1}{13}$; 3) $1\frac{5}{9}$; 5) $3\frac{1}{2}$; 7) $7\frac{1}{2}$; 9) $3\frac{1}{2}$; 11) $4\frac{2}{5}$. **423.** 1) $1\frac{2}{7}$; 3) $2\frac{3}{4}$. **424.** 1) $1\frac{1}{3}$; 3) $3\frac{2}{5}$. **425.** 1) $3\frac{1}{2}$; 3) $8\frac{1}{3}$. **426.** $\frac{8}{43}$. **427.** 1) $13\frac{1}{3}$ кг; 3) $6\frac{2}{3}$ кг. **428.** 1) $\frac{4}{49}$; 3) 3. **429.** 1) $\frac{1}{3}$; 3) $4\frac{2}{3}$. **430.** 1) $\frac{6}{11}$; 3) $1\frac{3}{4}$. **431.** 1) $\frac{7}{16}$; 3) $2\frac{1}{2}$. **432.** 6. **433.** $\frac{5}{7}$ см. **434.** 8 см. **435.** $1\frac{1}{3}$ см. **439.** 1) $2\frac{1}{2}$; 3) $\frac{5}{7}$. **440.** 1) 27 см; 2) 49 см. **441.** 1) 108°; 2) 80°. **442.** 1) 100°; 2) 162°. **443.** 1) 6; 3) $\frac{3}{4}$; 5) $9\frac{5}{11}$; 7) 12; 9) $\frac{3}{5}$. **444.** 1) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{11}{17}$. **445.** 1) $1\frac{5}{6}$; 3) $10\frac{1}{2}$; 5) 3. **446.** 1) $\frac{2}{3}$; 3) 1. **447.** $11\frac{1}{3}$ см. **448.** $\frac{5}{12}$ см². **449.** $10\frac{4}{5}$ см, $5\frac{17}{20}$ см². **450.** $41\frac{14}{15}$ м. **451.** 3 мин; 2,5 мин. **452.** 222 страницы. **453.** 53 км. **454.** 1) 1; 2) $1\frac{5}{8}$; 3) $1\frac{1}{5}$. **455.** 1) $\frac{4}{11}$; 2) 18. **456.** Младший получил 36, средний — 27, старший — 9 орехов. **457.** 6. **458.** 48. **459.** 74 гусака. **460.** Да. **461.** 5 рулонов. **462.** $\frac{5}{8}$ кг яблок и $\frac{8}{9}$ кг киви. **463.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет. **464.** 16,8 км.

## § 11

**470.** 1) 0,(3); 2) 0,6; 3) 0,625; 4) 0,(571428). **471.** 1) 0,1(6); 2) 0,15; 3) 0,875; 4) 0,(285714). **472.** 1) Да; 2) да. **473.** 1) 0,777777...; 3) 1,5333333...; 5) 4,171717...; 7) 0,298298.... **474.** 1) 0,666666...; 3) 4,327777.... **475.** 1) 0,4375; 3) 0,36; 5) 0,(8); 7) 0,2(6); 9) 0,(3); 11) 0,(1). **476.** 1) 0,8(3); 2) 0,8125; 3) 0,08(3); 4) 0,96. **477.** 1) 4; 3) 36. **478.** 1) 81; 3) 3. **479.** 4) 2,34 и 2,35. **480.** 1) 0,1 и 0,2. **481.** 4) 0,27 и 0,28. **482.** 2) 0,5 и 0,6. **483.** 3) 1,347 и 1,348. **484.** 1) >; 3) <. **485.** 1) <; 2) <. **486.** 1) 0,1; 2) 0,6; 3) 0,5; 4) 0,3. **487.** 1) 0,43; 2) 0,13; 3) 0,24; 4) 0,53. **488.** 1) 0,82; 2) 0,17; 3) 0,33; 4) 0,47. **489.** 13,54 см. **490.** 14 см. **491.** 1) 0,6 и 0,7. **492.** 3) 0,4 и 0,5. **493.** 1) 0,5 < 0,(5) < 0,6; 3) 0,1 < 0,16 < 0,2. **494.** 1) 0,8 < 0,(8) < 0,9; 3) 0,6 < 0,64 < 0,7. **502.** 1) 0,0(73); 2) 0,3589(74). **503.** 1) 0,121(95); 2) 1,15. **506.** 1) 5,1708(3). **507.** 1) 6,37; 2) 3,(461538). **508.** 1) а) 0,08; б) 0,09; 2) а) 0,71; б) 0,72. **509.** 1) а) 0,0; б) 0,1; 2) а) 6,4; б) 6,5. **510.** 1) $0{,}63 < \frac{12}{19} < 0{,}64$; $\frac{12}{19} > 0{,}61$; 3) $0{,}82 < \frac{98}{119} < 0{,}83$; $\frac{98}{119} < 0{,}85$. **511.** 1) $0{,}47 < \frac{8}{17} < 0{,}48$; $\frac{8}{17} > 0{,}45$; 3) $0{,}62 < \frac{77}{123} < 0{,}63$; $\frac{77}{123} > 0{,}61$. **512.** $17\frac{1}{3} \approx 17{,}(3)$ см; $17{,}33 < 17{,}(3) < 17{,}34$.

**513.** $26\frac{14}{87} \approx 26{,}1609$ см; $26{,}160 < 26{,}1609 < 26{,}161$. **514.** 0,40. **515.** 1) $\frac{130}{111}$; 2) 1,03(6). **519.** 1) 130; 2) 315; 3) 84. **520.** 20 см.

## ГЛАВА 3

### § 12

**527.** 1) 4; 2) 2; 3) $\frac{2}{35}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{4}{7}$; 6) $\frac{1}{4}$. **528.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) 5; 3) $\frac{1}{25}$; 4) 0,2. **534.** 1) 2; 2) $\frac{1}{25}$; 3) 4 км/ч; 4) 4 м/с. **535.** 1) 6; 2) 5 м/с. **536.** $1\frac{2}{7}, \frac{7}{16}, \frac{9}{16}$. **537.** $1\frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}$. **538.** 1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{1}{45}$; 3) $\frac{10}{63}$; 4) $\frac{66}{133}$. **539.** 1) 30; 2) $3\frac{1}{3}$. **540.** 1) 100; 2) 125; 3) 75; 4) 200. **541.** У второй бригады. **542.** Одинакова. **543.** 1) 12,5; 2) $\frac{2}{3}$. **544.** 1) 4; 2) $\frac{3}{4}$. **545.** 75 м. **546.** $1\frac{2}{3}$. **547.** В $1\frac{1}{4}$ раза. **550.** 102. **551.** 4 и 6,5.

### § 13

**572.** 1) 15; 2) 24; 3) 6; 4) 15; 5) 0,5; 6) 3,5; 7) $11\frac{2}{3}$; 8) 32; 9) $3\frac{1}{3}$; 10) 6; 11) 11; 12) 0,24. **573.** 1) 21; 2) 1,5; 3) 2; 4) $8\frac{2}{3}$; 5) 16; 6) 0,2. **576.** 35. **577.** 6. **578.** 4. **579.** 1,44. **580.** 1) 6,4; 2) $1\frac{2}{7}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) 6; 5) 7; 6) 0,5; 7) 3,75; 8) 7. **581.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) 3; 3) 16; 4) $1\frac{1}{3}$. **582.** 7. **583.** 1,68. **584.** 4. **585.** 1) 12; 2) $\frac{1}{2}$. **587.** 1) 8; 2) $2\frac{2}{3}$; 3) 1,5. **588.** 36 или 18.

### § 14

**594.** 1) 72 грн; 2) 10 деталей. **595.** 320 грн. **596.** 56 грн. **597.** 40 км. **598.** 7 ч. **599.** 3000 кг. **600.** 12 кг. **601.** 140 км. **602.** 48 км. **604.** 1) 60 км/ч; 2) 4 работника. **605.** 6 дней. **606.** 3 дня. **607.** 66 км/ч. **608.** 125 км/ч. **609.** 48 грн. **610.** 24 грн. **611.** 2920; 45. **612.** 50 грн; 18. **613.** 2; 4. **614.** 180 л; 4,5 мин. **615.** 4 ч; 80 км/ч. **616.** 1,5 ч; 3 км/ч. **617.** 3 дня; 6. **618.** 4 дня; 12. **621.** 10 мин. **622.** 6 дней. **623.** 16 кругов. **624.** 1 ч. **625.** 32 буквы. **628.** 1) $\frac{4}{11}$; 2) 3.

### § 15

**637.** 1) 6 и 18; 2) 9 и 15; 3) 3, 6 и 15; 4) 6, 6 и 12. **638.** 1) 10 и 20; 2) 6, 8 и 16. **641.** 4 см, 14 см. **642.** 9 см, 15 см. **643.** 200 грн, 120 грн. **644.** 5720 грн, 6480 грн.

**645.** 90 г; 180 г. **646.** 150 г; 450 г. **649.** 1 км. **650.** 100 м. **651.** 1) 5 км; 2) 15 км; 3) 22,5 км; 4) 31 км. **652.** 1) 80 км; 2) 220 км. **653.** 1) 2,6 см; 2) 0,65 см. **654.** 8,8 см. **655.** 3 см, 8 см. **656.** 12 см, 21 см. **657.** 20 см, 12 см, 16 см. **658.** 16 см, 12 см, 8 см. **659.** 248 км, 217 км. **660.** 104 м, 96 м. **661.** 42 страницы, 48 страниц. **662.** 30 дет., 40 дет. **663.** 240 кг. **664.** 1200 г. **665.** 72 см, 48 см. **666.** 6 м, 9 м. **669.** 0,5. **670.** 150, 100 и 60. **671.** 48, 160, 120. **677.** 1) 20; 2) 28; 3) 3250. **678.** 4 км/ч.

**§ 16**

**685.** 1) 4 см и 12,56 см; 2) 1 м и 3,14 м. **686.** 1) Увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 4 раза. **688.** 1) 8 см, 25,12 см, 50,24 см$^2$; 2) 1 см, 6,28 см, 3,14 см$^2$. **689.** 1) Увеличится в 9 раз; 2) уменьшится в 16 раз. **692.** 1) 72°; 2) 60°. **693.** 36°. **694.** 1) 113,04 см$^2$; 2) 78,5 см$^2$. **696.** 1) 18,84 см; 2) 31,4 см. **697.** 25,12 см. **700.** 37,68 см; 113,04 см$^2$. **701.** 0,2 м. **702.** 625. **703.** 1) 80°, 120°, 160°; 2) 40°, 80°, 100°, 140°. **704.** 90°, 120°, 150°. **706.** Да. **707.** Нет. **711.** 1) 286; 2) 30. **712.** 23.

**§ 17**

**722.** *Указание*: 50 — 150°, 30 — 90°, 40 — 120°. **723.** *Указание*: 35 — 105°, 50 — 150°, 35 — 105°. **724.** *Указание*: 40°, 200°, 120°. **725.** *Указание*: 252° и 108°. **735.** *Указание*: 90°, 54°, 144° и 72°. **736.** *Указание*: 216°, 72°, 54° и 18°. **747.** 44 %. **748.** 1.

**§ 18**

**755.** 10 см. **756.** 8 см. **764.** 2 см, 5 см. **765.** 16 см, 24 см. **767.** 7 см, 3 см. **768.** 10 см, 4 см. **770.** 7,5 см. **771.** 7,5 см. **772.** 7 см. **773.** 8 см, 10 см. **774.** 6,35 тыс. км; 39,88 тыс. км. **778.** 1) 27,8; 2) 25,5. **779.** 21 грн.

**§ 19**

**789.** 1) 9; 2) 90; 3) 337,5; 4) 540. **790.** 1) 72; 2) 360. **791.** 700 кг. **792.** 432. **793.** 1) 200; 2) 400; 3) 80; 4) 10. **794.** 1) 50; 2) 200. **795.** 200 км. **796.** 125 грн. **797.** 1) 25 %; 2) 20 %; 3) 10 %; 4) $3\frac{1}{3}$ %. **798.** 1) 50 %; 2) 12,5 %. **799.** 25 %. **800.** 25 %. **801.** 31,25 %. **802.** 37,5 %. **803.** 42. **804.** 60. **805.** 1) 25,6; 2) 24; 3) 16; 4) 8. **806.** 1) 42; 2) 15. **807.** 1) 66; 2) 75; 3) 90; 4) 132. **808.** 1) 175; 2) 312,5. **809.** 2,3 кг. **810.** 600 грн. **811.** 9200 грн. **812.** 30 грн. **813.** 1) 70; 2) 200. **814.** 400. **815.** 1) 300; 2) 700. **816.** 40. **817.** 300 грн. **818.** 5000 грн. **819.** 3 кг, $33\frac{1}{3}$ % кг. **820.** 200, 315. **821.** 40 %. **822.** $33\frac{1}{3}$ %. **823.** 25 %. **824.** 25 %. **825.** 1) 120 %; 2) 110 %. **826.** 60 %. **827.** 1) 200 %; 2) 300 %. **828.** 75 %. **829.** 80 %. **830.** 88 %. **831.** 160 %. **832.** 125 %. **835.** 10 ёлок, 40 сосен. **836.** 100. **839.** 2000 кг, 1300 кг. **840.** 400 раб., 90 раб. **841.** 40 %. **842.** 48 %. **845.** Увеличится на 1,8 дм. **846.** Увеличится на 0,32 м. **847.** Уменьшится на 13 см. **848.** Уменьшится на 46 см. **849.** Да. **850.** 86,25. **851.** 31,2. **852.** 63,24. **853.** 52,5. **854.** Увеличить на 25 %. **855.** Уменьшилось на 9 %. **858.** На 15 %. **860.** 36 300 грн. **861.** 180 км.

**862.** 200 страниц. **863.** На 20 %. **864.** На 25 %. **865.** 70 %. **866.** 20 %, 30 %, 50 %. **868.** Снизилась на 18 %. **869.** Уменьшилось на 6,25 %. **870.** 1) 20 %; 2) 50 %. **872.** На 82 %. **873.** Увеличится в 4 раза. **874.** 14 %. **875.** 17 мин. **876.** 4 %. **880.** 1) 30; 2) 6. **881.** 384 см$^2$. **882.** 22,7 км.

**§ 20**

**888.** $\frac{1}{2}$. **889.** $\frac{1}{2}$. **890.** *Указание*: двузначных простых чисел — 21. 1) $\frac{1}{21}$; 2) $\frac{17}{21}$. **891.** 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{4}{9}$. **892.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}$. **893.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$. **894.** $\frac{7}{15}$ и $\frac{8}{15}$. **895.** $\frac{17}{32}$ и $\frac{15}{32}$. **896.** $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$. **897.** $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{9}$. **898.** $\frac{1}{4}$. **899.** $\frac{1}{2}$. **900.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$. **901.** $\frac{1}{2}$. **902.** $\frac{1}{5}$. **903.** $\frac{1}{6}$. **904.** 0,97. **905.** $\frac{33}{34}$. **906.** $\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$. **907.** $\frac{5}{36}$. **908.** $\frac{1}{6}$. **910.** $\frac{1}{8}$. **911.** 6. **914.** 1) 2; 2) 175. **915.** 32.

## ГЛАВА 4

**§ 21**

**922.** 1) Да; 2) да; 3) да; 4) нет. **924.** 1) Банк и школа. **930.** 1) –3 °C; 2) + 11 °C; 3) –3 (км); 4) + 2,3 (км). **931.** 1) Да; 3) нет; 4) нет. **933.** 1) –11, $-\frac{1}{2}$, –35,9; 2) 0,99, 102, $\frac{1}{5}$; 3) 0,99, 102, 0, $\frac{1}{5}$. **934.** –4°, –5°, –6°, –8°, –10°, –6°, –6°. **936.** 20 клеточек. Точка $O$ лежит справа от точки $A$ и слева от точки $B$. **937.** 10 клеточек. Точка $O$ лежит справа от точки $B$ и слева от точки $A$. **938.** 58 клеточек. **942.** 1) 6; 2) 4. **943.** 1) 5; 2) 10.

**§ 22**

**951.** 1) $A(-4)$; 2) $B(6)$. **952.** 1) $A(-2{,}5)$ и $B(2{,}5)$; 2) $A(-7)$ и $B(7)$. **953.** 1) $A(-5)$ и $B(5)$; 2) $A(-10)$ и $B(10)$. **955.** $A(2)$, $B(5)$, $C(-2)$, $D(-4)$, $E(-5)$. **956.** $A(-1)$, $B(-3)$, $C(-5)$, $M(4)$, $E(2)$. **957.** $B(4)$, $C(6)$, $D(-1)$, $E(-3)$, $F(-4)$. **958.** $B(3)$, $C(4)$, $D(-4)$, $M(5)$, $N(-5)$. **961.** 1) $A$; 2) $C$; 3) $N$. **962.** 1) $N$; 2) $B$; 3) $K$. **967.** $A\left(\frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}\right)$, $D\left(1\frac{1}{3}\right)$, $E(1{,}5)$, $M\left(-\frac{1}{3}\right)$, $F\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $L\left(-\frac{5}{6}\right)$, $N\left(-\frac{2}{3}\right)$.

**968.** $B(0{,}1)$, $C(0{,}4)$, $D(1{,}5)$, $E(2)$, $K(-0{,}4)$, $M(-0{,}7)$, $L(-0{,}9)$, $F(-1{,}1)$, $N(-1{,}2)$. **969.** $A(0{,}5)$, $B(1{,}5)$, $C(-0{,}5)$, $D(-1{,}5)$, $E(-2{,}5)$. **970.** 1) $M(8)$, $N(4)$; 2) $M(-5)$, $N(-13)$. **971.** 1) $A(-8{,}5)$, $B(-5{,}5)$; 2) $A(6{,}2)$, $B(-3{,}8)$. **973.** 1) $M(15)$; 3) $M(3{,}5)$; 4) $M(-2)$. **974.** 2) $M(0)$; 3) $M(-7{,}5)$. **975.** $M(-7)$, $N(5)$, $B(1)$, $C(-11)$. **976.** $M(5{,}6)$, $N(1{,}6)$, $B(3)$, $C(-1)$. **977.** $C(1{,}8)$. **981.** 1) 85; 2) 484. **982.** Привезли 221,5 кг, продали 147,75 кг, осталось 73,75 кг.

## § 23

**989.** 1) 2 или –2; 2) 4 или –4; 3) 3 или –3. **990.** 1) 5 или –5; 2) 8 или –8. **993.** 2) 12; 3) $\frac{4}{9}$; 4) 3,8. **994.** 1) Да; 2) да; 3) нет; 4) нет. **995.** 1) Нет; 2) нет; 3) да. **998.** 1) –5,6; 3) 0; 4) 5. **999.** 1) –41; 4) 8,09. **1000.** 1) –9; 2) 20; 4) 0. **1001.** 1) –9,5; 2) 6; 4) –38. **1002.** 1) –34; 2) –5; 3) 65; 4) 8. **1003.** 1) –28; 2) –2; 3) 86; 4) 5. **1005.** 1) 7; 2) 8; 4) 0; 5) 1; 8) 250. **1006.** 1) 12; 3) 0; 5) 8. **1007.** 1) 3,6; 1,8; 3) 56; 528. **1008.** 2) 36; 288; 3) 56; 528. **1009.** 1) 18 и –18; 2) 5,4 и –5,4. **1010.** 1) –24; 2) –0,4; 3) –14,25. **1011.** 1) –15; 15; 2) 100; –100; 6) 0. **1012.** 1) 1; –1; 2) 125; –125; 3) 7,8; –7,8. **1013.** 1) а) 8,2, б) 8,2. **1014.** 1) –53; 3) –71. **1015.** 1) –2; 2) 0; 3) –30. **1019.** 1) 2; 2) 10; 3) 10. **1023.** 1) 36; 3) –96; 4) –127. **1024.** 10,004. **1027.** 1) Да; 2) да. **1029.** 1) –100; –100; 2) –13; 13; 5) корней нет; 6) –12; 12. **1030.** 1) –4,2; 4,2; 2) корней нет; 3) 0; 4) –32; 32. **1031.** 1) 20. **1032.** 1) 5; 2) 2,9. **1033.** В 11 раз. **1034.** $a = 4$. **1042.** 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22. **1043.** 16. **1044.** 2) 618 кг 908 г; 3) 6 сут 1 ч 20 мин.

## § 24

**1048.** 1) Да; 2) да; 3) да. **1051.** 1) 534; 2) 534; 0. **1053.** 1) 23 целых числа, 11 натуральных чисел. **1054.** 1) 15 целых чисел, 15 натуральных чисел; 2) 9 целых чисел, 0 натуральных чисел. **1055.** 1) 0 чисел; 2) 7 чисел. **1057.** 1; 2; 3; 4; –1; –2; –3; –4. **1058.** 1) –1; –2; 0; 1; 2; 3) –1; 0; 1. **1061.** 1) –3; $-\frac{35}{7}$. **1062.** 1) –13; –14; 13; 14; 5) –59; 59. **1063.** 1) Нет; 2) да; 3) нет; 4) нет. **1065.** 1; –1. **1067.** $x = 1$, $y = 5$; $x = 2$, $y = 4$; $x = 3$, $y = 3$; $x = 4$, $y = 2$; $x = 5$, $y = 1$. **1069.** 28 учеников. **1070.** Нет.

## § 25

**1080.** 1) $-2 < 0$; 2) $2{,}5 > 0$. **1083.** 1) $2 > -4$; 2) $-45 < 6$. **1084.** 1) $77 > -99$; 2) $-0{,}004 < 0{,}00003$; 3) $-\frac{5}{2} < \frac{2}{5}$. **1085.** 1) $4{,}4 > 0$; 2) $-3{,}1 < 0$. **1086.** 1) $6{,}04 > 0$; 2) $-0{,}0001 < 0$; 3) $-1\frac{5}{7} < 0$. **1087.** 1) $-72 < -32$; 2) $-4{,}2 > -4{,}201$; 3) $-1{,}2 = -\frac{6}{5}$; 4) $-0{,}25 = -\frac{1}{4}$. **1088.** 1) $-34{,}2 < -9{,}99$; 2) $-3{,}5 = -\frac{7}{2}$; 3) $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{9}{2} < -\frac{2}{9}$. **1089.** 1) $5{,}6 > 5{,}01$; 2) $-5{,}6 < 5{,}01$; 4) $-5{,}6 < -5{,}01$. **1090.** 1) 0; 0,08; –6,7; 9; –10; –12,5; –31,4; 45; 2) –31,4; –12,5; –10; –6,7; 0; 0,08; 9; 45. **1092.** 1) 2; 1; 2) 1; 3) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. **1093**. 1) 0; 3) 0; 1; –1. **1097.** 1) –28; –27; –26; –25; –24; –23; –22; 2) 0; 1. **1098.** 1) –4; –3; –2; –1; 1; 2; 3; 4. **1099.** 1) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 0; –1; –2; –3; –4; –5; –6; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 0; –1; –2; –3; –4; –5; –6; –7. **1100.** 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. **1101.** 1) 2; 3; 4; 5; 2) –2; –3; –4; –5; 2; 3; 4; 5. **1105.** 3,01; 2,4;

0; –2,7. **1107.** 1) –73. **1111.** 1) Да; 2) нет. **1113.** 1) 1; 2) $\frac{3}{4}$. **1114.** 1) 28,6.

## § 26

**1122.** 1) –6; 2) –4. **1124.** 1) –4; 2) –98; 3) –16; 4) –80; 5) 4,6; 6) –3,5; 7) 6,59; 8) –1,94; 9) –0,12; 10) –50,8; 11) 6,75; 12) 3,22. **1125.** 1) 4; 2) 98; 3) 16; 5) 80,09; 6) –3,1. **1127.** 1) –50; 2) –304; 3) –23; 4) –91; 5) –13,15; 6) –75,79; 7) –0,22; 8) –16,4; 9) –0,9. **1128.** 3) –13,231; 4) –4,4; 5) –8; 6) –100. **1129.** 1) –6; 2) 4; 3) –4; 4) 6; 5) 11; 6) –11; 7) –5,1; 8) 5,1. **1130.** 1) 50,2; 2) –50,2; 3) –39,8; 4) 39,8. **1131.** 1) –18; 2) –1. **1132.** 1) –26; 2) –4. **1133.** 1) –20; 2) 20. **1134.** 1) –40; 2) –53. **1135.** 1) 23; 2) 12; 4) –0,1. **1136.** 1) 0; 2) 0; 3) 0; 4) 0. **1137.** 1) 0; 2) 0. **1138.** 1) 5,2; 2) $2\frac{2}{3}$. **1139.** 2) 14,5. **1143.** 1) –4,1; 3) 7,79. **1144.** 1) 3,6; 2) 2,4; 3) 0,4. **1145.** 1) $a$; 2) $-b$. **1146.** 1) Нет; 2) нет; 3) да. **1147.** 1) Да; 2) нет; 3) да. **1150.** Увеличилось на 5 учеников. **1153.** $C(-1)$. **1154.** $C(9,7)$. **1155.** $C(-7,5)$. **1156.** 1) –7,7; 2) $-1\frac{1}{11}$; 7) 2. **1157.** 1) $\frac{1}{3}$; 3) –10,6. **1158.** 1) –8,7; 2) 0,4; 3) 3,5. **1159.** 1) 14; –10; 2) –13; 23. **1161.** 9900. **1162.** –90. **1163.** 1) $2a-5n+23m-33$; 2) $c+2d$. **1166.** 1) –3; 2) –21. **1168.** 0. **1174.** Увеличился на 7 см. **1175.** 1) 67 км 4 м; 2) 56 кг 558 г; 3) 72 т 884 кг 812 г; 4) 9 ч 21 мин 50 с. **1176.** 3) 186,14. **1177.** 10 г.

## § 27

**1184.** 1) 5; 2) 0. **1185.** 1) 20; 2) –30. **1186.** 1) Нет; 2) да; 3) да. **1187.** 1) –25; 2) 64; 3) 25; 4)0; 5) –3,9; 6) –4,9; 7) –1,55; 8) –4,54; 9) –0,5. **1188.** 1) 58; 2) –18; 3) –37,01. **1190.** 1) –76; 2) –79; 3) –35; 4) –182; 5) –7,23; 6) –8,04. **1191.** 1) –77; 2) –872. **1192.** 1) 5; 2) 6. **1193.** 1) 62; 2) 0; 3) –800; 4) 100; 5) –320; 6) 252; 9) –4,5; 12) –292. **1194.** 1) –29; 2) 410; 3) 20,7. **1195.** 3) 12. **1196.** 1) 17; 2) –85; 3) 85; 4) –17; 5) –0,6; 6) 0,6; 7) –5,2; 8) 5,2. **1197**. 1) 2,2; 2) –2,2; 3) –9,8; 4) 9,8. **1200.** 1) 42; 2) –690. **1202.** 1) –37; 2) 0; 3) 12. **1203.** 1) –28; 2) –18. **1205.** 1) 6,2; 3) 22,45. **1206.** 1) 1,29; 2) 0,25; 3) 1. **1208.** 1) –27739; 2) –7832. **1209.** 3) 0; 4) 0,9. **1210.** 1) –5; 2) $-\frac{5}{24}$. **1211.** 1) 4503; 2) 695. **1212.** 6) 1,4; 7) 4,5; 8) 9. **1213.** 1) –6; 2) –30; 3) –24. **1215.** 1) 8; 2) 17; 3) 14,5; 4) 4,4; 5) 30. **1216.** 1) –4; –6; 2) –1; –7. **1217.** 1) 0,01; 2) –0,8. **1218.** 1) –2,8; 2) 58. **1219.** 1) –0,58; 2) 19,2; 3) –1,25. **1220.** 10098. **1221.** –1098. **1222.** –85. **1225.** –0,99. **1232.** 1) 7800; 2) 1360. **1233.** 1) 4,195; 3) 4,5. **1234.** 1) $\frac{2}{7}$; 3) 0. **1235.** 17,1.

## § 28

**1242.** 1) 90; 2) –35. **1243.** 1) 12; 2) –30. **1244.** 1) 18; 2) –36; 3) –2,5. **1245.** 1) –40; 3) –2,1; 5) –3; 6) –0,5. **1246.** 1) –1; 2) –2,8; 3) –146; 4) –23. **1248.** 1) 100; 2) 1200; 5) 3. **1249.** 1) 88; 3) 0,63. **1251.** 1) –40; 2) –40; 3) 40; 4) 40. **1252.** 1) 0; 2) 0; 3) 0; 4) 0. **1255.** 1) 0; 2) 0; 3) 0; 4) 0. **1256.** 1) 0; 2) 0; 3) 0. **1257.** 1) 56; 3) –56; 5) 0,92; 7) 0,8. **1261.** 1) –31; 2) 0,24; 4) 12; 7) –30; 8) 3,6. **1262.** 2) 0,1. **1264.** 1) –19; 2) –10,8; 3) –7; 6) –12. **1265.** 1) –0,1; 3) –269. **1266.** 1) Отрицательный; 2) положительный. **1267.** 1) Положительный; 2)отрицательный. **1269.** 1)–4,8; 2)–24; 3)3. **1270.** 1)–34; 2)–27. **1271.** 1)–360; 2)–3. **1272.** 1)–352; 2)–6,9; 4)–6. **1273.** 1) 256; 2)–232. **1274.** Сумма чисел. **1275.** Сумма чисел. **1276.** 1) 1; 2) –64; 3) 1; 7) –4,65. **1278.** 40320. **1279.** 0. **1280.** 1) На 15,12; 3) на 18,82. **1281.** 1) На 15; 2) на 16; 3) на 19. **1282.** 1) 16; 2) 23; 3) –19. **1286.** 1) 4; 2) –7,8; 3) 0; 4) 5. **1287.** 1) 41; 2)–0,25; 3) 0. **1290.** Положительный. **1291.** 1) Положительным; 2) отрицательным. **1292.** 2) –8,55; 3) –1,88. **1293.** 1) –8; $6m$; 2) $-a$; –60. **1294.** 1) 0; 3,7; –9,2; 2) 23; –12,7; 3) –0,3; 0,3; 5; 16,5; 4) 0; 6,7. **1295.** 1) $b > 0$; 2) $b > 0$; 3) $b < 0$. **1301.** 30,1 грн; **1302.** 1) 2; 2) 18. **1305.** 57.

## § 29

**1313.** 1) Нет; 2) нет; 3) да. **1315.** 1) –7; 2) –11; 3) –0,25; 5) –34; 6) –7; 7) –24; 8) –3; 9) –0,5; 10) –0,04; 11) –0,7; 12) –310; 13) –0,41; 14) –1,3; 15) –1000. **1316.** 1) –49; 2) –7; 3) –0,3; 5) –90; 6) –45. **1317.** 1) Нет; 2) да; 3) нет. **1318.** 2) 7; 3) 13; 5) 51; 6) 2,5; 7) 9; 8) 2,1; 9) 10,1. **1319.** 1) 31; 2) 0,5; 3) 33,7. **1323.** 1) –6; 2) –3,67; 3) 0; 4) 0; 5) –51. **1324.** 1) –13; 2) 56; 3) –187; 4) 0. **1325.** 1) 0; 2) 0; 3) 0; 4) 0. **1326.** 1) 0; 2) 0; 3) –16. **1327.** 1) –1; 2) –1; 3) –1. **1329.** 1) 1,01; 2) 1,01; 3) –1,01; 4) –1,01. **1330.** 1) 42; 2) 42; 3) –42; 4) –42. **1331.** 1) –4,5; 2) 5,6; 3) 2,2. **1332.** 1) 1,6; 2) –0,31; 3) 115,4. **1336.** 1) 0; 2) –0,3; 3) 0,5; 4) –40. **1337.** 1) 0; 3) –42. **1338.** 1) $-\frac{1}{12}$; 3) –11; 5) –64. **1339.** 1) –152; 2) 481. **1340.** 1) –31; 2) 39. **1341.** 1) Нет; 2) нет. **1343.** 5) 0,625; 6) 98. **1344.** 1) 0,7; 2) 6. **1345.** 1) 56. **1349.** 1) 4; 2) 1,1; 4) 0; 5) 5. **1350.** 1) 36; 2) –0,2; 3) 0. **1355.** –11,5. **1356.** 362,5. **1357.** 0,4. **1358**. 0,23. **1359.** –0,5. **1360.** –270. **1362.** 1) –1; 2) $\frac{17}{18}$. **1363.** –24. **1364.** 0. **1365.** –1. **1366.** 1) 0; 2) 23; –12,7; 3) 4; 3; 4) 0; –0,4. **1367.** 90 км/ч. **1369.** 1) 24; 2) 0,035. **1373.** 1) 6; 2) 3.

# ГЛАВА 5

## § 30

**1378.** 1) $-24ab$; 2) $-6cd$; 3) $30mn$; 4) $xyz$; 5) $-2ab$; 6) $-2xyz$. **1379.** 1) $-30ab$; 2) $80cd$; 3) $-2nm$; 4) $-\frac{1}{2}xy$. **1380.** 1) $5a$; 2) $4b + 4$;

3) $-10c + 7$; 4) $-2$; 5) $-2a - 7b$; 6) $10n - 15m$. **1381.** 1) $2a$; 2) $5b + 4$; 3) 4; 4) $-20n + 5m$. **1386.** 1) 7,5; 2) 22,4; 3) 2; 4) 2,8. **1387.** 1) –11,6; 2) –23. **1390.** 1) $6ab$; 2) $-cd$; 3) $-4,8nm$; 4) $0,5xy$; 5) $-2ab$; 6) $1,5xyz$. **1391.** 1) $-9ab$; 2) $cd$; 3) $20nm$; 4) $-0,6xyz$. **1392.** 1) $-\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b$; 2) $c-1\frac{3}{4}d$; 3) $-3m+2,6n$; 4) $-15,2p-5\frac{1}{14}k$; 5) $3x - 1,8$; 6) 20,8. **1393.** 1) $-2a - b$; 2) $1,4c - 2,5d$; 3) $-3m - 1,4n$; 4) $-7p-4\frac{14}{15}$. **1394.** 1) $-3,6a+26,2$; 2) $3y-110,4$; 3) $-0,1c+0,9d$; 4) $14,5m-19,4n$. **1395.** 1) $-1,1a+9,8$; 2) $12x-5,5y$. **1396.** 1) 29; 2) –0,2; 3) –69; 4) –3,4. **1397.** 1) 4; 2) –84,5. **1403.** 1) 4; 2; 4 и 2; 2) 6; 3; 6 и 3. **1406.** 1) 12; 2) –2,7. **1407.** 24 грн.

## § 31

**1415.** 1) 2; 2) –10; 3) 4; 4) –4; 5) 4; 6) –7; 7) –8; 8) 2; 9) 6; 10) –4; 11) 7; 12) 0. **1416.** 1) 6; 2) 2; 3) 2; 4) 2; 5) 3; 6) –3. **1417.** 1) 1; 2) 60; 3) $\frac{1}{15}$; 4) 18; 5) –28; 6) $\frac{1}{6}$; 7) 15; 8) –12. **1418.** 1) –5; 2) 20; 3) 12; 4) 11. **1421.** 1) 5; 2) 4; 3) 24; 4) 1; 5) 4,6; 6) 1; 7) 0; 8) –1; 9) –2; 10) 1,3; 11) $-1\frac{2}{3}$; 12) –2. **1422.** 1) –4; 2) 1; 3) –2; 4) –4,6; 5) –2; 6) 6. **1423.** 1) –0,37; 2) $9\frac{1}{3}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) 0,5; 5) 25; 6) 0,4; 7) 1; 8) –9. **1424.** 1) –1; 2) $-\frac{4}{7}$; 3) $-2\frac{2}{7}$; 4) 2,4. **1425.** 1) 8; 2) 14; 3) 12; 4) 15. **1426.** 1) $\frac{1}{9}$; 2) –12. **1427.** 1) –2; 2) $-3\frac{1}{3}$; 3) 3; 4) 2. **1428.** 1) –9; 2) 0,5. **1429.** 1) 2 и 3; 2) 12 и 6. **1430.** 1) 3; 2) –1; 3) 11,5; 4) 1. **1434.** 1) –6,4; 2) 160. **1435.** 195 м.

## § 32

**1439.** 1) 36 и 12; 2) 27 и 9; 3) 24 и 8. **1440.** 1) 16 и 4; 2) 28 и 7. **1441.** 10 и 12,2. **1442.** 15 и 18,5. **1443.** 2,5 грн, 3 грн. **1444.** 19 грн, 30 грн. **1445.** 9 ч. **1446.** 20 дней. **1447.** 60 км/ч, 70 км/ч. **1448.** 70 км/ч, 75 км/ч. **1449.** 80 км/ч, 70 км/ч, 675 км. **1450.** 50 км/ч, 60 км/ч. **1451.** 2 кг, 4 кг. **1452.** 7 и 8. **1453.** 40 км/ч, 80 км/ч. **1454.** 12 км/ч, 4 км/ч. **1455.** 30 и 9. **1456.** 12 и 18. **1457.** 30. **1458.** 25. **1459.** 100 км. **1460.** 240 км. **1461.** 90. **1462.** 30, 24 и 27. **1463.** 60. **1464.** 63. **1465.** 60. **1466.** 36. **1467.** $\frac{28}{49}$. **1468.** $\frac{15}{24}$. **1469.** 15 км. **1470.** 480 км. **1471.** 2 ч. **1472.** 15 и 30. **1473.** 80, 40, 24 и 36. **1474.** 30 и 10. **1475.** 36 грн, 48 грн.

**1477.** $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{3}$. **1478.** 36. **1479.** 1,6; 1,2 и 2,1. **1480.** 4,5 и 3. **1484.** 1.

## § 33

**1505.** 30°. **1506.** 65°. **1514.** Прямоугольник. **1519.** 1) 0,2; 2) –3,53. **1520.** 10 см, 20 см.

## § 34

**1529.** 1) (2; 0); 2) (–2; 0). **1530.** 1) (0; 2); 2) (0; –2). **1531.** 1) $A$, $E$, $K$; 2) $F$, $C$, $K$. **1536.** $A$ (3; 3), $B$ (6; 5), $C$ (5; 0), $F$( –2; –3), $N$ (0; –7). **1537.** $A$ (5; 0), $B$ (0; –4), $F$(3; 3), $E$ (–2; 1). **1541.** 1) (0; 2), (0; –2), (2; 0), (–2; 0); 2) (0; 7), (0; –7), (7; 0), (–7; 0). **1542.** 1) (0; 3), (0; –3), (3; 0), (–3; 0); 2) (0; 2,5), (0; –2,5), (2,5; 0), (–2,5; 0). **1543.** 1) $B$ (3; –4); 2) $B$ (–3; 4); 3) $B$ (–3; –4); 4) $B$ (3; 4). **1544.** 1) $B$ (4; 3); 2) $B$ (6; 8). **1545.** 1) (–9; 0), (–3; 0). **1546.** 1) (0; 3,5), (0; 6,5); 2) (0; 15), (0; –5). **1548.** $C$(2; 3), 6 кв. ед., 10 ед. **1549.** $C$(2; 2), 4 кв. ед., 8 ед. **1551.** 1) 25 кв. ед.; 2) 9 кв. ед. **1552.** 8 ед., 4 кв. ед. Задача имеет два решения. **1553.** 1) I или II; 2) II. **1561.** 1) –13,65; 2) 28,86. **1562.** 1) 149,73; 2) –109,48; 3) 40,25.

## § 35

**1566.** 1) Нет; 2) да; 3) нет; 4) нет. **1567.** Нет. **1568.** 1) 2 м., 5 м., 12 м.; 2) 57 см, 66 см, 71 см. **1569.** 2) 4 раза; 3) о 8 ч, 1 ч; 4) 20 км, 20 км; 5) 21 ч. **1572.** 1) 4 см, 2 см; 2) 1 см, 0,5 см; 3) на 1 см. **1573.** 1) В воскресенье; 2) 4 °С; 3) со среды до пятницы; 4) 3 дня; 7) в субботу. **1574.** 6 °С. **1575.** 1) У Серёжи; 4) в 17 ч; 7) 8 км. **1582.** 1) –6; 2) 10. **1583.** 1) –10,6; 2) 5,25.

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

**В**еличины обратно пропорциональные 103
— прямо пропорциональные 102
вероятность события 149

**Г**рафик зависимости 271
— движения 272

**Д**еление пропорциональное 109
делитель натурального числа 5
диаграмма круговая 123
— столбчатая 123
дроби взаимно обратные 57
дробь бесконечная периодическая 77
— конечная 77
— обыкновенная несократимая 33

**З**наменатель общий 40
— — наименьший 41

**И**спытания 148

**К**онус 131
коэффициент выражения 235
— пропорциональности 109
кратное натурального числа 5
круг 118

**М**асштаб 110
множество чисел натуральных 180
— — рациональных 181
— — целых 180
множитель дополнительный 40
модуль числа 171

**Н**аибольший общий делитель 21
наименьшее общее кратное 26
начало координат 263
— отсчёта на координатной прямой 163

**О**кружности диаметр 116
— радиус 116
— центр 116
окружность 116
отношение 87
отношения взаимно обратные 88
— значение 87
— члены 87
ось абсцисс 263
— ординат 263

**П**равила нахождения неизвестного члена пропорции 96
— раскрытия скобок 235
правило вычитания дробей с разными знаменателями 49
— деления двух отрицательных чисел 225
— — обыкновенных дробей 68
— — чисел с разными знаками 224
— замены вычитания сложением 205
— нахождения дроби от числа 58
— — НОД двух чисел 22
— — НОК двух чисел 27
— — числа по его дроби 69
— приведения дробей к наименьшему общему знаменателю 41
— — дроби к новому знаменателю 40
— сложения дробей с разными знаменателями 48
— — чисел с одинаковыми знаками 195

— — — с разными знаками 194
— сокращения дроби 33
— сравнения рациональных чисел 188
— умножения двух отрицательных чисел 214
— — обыкновенных дробей 56
— — чисел с разными знаками 213
приближения десятичные обыкновенной дроби 79
— — с избытком 78
— — — недостатком 78
привести дробь к новому знаменателю 39
признак деления на 2 10
— — — 3 16
— — — 5 10
— — — 9 16
— — — 10 10
пропорции взаимно обратные 95
— члены крайние 93
— — средние 93
пропорция 93
прямая координатная 163
прямые параллельные 257
— перпендикулярные 255

**Р**азложение числа на простые множители 20
раскрытие скобок 235

**С**войства модуля числа 172
— основные уравнений 244
— равенств 242, 243
свойство основное дроби 32
— — отношения 88
— — пропорции 94
сектор круга 119
система координат прямоугольная 263
слагаемые подобные 235
событие 148
— достоверное 149
— невозможное 149
— случайное 148
события несовместимые 149
— равновозможные 149
сокращение дроби 32
сфера 132

**Т**ела вращения 132
точки абсцисса 264
— координата на координатной прямой 164
— координаты в системе координат 264
— ордината 264

**У**равнение 241
— решить 241
уравнения корень 241

**Ф**ормула
— диаметра окружности 117
— длины окружности 117
— площади круга 118

**Ч**етверти координатные 265
числа взаимно обратные 57
— — простые 22
— противоположные 171
число нечётное 9
— отрицательное 164
— положительное 163
— простое 6
— составное 6
— чётное 9

**Ш**ар 131

**Э**кспериментслучайный 148
— стохастический 148

# ОГЛАВЛЕНИЕ

**Дорогие ученики!...** . . . . . 3

**Глава 1. Делимость натуральных чисел** . . . . . 4
§ 1. Делители и кратные натурального числа. Простые числа . . . . . 5
§ 2. Признаки делимости на 2, 10 і 5 . . . . . 9
§ 3. Признаки делимости на 9 і 3 . . . . . 15
§ 4. Разложение чисел на множители. Наибольший общий делитель . . . . . 20
§ 5. Наименьшее общее кратное . . . . . 26

**Глава 2. Обыкновенные дроби и действия над ними** . . . . 30
§ 6. Основное свойство дроби. Сокращение дроби . . 31
§ 7. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей . . . . . 39
§ 8. Сложение и вычитание дробей . . . . . 47
§ 9. Умножение дробей. Нахождение дроби от числа . . . . . 55
§ 10. Деление дробей. Нахождение числа по его дроби . . . . . 67
§ 11. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную. Десятичные приближения обыкновенной дроби . . . . . 77

**Глава 3. Отношения и пропорции** . . . . . 86
§ 12. Отношение и его свойства . . . . . 87
§ 13. Пропорция и её свойства . . . . . 93
§ 14. Прямая и обратная пропорциональные зависимости . . . . . 101
§ 15. Деление числа в данном отношении. Масштаб . . . . . 109
§ 16. Окружность и круг. Круговой сектор . . . . . 116
§ 17. Диаграммы . . . . . 123
§ 18. Цилиндр. Конус. Шар . . . . . 130
§ 19. Процентные расчёты . . . . . 136
§ 20. Вероятность случайного события . . . . . 147

**Глава 4. Рациональные числа и действия над ними** . . . 156
§ 21. Положительные и отрицательные числа. Число нуль . . . 157
§ 22. Координатная прямая . . . 163
§ 23. Модуль числа . . . 170
§ 24. Целые числа. Рациональные числа . . . 180
§ 25. Сравнение рациональных чисел . . . 186
§ 26. Сложение рациональных чисел . . . 193
§ 27. Вычитание рациональных чисел . . . 204
§ 28. Умножение рациональных чисел . . . 212
§ 29. Деление рациональных чисел . . . 223

**Глава 5. Выражения и уравнения** . . . 234
§ 30. Выражения и их упрощение . . . 235
§ 31. Уравнения. Основные свойства уравнений . . . 241
§ 32. Применение уравнений к решению задач . . . 248
§ 33. Перпендикулярные и параллельные прямые . . . 255
§ 34. Координатная плоскость . . . 262
§ 35. Графики зависимостей между величинами . . . 271

**Тестовые задания** . . . 280

**Ответы** . . . 287

**Предметный указатель** . . . 300

## Сведения о состоянии учебника

| № | Фамилия и имя | Учебный год | Состояние учебника | | Оценка |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | в начале года | в конце года | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

Навчальне видання

*ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна*
*БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна*
*КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна*
*СЕРДЮК Зоя Олексіївна*

**МАТЕМАТИКА**

Підручник для 6 класу загальноосвітніх навчальних закладів
з навчанням російською мовою
(*Російською мовою*)

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*

**ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО**

Відповідальний за випуск *К. О. Дмитренко*
Редактор *О. В. Попович*
Переклад *В. М. Ліченко*
Художній редактор *А. М. Віксенко*
Технічний редактор *Л. І. Аленіна*
Коректор *Л. А. Еско, С. В. Войтенко*
Малюнки *О. І. Дядика*
На обкладинці використано фото *Jacek Chabraszewski*

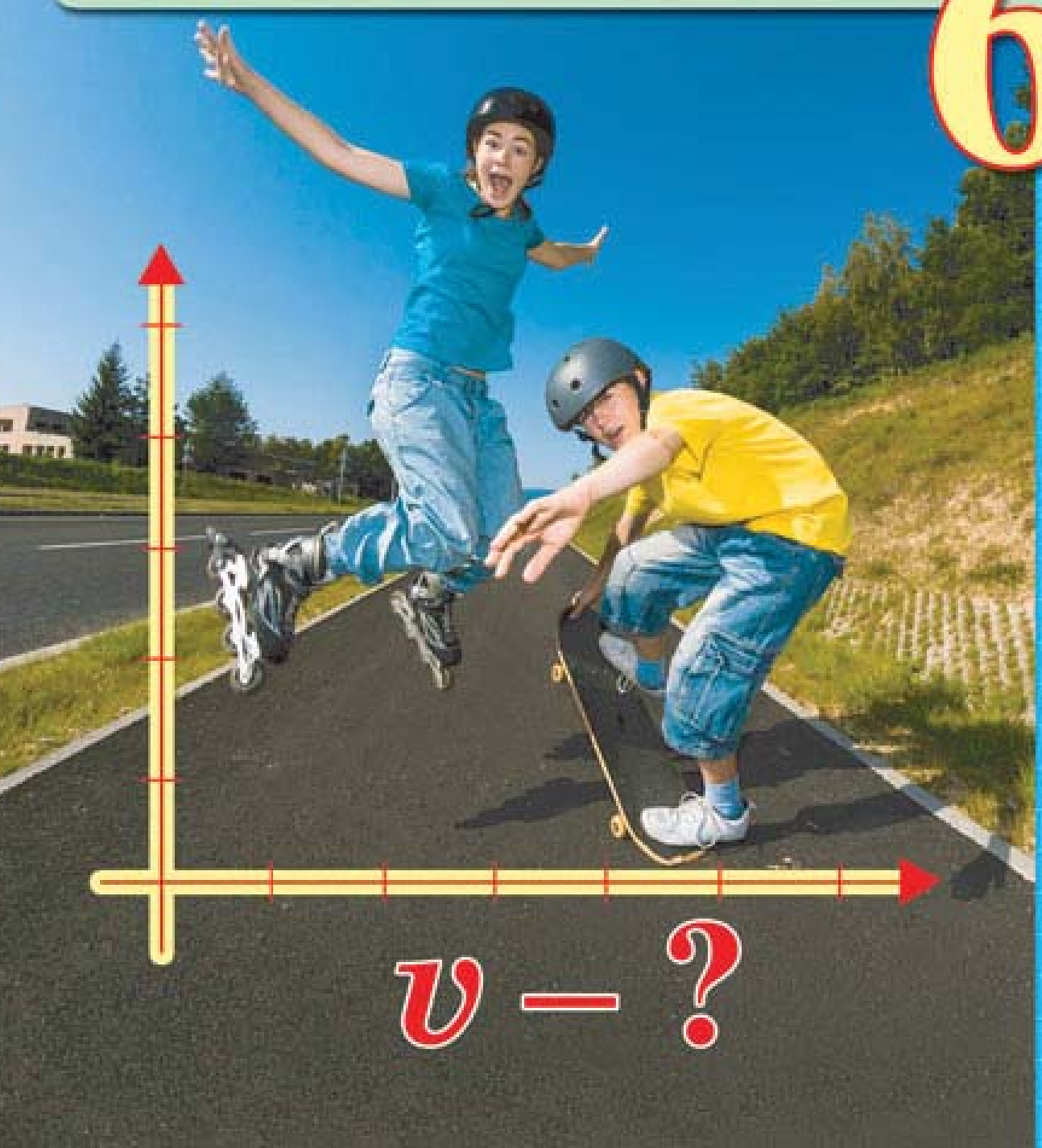
Формат 60×90 $^{1}/_{16}$. Ум. друк. арк. 19,0 + 0,25 форзац.
Обл.-вид. арк. 18,0 + 0,44 форзац. Наклад 65 450 пр.
Зам. №

**ТОВ «ВИДАВНИЧИЙ ДІМ «ОСВІТА»**
Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції»
Серія ДК № 4483 від 12.02.2013 р.
Адреса видавництва: 04053, м. Київ, вул. Обсерваторна, 25
**www.osvita-dim.com.ua**

Віддруковано ТОВ «ПЕТ»
Св. ДК № 4526 від 18. 04. 2013 р.
61024, м. Харків, вул. Ольмінського, 17

Видавничий дім Освіта

Н. А. ТАРАСЕНКОВА,
И. Н. БОГАТИРЁВА, О. Н. КОЛОМИЕЦ, З. А. СЕРДЮК

# МАТЕМАТИКА

6